



M Ű E G Y E T E M 1 7 8 2

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Villamosmérnöki és Informatikai Kar

Wavefield szintézis

DIPLOMATERV

Készítette
Firtha Gergely

Konzulens
Gulyás Krisztián
Fiala Péter

 **Akusztikai**
Laboratórium
Híradástechnikai Tanszék

2011. december 8.

HALLGATÓI NYILATKOZAT

Alulírott *Firtha Gergely*, szigorló hallgató kijelentem, hogy ezt a diplomatervet meg nem engedett segítség nélkül, saját magam készítettem, csak a megadott forrásokat (szakirodalom, eszközök stb.) használtam fel. Minden olyan részt, melyet szó szerint, vagy azonos értelemben, de átfogalmazva más forrásból átvettem, egyértelműen, a forrás megadásával megjelöltem.

Hozzájárulok, hogy a jelen munkám alapadatait (szerző(k), cím, angol és magyar nyelvű tartalmi kivonat, készítés éve, konzulens(ek) neve) a BME VIK nyilvánosan hozzáférhető elektronikus formában, a munka teljes szövegét pedig az egyetem belső hálózatán keresztül (vagy autentikált felhasználók számára) közzétegye. Kijelentem, hogy a benyújtott munka és annak elektronikus verziója megegyezik. Dékáni engedéllyel titkosított diplomatervek esetén a dolgozat szövege csak 3 év eltelte után válik hozzáférhetővé.

Budapest, 2011. december 8.

Firtha Gergely
hallgató

Kivonat

A hangszórók számának folyamatos növekedésével a legújabb Surround hangrendszerekkel egyre élethűbb térhangzás érhető el. Mindegyikre igaz azonban, hogy a térérzetet pusztán a csatornák közötti intenzitás- és fáziskülönbség alkalmazásával érik el. Alapvetően eltér ezektől a módszerektől a jelenleg is folyamatos kutatás-fejlesztés alatt álló hangtérszintézis nevű technika, amely az eredeti hangtér fizikai reprodukcióján alapul sok hangszóró segítségével. A Huygens-elv alapján egy falon elhelyezett folytonos hangforráseloszlás segítségével tetszőleges hullámtér állítható elő a fal előtt. Ez a hangtér a teljes fal helyett egy vonal mentén elhelyezett hangszórósokasággal egy síkban közelíthető: ez a hangtérszintézis alapötlete.

Dolgozatomban ezt az új technikát mutatom be: A dolgozat első felében a hangtérszintézis elméleti alapjait ismertetem. Megmutatom, milyen matematikai apparátusok szükségesek az egyes hangszórók vezérlőjelének számításához a kívánt hullámtér előállításához. Bemutatom a technika korlátait is, amelyek a szintézis nem ideális voltából származnak. Ezek közül a szintézis során fellépő diffrakciós hullámok megszüntetésére eljárást dolgoztam ki, amely eljárást és eredményeit a dolgozatban bemutatok.

A hangtérszintézisre igaz egyenletek klasszikus levezetése a végtelen féltérbe való sugárzást veszik kiindulási feltételül. Ez természetesen csak egy teljesen elnyelő falú szobában lenne igaz. A gyakorlatban zárt terekben a hullámok a falakról visszaverődnek, az eredeti hullámfronttal interferálnak, amely a szintetizált hullámfrontot jelentősen torzítja, a térhatást rombolja. Dolgozatomban az általam kidolgozott módszert ismertetem ennek elkerülésére: bemutatom, hogyan lehet a visszaverődéseket előre számítani, majd a hangtérszintézis alkalmazása segítségével ezeket a visszaverődő hullámokat kioltani, így a reflexiókat kompenzálni.

A kidolgozott módszerek vizsgálatához összetett szimulációs környezet létrehozására volt szükségem. A zárt térben állandósult állapot szimulációjához egy spektrális végeelem módszer alapú függvénygyűjteményt alkalmaztam. A hullámterjedés időtartománybeli szimulációjához digitális hullámvezető hálót programoztam fel MATLAB környezetben. Ennek működési elvét a dolgozatban részletesebben ismertetem.

Végül az elméleti fejlesztések után a céлом egy gyakorlatban is használható hangtérszintézis rendszer felépítése volt. A dolgozat utolsó fejezetében a rendszer megvalósításához szükséges feladatokat és azok megoldását ismertetem, valamint bemutatom a rendszer a dolgozat írásáig elkészült részeit.

Abstract

With the increasing number of loudspeakers in the latest surround sound-systems the more realistic sound reproduction is possible. For all of them it's true, that the correct localization of the virtual sources is ensured by the intensity and phase difference between the reproduction channels. Wave field synthesis is a new method of sound reproduction, that fundamentally differs from the traditional surround systems. This method attempts to physically re-create the original sound field with numerous loudspeakers, based on the Huygens-principle. According to the Huygens-Fresnel-principle with a continuous distribution of sound sources on a wall, an arbitrary wave field can be produced. This wave field can be approximated in a plane with a line distribution of sound sources, that lie in the intersection of the original wall and the investigated plane. This is the basic idea of wave field synthesis.

In this thesis I present this new technique. In the first part of the thesis I present the theory of wave field synthesis, including the mathematical apparatus, that is needed to deduce the driving functions of the sources to reproduce the required wave field. I also show the limitations of the technique, that originate from the non-ideality of synthesis. One of these limitations are diffraction waves. To suppress these waves I developed a method, that I present in this thesis, including its results.

The initial condition for equations ruling the wave field synthesis is radiation to infinite half-space. This is only true for a perfectly anechoic room. In practice in enclosures the waves reflect from the boundaries, interfering with the original waves. This naturally distorts the wave field and destructs localization. In the second half of the thesis I present a method I developed for avoiding this effect: I show, how to calculate, and with the application of wave field synthesis, how to cancel the reflected wave fields.

To investigate the wave field synthesis and the processes I developed, I needed a complex simulation environment. To examine the permanent state in a closed room I employed a simulation software, based on spectral finite element method. To simulate the time varying wave field I created a digital waveguide mesh in MATLAB environment. In my thesis I give a detailed examination of its theoretical basis.

Finally, after the theoretical developments, my aim was to build a wave field synthesis system. In the last chapter of this thesis I present the tasks and their solutions to complete such a system, and I also show the completed parts of the system.

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés	1
2. A hangtérszintézis elméleti alapjai	3
2.1. Bevezetés	3
2.2. A hangtér leírása	3
2.3. A Kirchhoff integrálegyenlet	4
2.3.1. A Green-tétel és Green-függvény	5
2.3.2. A Rayleigh integrálegyenletek	9
2.4. A vezérlőoperátorok számítása	11
2.4.1. A kétdimenziós hangtérszintézis	11
2.4.2. A háromdimenziós hangtérszintézis	12
2.4.3. A $2\frac{1}{2}$ -dimenziós hangtérszintézis	14
2.5. A fókuszáló operátor	20
2.6. Összegzés	22
3. A szintézis járulékos hatásai	23
3.1. Bevezetés	23
3.2. A véges apertúraméret hatása	23
3.3. A diszkrét források hatása	24
3.3.1. A síkhullám dekompozíció	24
3.3.2. A térbeli mintavételezés	27
3.3.3. Térbeli aluláteresztő szűrés megvalósítása	29
3.4. Összegzés	34
4. Szimulációs környezet létrehozása a hangtérszintézis vizsgálatára	35
4.1. Bevezetés	35
4.2. Állandósult állapot szimulációja nyílt térben	35
4.3. Szimuláció állandósult állapotban zárt térben	36
4.3.1. A spektrális végeselem módszer	36
4.3.2. Zárt terem módusai	38
4.4. Tranziensek szimulációja	39
4.4.1. Az egydimenziós digitális hullámvezető	40
4.4.2. A kétdimenziós hullámvezető háló	40
4.4.3. A háromdimenziós hullámvezető háló	43
4.4.4. Közeghatárok modellezése a hullámvezető hálóban	43
4.4.5. A hullámvezető háló korlátjai és módszerek ezek átlépésére	44
4.5. Összegzés	46
5. Módszer a diffrakciós hatások megszüntetésére	47
5.1. A probléma megoldása	48
5.2. A kidolgozott megoldás eredményei	49

6. Hangtársintézis zárt térben	53
6.1. A zengő terem leírása	53
6.1.1. A visszaverődések leírása	54
6.1.2. A tükörforrások módszere	55
6.2. Reflexiókompenzáció hangtársintézissel	57
6.2.1. Belső forrás visszhangkioltása	57
6.2.2. Hangtársintézis visszhangkioltással	58
6.3. A reflexiókompenzáció hatásának vizsgálata	61
6.3.1. Belső forrás reflexiókioltásának vizsgálata	61
6.3.2. Hangtársintézis szimulációja reflexiókioltással	65
7. Hangtársintézis rendszer megvalósítása	69
7.1. Bevezetés	69
7.2. A másodlagos források vezérlőjelének előállítására	70
7.2.1. A vezérlőjelek előállítása FPGA-val	70
7.2.2. A bemenő jel átvitele	73
7.2.3. A kimenő jel összeállítása PWM-mel	74
7.2.4. A kimenő jelek D/A konverziója	75
7.3. A vezérlőjelek teljesítmény erősítése	77
7.4. A másodlagos források realizációja	78
7.4.1. A másodlagos forrásválasztásának szempontjai	78
7.4.2. A hangláda tervezése	79
7.4.3. A másodlagos forráseloszlás vizsgálata	81
7.5. Összegzés	82
8. Összefoglalás	83
Függelék	89
F.1. A Green-tétel levezetése	89
F.2. Kapcsolási rajzok és paneltervek	90
F.2.1. Az alkalmazott A/D panel kapcsolási rajza és panelterve	90
F.2.2. Az alkalmazott D/A-csatoló panel kapcsolási rajza és panelterve	91
F.2.3. A teljesítményerősítők kapcsolási rajza és panelterve	92

Ábrajegyzék

1.1. IOSONO rendszerrel felszerelt keverőszoba	2
2.1. A Huygens-elv és a hangtér szintézis alapötletének szemléltetése	5
2.2. A beltéri lesugárzási probléma	6
2.3. Az eredeti hangtér leírása felületi mono- és dipólusokkal a Kirchhoff-integrál alapján	8
2.4. Elrendezés a Kirchhoff-integrál egyszerűsítésére	9
2.5. A Rayleigh I. és II. integrál szemléltetése	10
2.6. A vizsgált elrendezés a vezérlőoperátor számításához	13
2.7. A kiértékelendő vonalintegrál szemléltetése	15
2.8. Egy elsődleges forrás hangterének szintézise vonalmentén elhelyezkedő elsődleges monopólusokkal	16
2.9. Egy elsődleges forrás hangterének szintézise vonalmentén elhelyezkedő elsődleges dipólusokkal	17
2.10. Monopólus elsődleges forrás eredeti és szintetizált nyomástera (a) és a hangterek keresztmetszete $x = 0,5$ m vonal mentén (b)	18
2.11. Monopólus forrás hangtere kör alakú másodlagos forráseloszlás segítségével	19
2.12. Elrendezés a fókuszáló operátor származtatásához	20
2.13. A fókuszáló operátorral vezérelt másodlagos forráseloszlás hangtere	21
3.1. A besugározható terület pontforrás és síkhullám esetén	23
3.2. Diffrakciós jelenség síkhullám szintetizálása során és ennek csökkentése térbeli alakfüggvénnyel	24
3.3. Monokromatikus síkhullám reprezentációja az xz és xt síkon	25
3.4. Sík- és gömbhullám reprezentációja az xz , xt és $k_x k$ síkon	26
3.5. Az időtartománybeli mintavétel és visszaállítás folyamatábrája	27
3.6. A térbeli mintavételezés hatása	28
3.7. Síkhullám szintézise diszkrét forráseloszlással	29
3.8. Kör alakú membrán erőeloszlásfüggvénye	30
3.9. Kör alakú membrán irányítottsági függvénye, azaz k_x tartománybeli átvitele és iránykarakterisztikája	31
3.10. Rombusz membrán irányítottsági függvénye, azaz k_x tartománybeli átvitele és iránykarakterisztikája	32
3.11. Membrán iránykarakterisztikájának módosítása a szomszédos membránok segítségével	33
3.12. A térbeli konvolúció hatása az iránykarakterisztikára	34
4.1. Az akusztikai térszámítási feladat a spektrális végeselem módszerhez [30]	36
4.2. A (a) (0, 1, 1) és az (b) (1, 2, 1) módusalakok képe $L_x = 5$ m, $L_y = 4$ m, $L_z = 3$ m dimenziójú téglalap alapú szobában [30].	38
4.3. Húr fizikai modelleje digitális hullámvezetővel	40
4.4. Négyzetrácsos hullámvezető háló	41
4.5. Visszaverődések modellezése dummy-csomópontokkal	43
4.6. Diszperzió és átlapolódás hatása a hullámvezető hálóban	44
4.7. A hullám terjedési sebessége a frekvencia függvényében [12]	45

4.8.	A digitális hullámvezető háló működése	46
5.1.	A két falról besugározható terület	47
5.2.	Elrendezés az elhagyott másodlagos források terének szomszéd falról történő szintetizáláshoz	48
5.3.	Elrendezés a vezérlőoperátorok módosításának hatásának vizsgálatához	50
5.4.	A klasszikus és a módosított vezérlőoperátorok abszolútértékének összehasonlítása	50
5.5.	Az eredeti hangtér és a szintetizált hangtér különbsége a klasszikus operátorok (a) és a módosított operátorok (b) alkalmazásával	52
5.6.	A szintézis hibájának csúcsértéke a klasszikus operátorok (a) és a módosított operátorok (b) alkalmazása mellett	52
5.7.	A szintézis amplitúdó hibája a korrekciós tag figyelembevétele nélkül a klasszikus operátorok (a) és a módosított operátorok (b) alkalmazása esetén	52
6.1.	Visszaverődések zárt térben	53
6.2.	Zengő terem impulzusválasza	54
6.3.	Visszaverődés közegetáron	55
6.4.	Visszaverődések geometriai szerkesztése	55
6.5.	Tükrőforrások szerkesztése négyszög alapú szobában	56
6.6.	Tükrőforrások terének kioltása hangtérszintézissel	57
6.7.	Másodlagos források – mint tükrőforrások – hangterének szintetizálása a többi másodlagos forrás segítségével	59
6.8.	Zengő terem állandósult állapotban, $\alpha = 0.1$	61
6.9.	A reflexiókompenzáció eredménye a 6.8 ábrán látható szobára, a négy határolófalra elhelyezett másodlagos forráseloszlással	62
6.10.	Falra elhelyezett monopólus nyomásteremtő zengő teremben reflexiókompenzáció nélkül (a) és reflexiókompenzációval (b)	63
6.11.	3×3 m-es szoba nyomásválasza impulzus gerjesztésre (a) 3 ms (b) 5 ms (c) 9 ms időpillanatban bal oldalon zengő teremben, jobb oldalon aktív visszhangkioltással	64
6.12.	Zengő terem $x = 1,1$ m $z = 2,2$ m pontban mért impulzusválasza visszhangkioltással és visszhangkioltás nélkül	65
6.13.	Elrendezés a reflexiókompenzációt alkalmazó hangtérszintézis vizsgálatához	65
6.14.	Monopólus terének szintézise zengő teremben 1 kHz-en	66
6.15.	Monopólus terének szintézise zengő teremben reflexiókompenzációval 1 kHz-en	66
6.16.	Monopólus terének szintézise egy falról visszhangkioltás nélkül (bal oldal) és visszhangkioltással (jobb oldal), (a) 300 Hz-en és (b) 700 Hz-en	67
6.17.	Közel síkhullám szintézise visszhangkioltás nélkül és visszhangkioltással	68
7.1.	A megvalósítandó hangtérszintézis rendszer magas szintű rendszerterve	69
7.2.	A megvalósítandó hangtérszintézis rendszer FPGA-val	71
7.3.	Az alkalmazott Digilab 2E FPGA fejlesztő kártya	72
7.4.	A megvalósított A/D konverter panel	73
7.5.	Színusz jel PWM modulációja	74
7.6.	A csatolópanel egy csatornája	76
7.7.	A megvalósított D/A konverter panel	76
7.8.	A kétcsatornás TDA2205 alapú erősítő	77
7.9.	A TDA2005 alapú kapcsolás átvitelének amplitúdó- és fáziskarakterisztikája	78
7.10.	Az 5-csatornás dinamikus hangszóróhalmazok egy elemének terve	80
7.11.	A másodlagos forráseloszlás egy megvalósított eleme	81
7.12.	A hangdoboz szimulált és mért átviteli függvények	81
7.13.	A hangdoboz (a) iránykarakterisztikája és (b) k_x átvitele	82
7.14.	A tervezett másodlagos forráseloszlás segítségével szintetizált monopólus spektruma	82
F.1.	A tervezett AD panel kapcsolási rajza	90

F.2. A megvalósított ADC0804 alapú A/D áramkör nyomtatott áramköri terve kicsinyítve ($M = 0,85 : 1$)	90
F.3. A tervezett DA átalakító panel	91
F.4. A megvalósított vonalmeghajtó és PWM demodulátor panel nyomtatott áramköri terve kicsinyítve ($M = 0,85 : 1$)	91
F.5. A TDA2005 műveleti erősítőpár hídkapcsolása	92
F.6. A megvalósított TDA2005 teljesítményerősítők nyomtatott áramköri terve ($M = 1 : 1$)	92

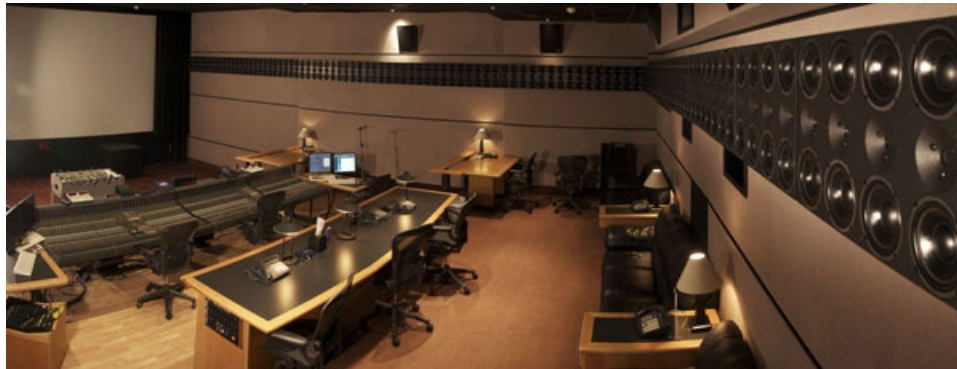
1. fejezet

Bevezetés

A hangrögzítés és hangreprodukció megjelenése óta folyamatos a fejlődés a hangreprodukciós minőség és a minél jobb térhangzás létrehozása terén. A legmodernebb Dolby TrueHD házimozzi rendszerek már 7+1 csatornán keresztül érik el a lehető legélethűbb térhatást. Minden eddigi Surround rendszerre igaz azonban, hogy a térérzetet pusztán a csatornák közötti intenzitás- és fáziskülönbség alkalmazásával érik el, így a tökéletes térhatás csak egy pontban, az ún. „sweet spot”-ban biztosított. Alapvetően eltér ezektől a módszerektől a jelenleg is folyamatos kutatás-fejlesztés alatt álló hangtérszintézis, angolul „wave field synthesis” nevű technika, amelynek célja az eredeti hangtér fizikai reprodukciója. A Huygens-elv kimondja, hogy egy hullámfront minden pontja elemi gömbhullámok forrása, és az eredeti hullámfront egy későbbi időpillanatban ezen elemi gömbhullámok összegeként áll elő. Ez alapján egy falon elhelyezett folytonos hangforráseloszlás segítségével tetszőleges hullámtér állítható elő a fal előtt. Ez a hangtér a teljes fal helyett egy vonal mentén elhelyezett hangszórósokasággal egy síkban közelíthető. Ez a hangtérszintézis alapötlete. Ha tehát egy szobában egy vonal mentén elegendően sűrűn helyezünk el hangszórókat, azok megfelelő vezérlésével egy virtuális forrás hangtere a hangszórók síkjában újraszintetizálható. Ha az eredeti hangteret teljes egészében vissza tudjuk állítani, azzal épp a sztereofon alapú Dolby rendszerek legnagyobb korlátját lépjük túl, így a térhatás nemcsak egy pontban, hanem egy nagyobb területen biztosítható.

A téma mindenképp újszerű, hiszen bár a módszer alapelveit Berkhout már a 90-es években leírta, a gyakorlati megvalósítás ma is folyamatos kutatás-fejlesztés alatt áll. Eddig egyetlen kereskedelemben is kapható hangtérszintézis rendszer létezik, a Fraunhofer cég által forgalmazott IOSONO nevű rendszer, amely első gyakorlati megvalósítása egy ilmenau-i moziban készült el. A 89 férőhelyes terem falaira a Fraunhofer Intézet munkatársai 24 panelt szereltek összesen 192 hangszóróval. Az IOSONO-nak egyelőre egyeduralma van a hangtérszintetizáló rendszerek piacán. Csak 2011 szeptemberében két rendszert is telepítettek, így Berlinbe már a harmadik moziba került ilyen hangrendszer. Az 1.1 ábrán a 2010-ben, a Todd-AO cég által működtetett utófeldolgozó keverőszobában telepített 4 renderelő PC által működtetett 224 csatornás, összesen 44,8 kW összteljesítményű rendszer látható. Még ugyanebben az évben telepítették 376 csatornás, 99,2 kW összteljesítményű rendszerüket a hollywoodi Chinese Theatre filmszínházba.

Dolgozatomban ezt az új technikát mutatom be: A bevezetést követő fejezetben a hangtérszintézis elméleti alapjait ismertetem. Megmutatom, milyen matematikai apparátus szükséges az egyes hangszórók vezérlőjelének számításához a kívánt hullámtér előállításának érdekében. A gyakorlatban alkalmazható hangtérszintézis az ideális esettől jelentősen eltér, hiszen sem a folytonos, sem a végtelen hosszú forráseloszlás nem megvalósítható. Szimulációk segítségével bemutatom az ebből eredő járulékos hatásokat és a technika korlátait is. A technikai újszerűségét mutatja, hogy vonatkozó magyar kutatások, így magyar szakirodalom egyelőre nincsenek, épp ezért dolgozatomban a szakkifejezések jelentős része saját fordítás. Hogy alapot teremtsék munkám esetleges folytatásának az elméleti alapokat részletesen mutatom be, legtöbb esetben rövidebb levezetéseket is mellékelve. Ezek alapján reményeim szerint a hangtérszintézis működése az olvasó számára tökéletesen megérthető külföldi irodalom szükségessége nélkül.



1.1. ábra. IOSONO rendszerrel felszerelt keverőszoba

Ahhoz, hogy a hangtérszintézist behatóan tudjam vizsgálni az egyes sugárzási problémák vizsgálatához szimulációs környezet létrehozására volt szükségem. Ezek lehetnek nyílt, vagy zárt térbe való sugárzási problémák időtartományban, vagy állandósult állapotban vizsgálva. Mindegyik eshetőségre különböző szimulációs környezetre volt szükség. Zárt térben való állandósult állapot vizsgálatához rendelkezésemre állt kész függvénygyűjtemény, amelyet csak céljaimhoz kellett alakítanom. Az időtartománybeli vizsgálatához azonban saját szimulációs környezetet hoztam létre, így ennek elméleti alapjait a vonatkozó fejezetben részletesebben ismertetem.

A szintézis járulékos hatásai közé tartoznak a véges forráseloszlásból származó diffrakciós hatások. A forráseloszlás hossza növelhető a szintézisbe való több fal bevonásával, azonban a vonatkozó irodalomban az ekkor alkalmazott vezérlőfüggvények matematikai szempontból nem teljesen korrektek. Munkám során megoldást dolgoztam ki ennek javítására, így módszeremmel a diffrakciós hatások szinte tökéletesen kiküszöbölhetőek. A vonatkozó fejezetben módszerem működési elvét és eredményeit mutatom be.

A hangtérszintézist leíró egyenletek klasszikus levezetése a végtelen feltérbe való sugárzást veszik kiindulási feltételül. Ez természetesen csak egy teljesen elnyelő falú szobában lenne igaz. A gyakorlatban zárt terekben a hullámok a falakról visszaverődnek, az eredeti hullámfronttal interferálnak, amely a szintetizált hullámfrontot jelentősen torzítja, a térhatást rombolja. Dolgozatomban az általam kidolgozott módszert ismertetem ennek elkerülésére: bemutatom, hogyan lehet a visszaverődéseket – a legegyszerűbb esetben téglatest alakú ún. cipősdoboz alakú szobában – tükröforrások segítségével előre számítani. A hangtérszintézis alkalmazásával állandósult állapotban ezen visszaverődő hullámokat kioltása, így a reflexiók kompenzálása lehetséges. Bemutatom módszerem eddigi eredményeit, valamint korlátait is. Rámutatok a módszeremben rejlő további lehetőségekre, továbbfejlesztési lehetőségeire is.

A technika elméleti ismertetése és fejlesztése után kézenfekvő volt, hogy a technika gyakorlatba ültetése felé folytassam kutatásaimat. Az utolsó fejezetben a tervezett hangtérszintézis rendszert mutatom be, bemutatva milyen feladatok megoldása szükséges a rendszer felépítéséhez. A teljes rendszer a dolgozat befejezéséig nem készülhetett el, de az egyes építőelemei működőképesekek voltak: végül ezeket mutatom be.

Ugyan a dolgozat gondolatmenete főként a diplomaterv kiírást követi, a munkám során a téma egy TDK dolgozat formájában is feldolgozásra került. A diffrakciós hatások megszüntetése és reflexiók kioltása a TDK dolgozat írása alatt elvégzett munka eredményei, amelyek eredményeket tehát ebben a dolgozatomban is bemutatok.

2. fejezet

A hangtér-szintézis elméleti alapjai

2.1. Bevezetés

A hangtér-szintézis során tetszőleges hangtér kialakítása a célunk egy zárt térfogatban. Ez a tetszőleges hangtér értelemszerűen egy virtuális hangforrás hangterét jelenti. Célunk ezt a hangteret a vizsgált térrészben reprodukálni a határoló térfogat mentén elhelyezett hangforrások – a másodlagos forráseloszlás – segítségével. Ehhez a másodlagos források vezérlőfüggvényeinek számítása szükséges. A fejezet ezek származtatását mutatja be.

A Huygens–Fresnel-elv alapján a hangtér-szintézis a hullámfront minden pontján elhelyezett pontforrás-sokasággal lehetséges. Az elv azonban pusztán geometriai alapú, a gyakorlatba ültetéséhez matematikai formába kell önteni. Ehhez célszerű a hangtér leíró alapegyenletekből kiindulni.

2.2. A hangtér leírása

A hanghullám egy rugalmas közegben terjedő mechanikai hullám, amely egy hangforrás mechanikai rezgéséből származik. A térnek azon részét, amelyben a hanghullámok terjednek hangtérnek nevezzük. A hangteret *hangtérjellemező mennyiségekkel* írjuk le, melyek közül a két legfontosabb a hangnyomás $P_0 = 103$ kPa statikus légköri nyomás körüli ingadozása, valamint a részecskesebesség. A hangteret adott t időpillanatban teljesen ismertnek tekintjük, ha minden \mathbf{r} pontjában ismert a hangnyomás $p(\mathbf{r}, t)$ értéke, valamint a $\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$ részecskesebesség iránya és nagysága.

Egyensúlyi állapotban a részecskesebesség minden pontban zérus, a hangnyomás értéke pedig konstans P_0 . Ha hangforrást helyezünk a térbe annak időbeli lefutása mechanikai hullámként a közegre jellemző terjedési sebességgel terjed tova, amely sebességet a közeg sűrűsége és összenyomhatósága határoz meg. Ez az akusztikai hullám az ún. hullámegyenlettel írható le, amelyet a hangtér két alapegyenletéből kaphatunk meg [28, 31].

A hangtér *első alapegyenletét* a Newton-törvény egységnyi térfogatelemre való felírásával kaphatjuk meg. Az egyenlet a skalár értékű $p(\mathbf{r}, t)$ hangnyomás és a $\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$ részecskesebességvektor között teremt összefüggést: szemléletesen, a nyomásérték helyfüggő változása okozza a részecskesebesség idő szerinti megváltozását, azaz a nyomástér gradiense minden a tér minden pontjában arányos a részecskesebesség idő szerinti deriváltjával:

$$\nabla p(\mathbf{r}, t) = -\rho_0 \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{v}(\mathbf{r}, t), \quad (2.1)$$

ahol $\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{e}_x + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{e}_y + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{e}_z$ a gradiens képzés operátora, $\rho_0 = 1,225$ kg/m³ a közeg sűrűsége. Mivel az idő szerinti deriválás a frekvenciatartományban $j\omega$ -val való szorzásnak felel meg, az egyenlet frekvenciatartománybeli alakja:

$$\nabla P(\mathbf{r}, \omega) = -j\omega\rho_0 \mathbf{V}(\mathbf{r}, \omega). \quad (2.2)$$

Az egyenletben $P(\mathbf{r}, \omega) = \hat{p}(\mathbf{r})e^{j\varphi(\mathbf{r})}$ a komplex nyomás-fázor, hasonlóan $\mathbf{V}(\mathbf{r}, \omega)$ a komplex rézcsekesebesség-fázor.

A légnomás és a levegődarab térfogata közötti kapcsolatot az adiabatikus folyamatokra jellemző állapotváltozást leíró alapegyenlete adja meg, hiszen a hallható frekvenciatartományban a levegő állapotváltozása jó közelítéssel hőcserementes:

$$PV^{-\kappa} = \text{állandó}, \quad (2.3)$$

ahol $\kappa = 1,4$ a levegő fajhőállandója. A gáztörvény P_0 körüli linearizálásával és mindkét oldalt idő szerinti deriválásával a hangtér *második alapegyenletéhez* jutunk:

$$\frac{\partial}{\partial t}p(\mathbf{r}, t) = -\kappa P_0 \nabla \cdot \mathbf{v}(\mathbf{r}, t), \quad (2.4)$$

ahol $\nabla \cdot = \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}$ a vektortér divergenciája.

A második alapegyenlet idő szerinti deriváltjából és az első alapegyenlet divergenciájából a homogén közegben terjedő hullámra felírt *lineáris hullámegyenlet* adódik. A hullámegyenletet a hangnyomásra felírva, ahol $\Delta = \nabla \cdot \nabla = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ a Laplace operátor:

$$\Delta p(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} p(\mathbf{r}, t). \quad (2.5)$$

Az egyenlet Fourier-transzformáltja rendezés után a forrásmentes hangtér frekvenciatartománybeli hullámegyenlete, a *Helmholtz-egyenlet*:

$$(\nabla^2 + k^2)P(\mathbf{r}, \omega) = 0, \quad (2.6)$$

ahol $k = \omega/c$ a hullámszám, $c = \sqrt{\kappa P_0 / \rho_0}$ pedig a hullám közegbeli terjedési sebessége.

A fenti egyenletek pusztán a hullámterjedés módját írják le, csak forrásmentes hangtérre igazak. Megmutatható [7], hogy ha a tér $\mathbf{r}_A = (x_A, y_A, z_A)$ pontjában egy $s_A(t)$ időfüggvényű monopólus forrás található (amely minden irányban egyenlő amplitúdóval sugároz), akkor a hullámegyenletet a következő módon ki kell egészíteni egy térbeli Dirac-deltával. Az \mathbf{r}_A pontba helyezett monopólus hullámterét időtartományban a

$$\Delta p(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} p(\mathbf{r}, t) = -4\pi s_A(t) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_A) \quad (2.7)$$

egyenlet írja le. Hasonlóan, a forrásos tér Helmholtz-egyenlete a következő alakú:

$$(\nabla^2 + k^2)P(\mathbf{r}, \omega) = -4\pi S_A(\omega) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_A). \quad (2.8)$$

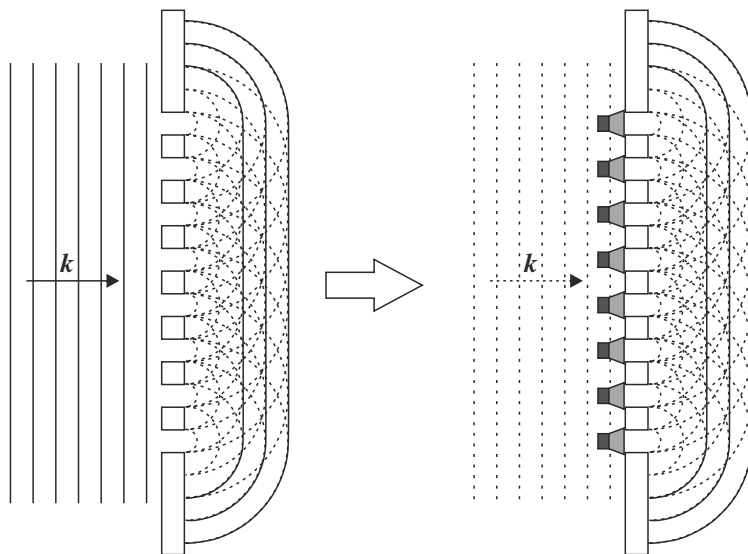
Ha a térben több forrás található, a fenti egyenletet kell az összes forrásra összegezni:

$$(\nabla^2 + k^2)P(\mathbf{r}, \omega) = -4\pi \sum_i S_i(\omega) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i). \quad (2.9)$$

Hasonlóan, ha kiterjedt forrás van a térben ez az összegzés a forrás térfogata feletti integrállá fajul.

2.3. A Kirchhoff integrálegyenlet

Az 1678-ban megfogalmazott Huygens-elv kimondja, hogy egy hullámfelület minden pontjából elemi gömbhullámok indulnak ki és egy későbbi időpontban a hullámfelület ezeknek az elemi hullámoknak a burkolófelülete. Az elv szemléltetése a 2.1 ábrán látható. Az elv alapján a hullámterjedésnél fellépő jelenségek nagy része értelmezhető. Fresnel ezt 1819-ben az elhajlási jelenségek értelmezéséhez azzal pontosította, hogy – a burkolófelületet elhagyva – a hullám előállítható a korábbi hullámfront minden pontjában elhelyezett monopólusok interferenciaképeként. Ez lehetőséget ad arra, hogy egy virtuális hullám hullámfrontján gömbhullámokat keltő monopólusokat



2.1. ábra. A Huygens-elv és a hangtér szintézis alapötletének szemléltetése

elhelyezve a hullám a Huygens–Fresnel-elv alapján előállítható legyen. Ez a hangtér szintézis alapja.

A hangtér szintézis során a falon elhelyezett hangszórósokaság megfelelő vezérlésével tetszőleges hangtér kialakítása a célunk. A hangszórókkal így gyakorlatilag peremfeltételeket realizálhatunk. Peremfeltételek lehetnek, ha a sugárzó felület minden pontján ismert a $p(\mathbf{r})$ hangnyomás (*Dirichlet-peremfeltétel*), annak $\partial p(\mathbf{r})/\partial n$ normális irányú deriváltja (*Neumann-peremfeltétel*), vagy a kettő hányadosa (*Robin-peremfeltétel*).

Szükségünk van tehát egy olyan összefüggésre, amely megadja, hogy milyen hangtér alakul ki előírt peremfeltételek mellett, azaz hogyan függenek a hangtérjellelmező mennyiségek a peremfeltételektől. Ez egy beltéri lesugárzási probléma, amelyhez a vizsgált elrendezés a 2.2 ábrán látható. Adott egy S felülettel határolt V térfogatrész és a térfogaton kívül elhelyezkedő elsődleges forráseloszlás, amely a felületen a hangtérjellelmező mennyiségeket előállítja. Ismert a határoló felület minden pontján az elsődleges források által létrehozott $p(\mathbf{r})$ hangnyomás érték és $v_n(\mathbf{r})$ normális irányú részecske sebesség. Keressük adott peremfeltételek mellett a térfogat tetszőleges \mathbf{r}_A pontjában a kialakuló $p(\mathbf{r}_A)$ hangnyomást, úgy, hogy a térfogat forrásmentes, így követi a homogén Helmholtz-egyenletet:

$$(\nabla^2 + k^2)P(\mathbf{r}, \omega) = 0. \quad (2.10)$$

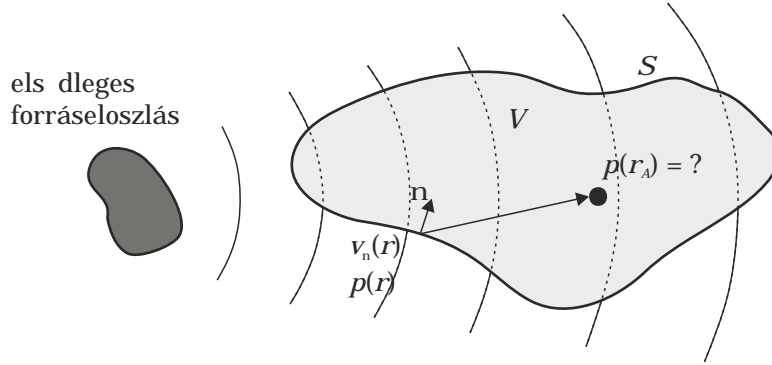
A feladat a vektoranalízis gyakori feladata, megoldására a frekvenciatartományban a Green-tétel alkalmazható.

2.3.1. A Green-tétel és Green-függvény

A Green-tétel a Gauss-Ostrogradszkij tétel egyenes következménye, levezetése a függelékben megtalálható. A tétel alapján tetszőleges $u(\mathbf{r})$ és $v(\mathbf{r})$ a V térfogaton nemszinguláris skalárfüggvényre fennáll a következő összefüggés [6, 29]:

$$\int_V \{u(\mathbf{r})\nabla^2 w(\mathbf{r}) - \nabla^2 v(\mathbf{r})w(\mathbf{r})\}dV = \int_S \{w(\mathbf{r})\nabla v(\mathbf{r}) - \nabla w(\mathbf{r})v(\mathbf{r})\}\mathbf{n}_b dS, \quad (2.11)$$

ahol \mathbf{n}_b a felületelem befelé mutató normálisa. A hangtér egyenletek megoldásához két megfelelő skalárfüggvényt kell választanunk a Green-tételbe való helyettesítéshez. Kézenfekvő, hogy az egyik a keresett $v(\mathbf{r}) = P(\mathbf{r}, \omega)$ legyen, míg $w(\mathbf{r}) = G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_A, \omega)$ a *Green-függvény*.



2.2. ábra. A beltéri lesugárzási probléma

A Green-függvényt inhomogén differenciálegyenletek adott peremfeltételek melletti megoldására használják általánosan. Definíció szerint tetszőleges L lineáris differenciáloperátor Green-függvénye $G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_A, \omega)$, ha kielégíti az

$$LG(\mathbf{r}|\mathbf{r}_A, \omega) = -4\pi\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_A) \quad (2.12)$$

egyenletet [3, 8], azaz az L operátorhoz tartozó Green-függvényen az L operátort végrehajtva egy térbeli Dirac-deltát kapunk.

Az egyes operátorok Green-függvényét az operátor sajátértékeiből és sajátvektoraiból lehet konstruálni. Nekünk most a Helmholtz-egyenlet Green-függvénye kell, azaz az a $G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_A, \omega)$ függvény, amely kielégíti az

$$(\nabla^2 + k^2)G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_A, \omega) = -4\pi\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_A) \quad (2.13)$$

egyenletet. Az előző fejezetből láthattuk, hogy, az egyenlet az \mathbf{r}_A pontba helyezett monopólus terét írja le. A megoldás természetesen dimenziófüggő, háromdimenzióban épp egy \mathbf{r}_A pontba helyezett lélegző gömb terét írja le:

$$G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_A, \omega)_{3D} = \frac{e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A|}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_A|}. \quad (2.14)$$

Mivel más dimenziószámokban a Laplace-operátor alakja is változik, így a Green-függvény alakja is más. Egydimenzióban egy síkhullámot keltő forrás (amely háromdimenzióban egy állandó körfrekvenciával mozgó végtelen kiterjedésű merev fal), míg kétdimenzióban egy végtelen vonalforrás terét írja le [2, 4]:

$$G(x|y, \omega)_{1D} = -\frac{j}{2k}e^{-jkr}, \quad (2.15)$$

$$G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_A, \omega)_{2D} = -\frac{j}{2}H_0^{(2)}(kr), \quad (2.16)$$

ahol $H_0^{(2)}$ a nulladrendű, másodfajú Hankel-függvény. A legnagyobb különbség a különböző dimenziójú Green-függvények között a hullám nyomvonalszillapítása: egydimenzióban a síkhullám csillapítás nélkül terjed, míg kétdimenzióban $1/\sqrt{r}$, háromdimenzióban $1/r$ szerint csillapodik. A Green függvény definíció szerint felfogható, mint a vizsgált hangtér válasza egy térbeli és időbeli Dirac-deltára, azaz a tér impulzusválaszaként.

Helyettesítsük $G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_A, \omega)$ skalárfüggvényt $P(\mathbf{r}, \omega)$ hangnyomásfüggvénnyel együtt a Green-tételbe. Mivel a levezetés állandó ω körfrekvencián történik, a jobb áttekinthetőség kedvéért ω -tól való függést innentől elhagyom:

$$\int_V \{P(\mathbf{r})\nabla^2 G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_A) - \nabla^2 P(\mathbf{r})G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_A)\} dV = \int_S \{G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_A)\nabla P(\mathbf{r}) - \nabla G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_A)P(\mathbf{r})\} \mathbf{n}_b dS. \quad (2.17)$$

Tudjuk, hogy a hangtér (2.6) Helmholtz-egyenlet alapján

$$\nabla^2 P(\mathbf{r}) = -k^2 P(\mathbf{r}) \quad (2.18)$$

és a Green-függvény (2.13) definíciója alapján

$$\nabla^2 G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_A) = -4\pi\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_A) - k^2 G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_A). \quad (2.19)$$

Ezeket az előző egyenletbe helyettesítve:

$$\begin{aligned} \int_V \{P(\mathbf{r})(-4\pi\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_A) - k^2 G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_A)) + k^2 P(\mathbf{r})G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_A)\} dV = \\ \int_S \{G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_A)\nabla P(\mathbf{r}) - \nabla G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_A)P(\mathbf{r})\} \mathbf{n}_b dS. \end{aligned} \quad (2.20)$$

Látható, hogy a bal oldalon a $k^2 P(\mathbf{r})G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_A)$ tagok kiejtik egymást. Egyszerűsítés és (-1) -gyel való szorzás után:

$$4\pi \int_V \{\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_A)P(\mathbf{r})\} dV = \int_S \{\nabla G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_A)P(\mathbf{r}) - G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_A)\nabla P(\mathbf{r})\} \mathbf{n}_b dS. \quad (2.21)$$

A bal oldalra alkalmazzuk az \mathbf{y} pontbeli Dirac-delta definíció szerinti tulajdonságait:

- csak \mathbf{y} pontban nem nulla értékű
- az egész térfogatra integrálva az eredmény egységnyi: $\int_V \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}) dV = 1$.

Ezalapján az egyenlet bal oldala az alábbi értékeket veheti fel:

$$\int_V \{\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_A)P(\mathbf{r})\} dV = \begin{cases} P(\mathbf{r}_A) & \text{ha } \mathbf{r}_A \in V \\ \frac{1}{2}P(\mathbf{r}_A) & \text{ha } \mathbf{r}_A \in S \\ 0 & \text{ha } \mathbf{r}_A \notin V. \end{cases}$$

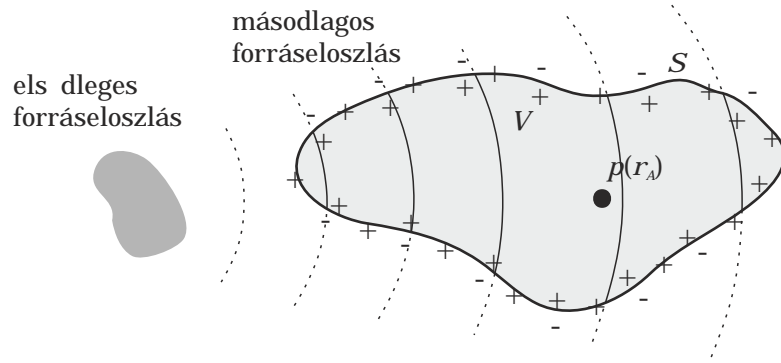
Ez szemléletesen azt jelenti, hogy ha \mathbf{r}_A épp a felületen van, akkor a Dirac-delta fele található a térfogaton belül, a másik fele a térfogaton kívül van. Számunkra most az az eset fontos, amikor \mathbf{r}_A a térfogaton belül van. Ilyenkor az egyenlet bal oldala éppen a vizsgált \mathbf{r}_A pontban kialakuló $P(\mathbf{r}_A)$ hangnyomás. Az egyenlet jobb oldalán $\nabla G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_A)\mathbf{n}_b$ tag a Green-függvény $G'_n(\mathbf{r}|\mathbf{r}_A)$ normális irányú deriváltja, míg a hangtér (2.2) alapegyenlete alapján $\nabla P(\mathbf{r}) = -j\omega\rho_0\mathbf{V}(\mathbf{r})$. A részecskesebesség és a felületnormális skaláris szorzata a normális irányú részecskesebesség, így az egyenlet végül a következőképp módosul:

$$P(\mathbf{r}_A) = \frac{1}{4\pi} \int_S \{P(\mathbf{r})G'_n(\mathbf{r}|\mathbf{r}_A) + j\omega\rho_0 V_n(\mathbf{r})G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_A)\} dS. \quad (2.22)$$

Az egyenlet neve *Kirchhoff-Helmholtz-integrál*, a Helmholtz-egyenlettel teljesen ekvivalens, azaz adott peremfeltételek melletti megoldása megegyezik a differenciálegyenlet azonos peremfeltételek melletti megoldásával.

A Green-függvény alkalmazását a következőképp tehetjük szemléletessé: a Green-függvény segítségével gyakorlatilag a vizsgált felületelem és a belső térfogatelem közötti terjedési út jellemzőit határozzuk meg, azaz a Green-függvény a két pont közötti átvitelt határozza meg. Ez a szemlélet a Green-függvény reciprocitásából származik (az átvitel csak a két pont távolságától függ). Ez az elv az ún. *forrás-nyelő reciprocitás*, vagy *forrás-nyelő felcserélhetőség* [13], amely az adott körülmények között érvényes, de nem áll fenn pl. mozgó közegben terjedő hullámok leírása során, ahol a Green-függvény nem reciprokális. Az utóbbi időkben több cikk is született a Green-függvény számítására ezekre az esetekre is, éppen források és megfigyelési pontok közötti kereszt-korrelációs függvény számítás alapján [51, 52, 53].

Az egyenlet háromdimenziós felírásához a Green-függvény iránymenti deriváltjának meghatározása a feladatunk. Ehhez először a függvény gradiensét kell meghatározni. Vezessük be az



2.3. ábra. Az eredeti hangtér leírása felületi mono- és dipólusokkal a Kirchhoff-integrál alapján

$r = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_A|$ jelölést, így r az aktuális felületelemből az \mathbf{r}_A pontba mutató vektor hossza. A Green-függvény gradiense a láncszabály szerint számítható:

$$\nabla G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_A) = e^{-jkr} \frac{1 + jkr}{r^2} \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_A}{r}. \quad (2.23)$$

A függvény normális irányú komponense $(\mathbf{r} - \mathbf{r}_A)$ -nak \mathbf{n}_b -vel vett skalárszorzata:

$$G'_n(\mathbf{r}|\mathbf{r}_A) = e^{-jkr} \frac{1 + jkr}{r^3} |\mathbf{r} - \mathbf{r}_A| |\mathbf{n}_b| \cos \varphi = e^{-jkr} \frac{1 + jkr}{r^2} \cos \varphi. \quad (2.24)$$

Az iránymenti deriváltat és a Green-függvény analitikus alakját az előző egyenletbe írva a kapott végeredmény:

$$P(\mathbf{r}_A, \omega) = \frac{1}{4\pi} \int_S \left\{ P(\mathbf{r}, \omega) \frac{1 + jkr}{r^2} \cos \varphi e^{-jkr} + j\omega \rho_0 V_n(\mathbf{r}, \omega) \frac{e^{-jkr}}{r} \right\} dS. \quad (2.25)$$

Az egyenlet nagy jelentőséggel bír, neve: *Kirchhoff-integrálegyenlet* (vagy másképpen: Kirchhoff-Fresnel-integrál).

Látható, hogy közvetlen kapcsolatot ír le a térfogat tetszőleges pontjában kialakuló hangnyomás és a határoló felületen létrejövő hangnyomás és részecske sebesség között, hiszen azt állítja, hogyha egy V térfogatot határoló S felület minden pontjában ismert a $P(\mathbf{r}, \omega)$ hangnyomás és a $V_n(\mathbf{r}, \omega)$ normális irányú részecske sebesség, akkor a teljes felületen végrehajtott felületi integrál kiértékelésével adott frekvencián meghatározható a térfogat belsejében tetszőleges A pontban kialakuló hangnyomásérték.

Ismert, hogy a Q forraserősségű akusztikai monopólus, amely egy infitezimálisan kicsi sugaró lélegző gömb, ω körfrekvencián, a forrástól r távolságra

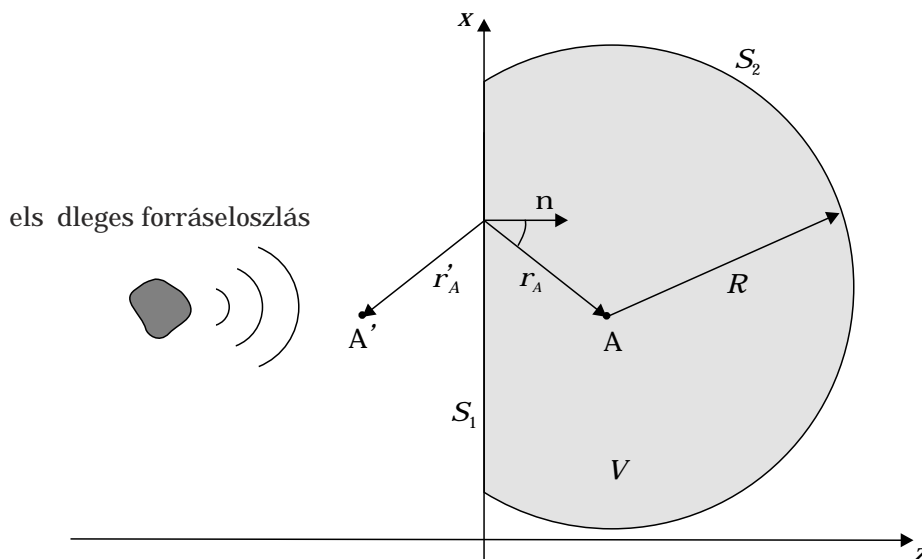
$$P_m(r, \omega) = Q \frac{j\omega \rho_0}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} \quad (2.26)$$

hangnyomást hoz létre, míg egy μ nyomatékú dipólus, amely két végtelenül közel helyezett ellenfázisú monopólus nyomásteret:

$$P_d(r, \omega) = \frac{\mu j\omega \rho_0}{4\pi} \frac{1 + jkr}{r} \cos \varphi \frac{e^{-jkr}}{r}. \quad (2.27)$$

Megfigyelhető, hogy a Kirchhoff-integrál integrandusának bal oldala egy $P(\mathbf{r}, \omega)/j\omega \rho_0$ nyomatékú dipóluseloszlást, míg jobb oldala egy $V_n(\mathbf{r}, \omega)$ forraserősségű monopóluseloszlást reprezentál a felületen. Ezek a mono- és dipólusok együttesen alkotják a *másodlagos forráseloszlást*, amelyek létrehozzák az elsődleges forráseloszlás hangterét. A Kirchhoff-integrál így szemléletesen átírható a következő formába:

$$P(\mathbf{r}_A, \omega) = \int_S \frac{P(\mathbf{r}, \omega)}{j\omega \rho_0} P_d(r, \omega) dS + \int_S V_n(\mathbf{r}, \omega) P_m(r, \omega) dS. \quad (2.28)$$



2.4. ábra. Elrendezés a Kirchhoff-integrál egyszerűsítésére

A levezetésben láttuk, hogy ha \mathbf{r}_A pont a térfogaton kívül van, a Dirac-delta tulajdonságaiból eredően a (2.28) egyenlet bal oldala azonosan zérus, azaz a térfogaton kívül a tér nyugalmi állapotban van. Ez úgy is felfogható, hogy a 2.3 ábrán látható módon, a felületen elhelyezkedő monopólusok és dipólusok a térfogaton belül konstruktívan interferálnak, míg a dipólusok a térfogaton kívül ellentétes fázisban vannak a monopólusokkal, így a térfogaton kívül kioltják egymás hangterét.

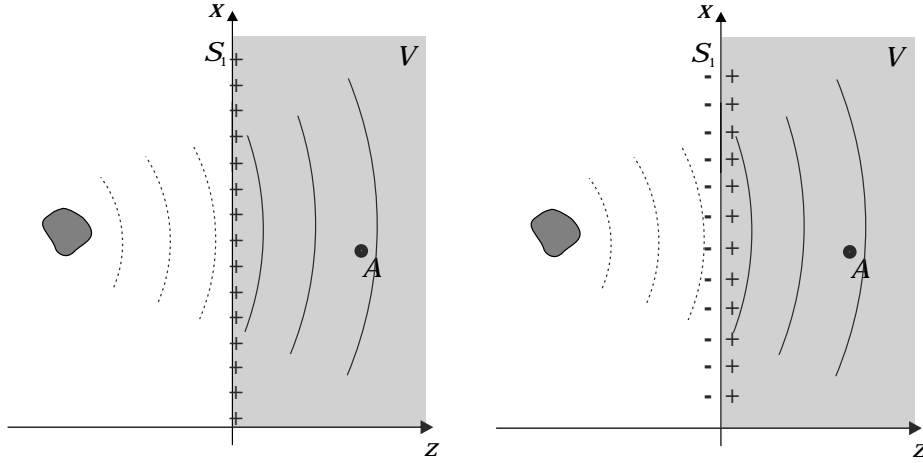
Annak az árán, hogy a térfogaton kívül létrejövő hangtér nem zérus értékű, bizonyos elrendezés esetén lehetőségünk adódik vagy a monopólusok, vagy a dipólusok elhagyására úgy, hogy a lesugárzott tér nem változik. Ez azt jelenti, hogy a lesugárzott hangtér pusztán mono-, vagy dipólusokkal előállítható. Ezeket az integrálegyenleteket Rayleigh I. és II. integrálegyenleteknek nevezzük.

2.3.2. A Rayleigh integrálegyenletek

Vizsgáljuk egy végtelen kiterjedésű végtelen merev fal által lesugárzott hangteret. Ebben az esetben a tér olyan szimmetria tulajdonságokkal bír, hogy a Kirchhoff-integrálban egyszerűsítéseket végezhetünk el. A vizsgált elrendezés a 2.4 ábrán látható.

Ez az egyszerű beltéri lesugárzási probléma egy speciális változata. Tegyük fel, hogy a szintetizáló hangterű elsődleges források a $z < 0$ féltérben helyezkednek el. A megfigyelt V térfogatú hangtér az ábrán látható módon a $z > 0$ féltérben helyezkedik el, amelyet az S_1 sík felület és az S_2 csonka gömbfelület határol. A gömb R sugarát minden határon túl növelve élhetünk a Sommerfeld-féle sugárzási feltétellel, azaz a gömbfelületen létrejövő hangnyomás és részecske sebesség $R \rightarrow \infty$ esetén zérushoz tart. Ez azt jelenti, hogy ezekről a falakról visszaverődés nem történik: az állandósult hangtér egyenlő a merev fal által lesugárzott hangtérrel. Matematikailag ez azt jelenti, hogy a Kirchhoff-integrálegyenlethez egyedül az S_1 síkfelület járul hozzá, tehát az integrálást elegendő az S_1 felületre, a $z = 0$ síkban elvégezni.

Az egyszerűsítések elvégzéséhez írjuk fel a Kirchhoff-integrált két pontban vizsgált hangnyomás összegeként. Ha a két pont közül az egyik (ábrán A' pont) a vizsgált térfogaton kívül, $z < 0$ féltérben helyezkedik el, akkor ebben a pontban az előző bekezdésben látható okokból a nyomásérték zérus, a Kirchhoff-integrálegyenlet bal oldala változatlan marad. Mivel mind az integrálás, mind a differenciálás lineáris operátorok, az egyenlet jobb oldalán két integrál felírása helyett a Green-függvényt a két pontra vett Green-függvények összegével helyettesíthetjük. Az egyenletben



2.5. ábra. A Rayleigh I. és II. integrál szemléltetése

így F függvény a térfogaton kívüli $\mathbf{r}_{A'}$ pont Green-függvénye

$$P(\mathbf{r}_A, \omega) = \int_{S_1} P(\mathbf{r}, \omega) \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} \left\{ \frac{e^{-jkr}}{r} + F \right\} - j\omega\rho_0 V_n(\mathbf{r}, \omega) \left\{ \frac{e^{-jkr}}{r} + F \right\} dS. \quad (2.29)$$

Az egyenletben $r = |\mathbf{r}_A|$. Ahhoz, hogy a hangtér a vizsgált térrészen belül pusztán monopólusokkal előállítható legyen, a Green-függvény F tagját, így A' monopólust úgy kell megválasztani, hogy az integrandus bal oldala kinullázódjon, így a Kirchhoff-integrálban a dipólusok hatását megszüntethetjük. Ez következőképp írható fel.

$$F = -\frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} \left\{ \frac{e^{-jkr}}{r} \right\}. \quad (2.30)$$

Ez a feltétel teljesül, ha F függvény az A pont S_1 síkra vett A' tükörképének a terét írja le:

$$F = \frac{e^{-jkr'}}{r'}, \quad (2.31)$$

ahol $r' = |\mathbf{r}_{A'}|$. Könnyen belátható, hogy az így megválasztott elrendezésre teljesül, hogy $r' = r$, így

$$\frac{e^{-jkr'}}{r'} + \frac{e^{-jkr}}{r} = 2\frac{e^{-jkr}}{r}, \quad (2.32)$$

miközben a deriváltak ellenkező előjele miatt fennáll, hogy

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} \frac{e^{-jkr}}{r} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} \frac{e^{-jkr'}}{r'} = 0. \quad (2.33)$$

Ezeket a Kirchhoff-integrálba helyettesítve integrandus bal oldala eltűnik, míg jobb oldala kétszeres súllyal jelenik meg. Az így kapott egyenletet nevezzük a *Rayleigh I.* integrálegyenletnek [6]:

$$P(\mathbf{r}_A, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{S_1} j\omega\rho_0 V_n(\mathbf{r}, \omega) \frac{e^{-jkr}}{r} dS. \quad (2.34)$$

Az egyenlet a következőt állítja: pusztán az S_1 sík mentén elhelyezett *monopóluselozlás* hangterének összegeként a $z < 0$ féltérben elhelyezkedő elsődleges forrás hangtere a $z > 0$ féltérben előáll, ha monopólusokat az elsődleges forrás által a határolósíkon létrehozott normális irányú részecske-sebesség kétszeresével vezéreljük. Természetesen szem előtt kell tartani, hogy a teljes Kirchhoff-integrálegyenlettel ellentétben a Rayleigh I. integrál nem garantálja, hogy a $z > 0$ féltéren kívül a

hangtér jellemzők azonosan zérus értékűek, hiszen az S_1 mentén elhelyezett monopólusok a belső hangtér tükörképét sugározzák a $z < 0$ irányba.

Formálisan teljesen hasonló módon kell eljárni a monopólusok hatásának megszüntetéséhez. Ekkor a Green-függvény F tagjának iránymenti deriváltjának egyenlőnek kell lennie e^{-jkr}/r normálisirányú deriváltjával, míg abszolútértékének annak (-1) -szeresének kell lennie. Értelemszerűen ez teljesül az A' -ba helyezett, ellenfázisban vezérelt monopólusra, amelynek hangtere:

$$F = -\frac{e^{-jkr'}}{r'}. \quad (2.35)$$

A függvényt a Kirchhoff-integrálba helyettesítve ezúttal az integrandus jobb oldala tűnik el, bal oldala kétszeresen jelenik meg:

$$P(\mathbf{r}_A, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{S_1} P(\mathbf{r}, \omega) \frac{1 + jkr}{r^2} \cos \varphi e^{-jkr} dS. \quad (2.36)$$

Ez az egyenlet a *Rayleigh II.* integrálegyenlet. Az egyenlet ezúttal azt állítja, hogy a térfogaton belüli hangtér előállítható a felületen elhelyezett dipóluseloszlással, amelyeket a felületen létrejövő hangnyomás kétszeresével kell vezérelni. Természetesen a dipóluseloszlás $z < 0$ irányba a hangtér ellenfázisú tükörképét fogja sugározni, lévén nincs, ami ebben az irányba azt kioltaná.

Az \mathbf{r}_A pontban kialakuló hangteret írja le a Rayleigh III. és Rayleigh IV. integrálegyenlet is: A Rayleigh III. egyenlet az \mathbf{r}_A pontban kialakuló részecskesebességet fejezi ki a határoló felületen létrejövő hangnyomás segítségével, míg a Rayleigh IV. integrál az \mathbf{r}_A pontban létrejövő részecskesebesség és a felületen létrejövő normális irányú részecskesebesség között teremt összefüggést [50].

2.4. A vezérlőoperátorok számítása

Az Rayleigh I. integrál leírja, hogyan állítható elő egy elsődleges forrás hangtere a végtelen féltérben egy felületmenti monopóluseloszlás segítségével. Ez már a hangtér szintézisre alkalmas összefüggés lenne, ha a teljes falon tudunk forrásokat elhelyezni. Ekkor egyszerűen, a virtuális forrás által a falon létrehozott normális részecskesebesség kétszeresével vezérelve a fal menti monopólusokat a virtuális forrás tere visszaállítható. A gyakorlatban azonban nem egy teljes fal mentén, hanem egy vonal mentén helyezünk el hangforrásokat. Ez egy átmeneti eset a két- és háromdimenziós szintézis között. Célszerű tehát megvizsgálni a pusztán kétdimenziós esetet is.

2.4.1. A kétdimenziós hangtér-szintézis

Kétdimenziós hullámterjedésre jó példa, ha a vízbe tartott ujjunkat oda-vissza mozgatjuk: a kialakuló hullámtér a forrásra – jelen esetben a vízfelszínre merőleges ujjunkra – hengerszimmetrikus, csak két koordináta függvénye, a kialakuló hullámtér ideális esetben minden a forrásra merőleges síkban azonos. Ez már előre vetíti, hogy a kétdimenziós monopólus háromdimenzióban végtelen hosszú vonalforrássá fajul.

Kétdimenziós hullámterjedési probléma esetén a kétdimenziós Rayleigh-integrálok írhatóak fel, amelyek a (2.22) Kirchhoff–Helmholtz-integrálból a kétdimenziós Green-függvények alkalmazásával a háromdimenziós esettel analóg módon számíthatóak. A kétdimenziós Helmholtz-egyenlet szabadtéri Green-függvénye a következő alakú:

$$G_{2D}(\mathbf{r}|\mathbf{r}_A) = -j\pi H_0^{(2)}(k|\mathbf{r} - \mathbf{r}_A|), \quad (2.37)$$

ahol $H_0^{(2)}$ a már ismert nulladrendű másodfajú Hankel-függvény. Ez az egyenlet a kétdimenziós monopólus terét írja le, amely háromdimenziós térben végtelen hosszú vonalforrás. A Kirchhoff integrál a vizsgált elrendezésben egy zárt görbe menti vonalintegrállá fajul, amelyben a Green-függvény az előbb bevezetett Hankel-függvény [42]:

$$P(\mathbf{r}_A, \omega) = \frac{1}{4\pi} \int_L j\omega V_n(\mathbf{r}, \omega) (-j\pi H_0^{(2)}(kr)) + P(\mathbf{r}, \omega) (-jk\pi \cos \varphi H_1^{(2)}(kr)) dL. \quad (2.38)$$

Az integrandus jobboldali tagja a Hankel-függvény normális irányú deriváltja, a háromdimenziós esettel analóg módon egy végtelen dipólus vonalforrás terét írja le. A Hankel-függvény a távotérben közelíthető aszimptotikus sorfejtésével [1, 16]:

$$-j\pi H_0^{(2)}(kr) \approx \sqrt{\frac{2\pi}{jk}} \frac{e^{-jkr}}{\sqrt{r}}, \quad (2.39)$$

valamint

$$-j\pi H_1^{(2)}(kr) \approx \sqrt{2\pi jk} \cos \varphi \frac{e^{-jkr}}{\sqrt{r}}. \quad (2.40)$$

A sorfejtés eredménye azt mutatja, hogy a kétdimenziós forrás amplitúdója lassabban cseng le, mint háromdimenzióban. Ez várható, hiszen kétdimenzióban az egyes részecskéknek eggyel kevesebb a mozgási szabadsági foka, a kinetikus energiájuk kevesebb szomszédjuk között szóródik.

A közelítéseket alkalmazva az előző szakaszban látható módon a Kirchhoff-integrál egyszerűsíthető. Így a Rayleigh I integrál kétdimenziós alakja

$$P(\mathbf{r}_A, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} j\omega V_n(\mathbf{r}, \omega) (-j\pi H_0^{(2)}(kr)) dx \approx \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} j\omega V_n(\mathbf{r}, \omega) \sqrt{\frac{2\pi}{jk}} \frac{e^{-jkr}}{\sqrt{r}} dx, \quad (2.41)$$

míg a Rayleigh II integrál kétdimenzióban

$$P(\mathbf{r}_A, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} P(\mathbf{r}, \omega) (-jk\pi \cos \varphi H_1^{(2)}(kr)) dx \approx \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} P(\mathbf{r}, \omega) \sqrt{2\pi jk} \cos \varphi \frac{e^{-jkr}}{\sqrt{r}} dx. \quad (2.42)$$

A Rayleigh-integrálok jelentése ebben az esetben: egy külső monopólus forrás által egy síkban előállított hangnyomás szintetizálható egy vonal mentén elhelyezkedő a síkra merőleges végtelen hosszú vonalforrások, vagy dipól vonalforrások segítségével. Ehhez a monopólusokat az elsődleges forrás által létrehozott normális irányú részecskesebességgel, a dipólusokat a létrehozott hangnyomással kell vezérelni. Monopólusokra tehát a normális irányú részecskesebességek számítása szükséges. Ennek alakja [42]:

$$V_n(\Delta \mathbf{r}, \omega) = -\frac{\pi}{\rho_0 c} \cos \varphi H_1^{(2)}(k\Delta r). \quad (2.43)$$

Ez alapján (2.41) egyenletbe ezt visszahelyettesítve az egyes monopólusok $Q_{2D}(\mathbf{r}, \omega)$ vezérlőoperátora:

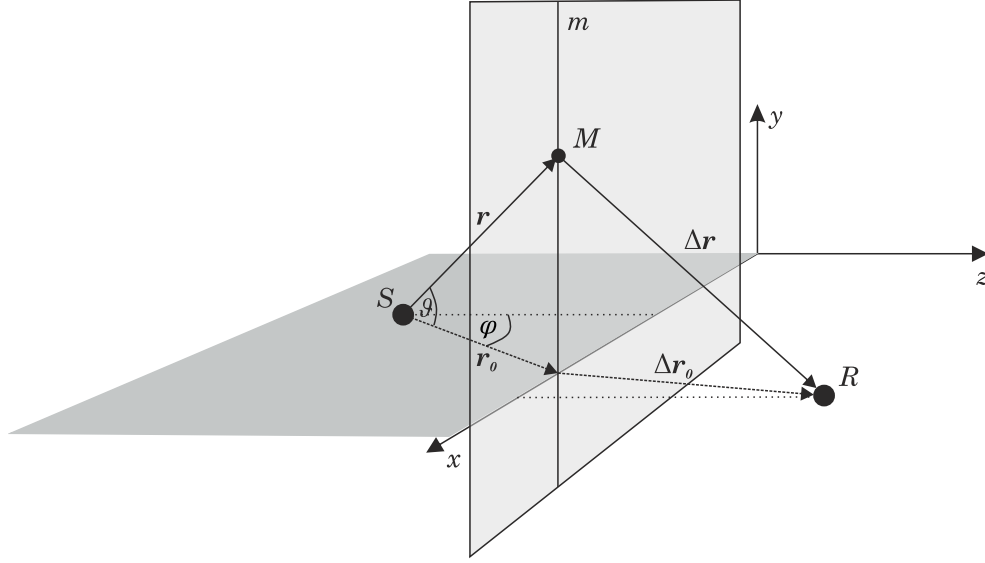
$$Q_{2D}(\mathbf{r}, \omega) = -\frac{jk}{2} \cos \varphi H_1^{(2)}(k\Delta r) \approx \sqrt{\frac{jk}{2\pi}} \cos \varphi \frac{e^{-jk\Delta r}}{\sqrt{\Delta r}}. \quad (2.44)$$

A másodlagos monopólusokra tehát ezt kiértékelve a források mögött kétdimenziós monopólus tere szintetizálható.

2.4.2. A háromdimenziós hangtérszintézis

Láthattuk, hogy kétdimenzióban egy síkban egyenes vonal mentén elhelyezett monopólusok (vagy dipólusok) segítségével egy virtuális forrás tere előállítható. Háromdimenzióban ugyanehhez végtelen hosszú vonalforrásokra lenne szükség, ami természetesen nem megvalósítható. A gyakorlatban egy vízszintes vonal mentén elhelyezett háromdimenziós monopólusokkal – amelyek kisfrekvencián dinamikus hangszórókkal jól közelíthetők – próbáljuk az eredeti forrás hangterét visszaállítani. Ez természetesen csak a források síkjában lehetséges: így visszaértünk a kétdimenziós hangtérszintézishez, amelyhez azonban kétdimenziós vonalforrásokra lenne szükség. Mint a következőkben látható lesz emiatt a másodlagos forráseltérés miatt a síkban a háromdimenziós monopólusokkal a virtuális forrás terét csak közelítőleg állíthatjuk vissza. Ahhoz, hogy ezt megtehesük a háromdimenziós forrásokat az ún. $2\frac{1}{2}$ -dimenziós vezérlőfüggvényeit számítjuk. Az elnevezés onnan származik, hogy kétdimenziós hangtérszintézist próbálunk megvalósítani háromdimenziós másodlagos forráseloszlással.

Az általános vezérlőoperátorok származtatásához az alapfeladatot a következőképp fogalmazzuk meg, először háromdimenzióban, a 2.6 ábrán látható jelölésekkel: tudjuk, hogy a szintézis



2.6. ábra. A vizsgált elrendezés a vezérlőoperátor számításához

síkjában fekszik S pozícióban az elsődleges forrás és az R megfigyelő pozíció is. Általánosan az elsődleges S forrás által létrehozott hangteret a következő egyenlet írja le:

$$P(\mathbf{r}, \omega)_{\text{prim}} = S(\omega)G(\varphi, \vartheta, \omega) \frac{e^{-jkr}}{r}, \quad (2.45)$$

ahol $S(\omega)$ a forrás jelének Fourier-transzformáltja, $G(\varphi, \vartheta, \omega)$ a forrás iránykarakterisztikáját írja le gömbi koordinátarendszerben. Célunk, hogy tetszőleges R -ben ez a hangnyomás megegyezzen az $z = 0$ sík mentén elhelyezkedő másodlagos forráseloszlás által létrehozott hangnyomással, amelyet a Rayleigh I. integrál ad meg $z = 0$ felületre felírva:

$$P(\mathbf{r}, \omega)_{\text{sec}} = \frac{1}{2\pi} \int_{xy} j\omega\rho_0 V_n(\mathbf{r}, \omega) \frac{e^{-jk\Delta r}}{\Delta r} dx dy, \quad (2.46)$$

ahol $V_n(\mathbf{r}, \omega)$ az elsődleges forrás által létrehozott normális irányú részecskesebesség a $z = 0$ síkon. Így az elsődleges hangforrás tere a másodlagos források terének összegeként szintetizálható. Elsőként tehát a $V_n(\mathbf{r}, \omega)$ normális részecskesebesség meghatározása a célunk. A hangtér (2.2) alapegyenlete alapján ismert, hogy

$$j\omega\rho_0 V_n(\mathbf{r}, \omega) = -\frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} p(\mathbf{r}, \omega)_{\text{prim}} = -S(\omega) \frac{\partial}{\partial z} \left(G(\varphi, \vartheta, \omega) \frac{e^{-jkr}}{r} \right). \quad (2.47)$$

A z iránymenti deriváltak kiértékeléséhez gömbi koordinátarendszerről vissza kell váltani Descartes-koordinátarendszerbe, ahol $\varphi = \arctan \frac{x}{z}$ és $\vartheta = \arctan \frac{y}{\sqrt{x^2+z^2}}$. Az iránymenti derivált ekkor a következő alakú:

$$j\omega\rho_0 V_n(\mathbf{r}, \omega) = S(\omega) \frac{e^{-jkr}}{r} \left(\frac{\sin \varphi}{r \cos \vartheta} \frac{\partial G}{\partial \varphi} + \frac{\cos \varphi \sin \vartheta}{r} \frac{\partial G}{\partial \vartheta} + \frac{1 + jkr}{r} G \cos \varphi \cos \vartheta \right). \quad (2.48)$$

A fenti egyenlet leírja a $z = 0$ síkon létrejövő részecskesebességet. Ha az alkalmazott másodlagos források egy végtelen fal mentén helyezkednének el, akkor az így vezérelt monopólusokkal az elsődleges forrás tere tökéletesen reprodukálható lenne. Az eredményt behelyettesíthetjük a (2.46) egyenletbe, ami így felírható a következő alakban:

$$P(\mathbf{r}, \omega) = \int_{xy} Q_{3D}(r, \omega) \frac{e^{-jk\Delta r}}{\Delta r} dx dy, \quad (2.49)$$

ahol

$$Q_{3D}(r, \omega) = \frac{1}{2\pi} S(\omega) \frac{e^{-jkr}}{r} \left(\frac{\sin \varphi}{r \cos \vartheta} \frac{\partial G}{\partial \varphi} + \frac{\cos \varphi \sin \vartheta}{r} \frac{\partial G}{\partial \vartheta} + \frac{1 + jkr}{r} G \cos \varphi \cos \vartheta \right) \quad (2.50)$$

a monopólusok háromdimenziós vezérlőoperátora: a $z = 0$ fal mentén elhelyezett monopólusokat így vezérelve azok terének összegeként a fal mögötti G iránykarakterisztikájú forrás hangtere a fal előtt tökéletesen visszaállítható.

2.4.3. A $2\frac{1}{2}$ -dimenziós hangtérszintézis

A gyakorlatban a szintézishez a teljes fal mentén forrásokat elhelyezni túl költséges lenne. Ehelyett a másodlagos források csak egy vonal mentén, a virtuális forrás és a hallgató közös $y = 0$ síkjának és a $z = 0$ síknak metszéspontján helyezkednek el. Mivel ezután a virtuális forrás, a hallgató és az összes másodlagos forrás is az $y = 0$ síkban helyezkednek el, így ezt a síkot, amelyben az eredeti hangteret reprodukálni akarjuk a *szintézis síkjának* nevezzük.

Ez a közelítés a források jelentős részének elhagyását jelenti. Ahhoz, hogy a reprodukált hangtér közelítően megegyezzen a virtuális forrás terével, az összes elhagyott másodlagos forrás hatását „bele kell csomagolni” a vízszintes, $y = z = 0$ mentén elhelyezkedő vonalforrás egyes pontjaiba. Így jutunk az ún. $2\frac{1}{2}$ -dimenziós vezérlőoperátorokhoz. Az approximáció lényege az, hogy a vonalforrás minden pontja közelítően tartalmazza az összes alatta és fölötté elhelyezkedő eredeti másodlagos források hatását, így a felületi forráseloszlást oszloponként az oszlop középpontjába redukáljuk.

Ezt úgy valósíthatjuk meg, hogy a Rayleigh I. integrált először az y irányú, a 2.6 ábrán m -mel jelölt vonal mentén értékeljük ki, így a maradék tag egy x -irányú vonalintegrál, amely már explicite tartalmazza a források x -től függő vezérlőfüggvényeit:

A (2.49) integrál látható, hogy felírható a következő általános alakban:

$$P(\mathbf{r}, \omega) = S(\omega) \int_{xy} F(r, \varphi, \vartheta) e^{-jk(r+\Delta r)} dx dy. \quad (2.51)$$

Az egyenletben $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z_0^2}$, hasonlóan $\Delta r = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z_0^2}$. Ez rögzített x_0 -ra csak y -koordináta függvénye és így egy oszcilláló függvény $\pm\infty$ közötti vonalintegrálját írja le. A vizsgált elrendezés és a kiintegrálandó függvény jellege a 2.7 ábrán látható monopólus elsődleges forrás esetére. Az ilyen alakú integrálokra ad közelítő analitikus megoldást az *stacionárius fázis módszer*.

A stacionárius fázis módszer. A stacionárius fázis módszer [17, 27, 55] az aszimptotikus analízis egy alapvető összefüggése, a következő alakú függvények integráljára ad közelítő megoldást:

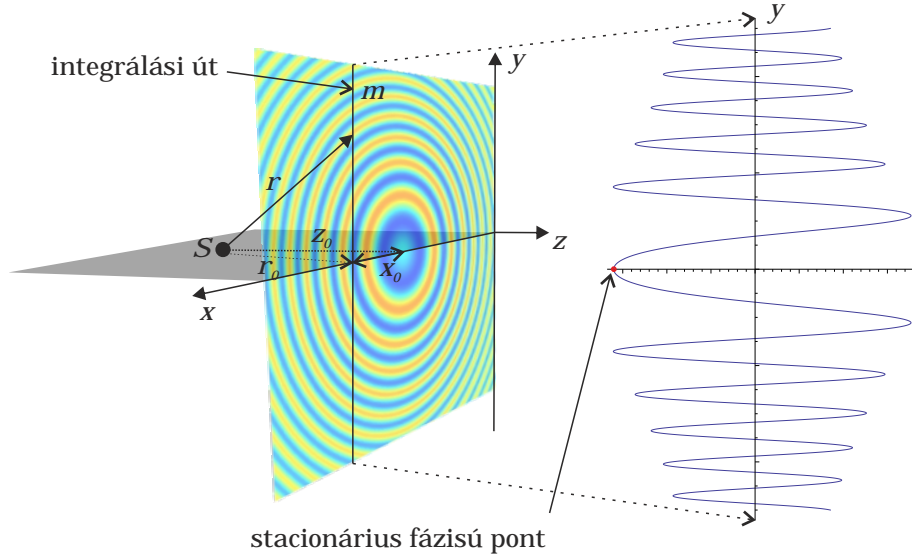
$$I = \int_{-\infty}^{\infty} F(y) e^{-j\phi(y)} dy, \quad (2.52)$$

ahol $F(y)$ és $\phi(y)$ valós értékű, folytonos függvények, valamint $F(y)$ lassabban változó függvény, mint $\phi(y)$. Az approximáció lényege az, hogy a $e^{j\phi(y)}$ alakú oszcillátorok integrálja önmagában zérus. Ha teljesül, hogy $\phi(y)$ gyorsabban változó függvénye y -nak, mint $F(y)$, akkor az integrálási út nagy részén az integrandus zérus, hiszen az oszcilláció átlagértéke nulla. A leginkább számottevő hozzájárulása az integrálhoz azoknak a részeknek van, ahol a fázis állandó, azaz $\frac{\partial \phi(y)}{\partial y} = 0$. Ezek a stacionárius fázisú pontok, inentől y_s . A stacionárius fázisú pontokra tehát igaz, hogy

$$\phi'(y_s) = 0. \quad (2.53)$$

Mivel az alapfeltétele az eljárásnak, hogy $F(y)$ lassan változó függvénye y -nak, ezért x_s környezetében a függvény konstansnak tekinthető, amelynek értéke $F(y_s)$. Emiatt $F(y_s)$ az integrálás elé kiemelhető. Az integrál kiértékeléséhez a $\phi(y)$ függvényt a másodfokú y_s körüli Taylor-sorával közelítjük:

$$\phi(y) \approx \phi(y_s) + \phi'(y_s)(y - y_s) + \frac{1}{2} \phi''(y_s)(y - y_s)^2. \quad (2.54)$$



2.7. ábra. A kiértékelendő vonalintegrál szemléltetése

A stacionárius pont definíciójából eredően $\phi'(y_s) = 0$, azaz a Taylor-sornak csak a konstans és másodfokú tagja marad meg:

$$\phi(y) \approx \phi(y_s) + \frac{1}{2}\phi''(y_s)(y - y_s)^2. \quad (2.55)$$

Ezt visszahelyettesítve az integrálba az a következőképp alakul:

$$I \approx F(y_s)e^{-j\phi(y_s)} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\phi''(y_s)(y-y_s)^2/2} dy. \quad (2.56)$$

Ez az integrál már analitikusan számítható, az integrál közelítő értéke

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} F(y)e^{-j\phi(y)} dy \approx \sqrt{\frac{2\pi}{j\phi''(y_s)}} F(y_s)e^{-j\phi(y_s)}. \quad (2.57)$$

A $2\frac{1}{2}$ dimenziós vezérlőoperátor. A stacionárius fázis módszert a (2.49) egyenletre kell alkalmazni. Az adott szereposztásban a függvények:

$$F(y) = \frac{1}{2\pi} \frac{S(\omega)}{r\Delta r} \left\{ \frac{\sin \varphi}{r \cos \vartheta} \frac{\partial G}{\partial \varphi} + \frac{\cos \varphi \sin \vartheta}{r} \frac{\partial G}{\partial \vartheta} + \frac{1+jkr}{r} G \cos \varphi \cos \vartheta \right\} \quad (2.58)$$

és

$$\phi(y) = k(r + \Delta r), \quad (2.59)$$

ahol r , Δr , φ , ϑ implicit függ y -től.

A stacionárius fázisú pont megtalálásához a fázisfüggvény deriváltjának zérushelyét keressük:

$$\frac{\partial}{\partial y} k(r + \Delta r) = k \left(\frac{y}{r} + \frac{y}{\Delta r} \right) = 0. \quad (2.60)$$

Ennek jól láthatóan $y_s = 0$ a legegyszerűbb megoldása, így ezt választjuk a stacionárius pontnak. Ez látható a 2.7 ábrán is. A $\phi(y)$ függvény második deriváltja a következő alakú:

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} k(r + \Delta r) = k \left(-\frac{y^2}{\sqrt{r^3}} - \frac{y^2}{\sqrt{\Delta r^3}} + \frac{1}{r} + \frac{1}{\Delta r} \right). \quad (2.61)$$

A stacionárius pont környezetében alkalmazhatjuk a stacionárius fázisú közelítést, azaz (2.49) integrál a következőképp közelíthető:

$$I \approx F(y_0)e^{j\phi(y_0)}\sqrt{\frac{2\pi j}{\phi''(y_0)}}. \quad (2.62)$$

Mivel $y_0 = 0$ ezért $\vartheta = 0$. Az egyes függvények ekkor a 2.6 és 2.8 ábrákon látható jelölésekkel, ahol r_0 és Δr_0 az r és Δr $y = 0$ síkba eső komponensei:

$$\phi(y_0) = -k(r_0 + \Delta r_0), \quad (2.63)$$

$$\phi''(y_0) = -k\frac{r_0 + \Delta r_0}{r_0\Delta r_0}, \quad (2.64)$$

$$f(y_0) = \frac{1}{2\pi} \frac{S(\omega)}{r_0\Delta r_0} \left(\frac{\sin \varphi}{r_0} \frac{\partial G(\varphi, 0, \omega)}{\partial \varphi} + \frac{1 + jkr_0}{r_0} G(\varphi, 0, \omega) \cos \varphi \right). \quad (2.65)$$

Távoltérben, azaz $kr_0 \gg 1$ esetén $f(y_0)$ jobb oldala dominál, így (2.62)-be ezeket behelyettesítve az y -mentén számított integrál a következőképp közelíthető:

$$I \approx \frac{S(\omega)}{2\pi r_0\Delta r_0} \frac{1 + jkr_0}{r_0} G(\varphi, 0, \omega) \cos \varphi e^{-jkr_0} e^{-jk\Delta r_0} \sqrt{\frac{2\pi j r_0 \Delta r_0}{-k(r_0 + \Delta r_0)}}. \quad (2.66)$$

Az elsődleges forrás hangterének közelítéséhez ezt kell már csak az x -tengely mentén integrálni. Az így szintetizált hangtér rendezés után a következőképp alakul:

$$P_{\text{szint}} = S(\omega) \sqrt{\frac{jk}{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{\frac{\Delta r_0}{r_0 + \Delta r_0}} G(\varphi, 0, \omega) \cos \varphi \frac{e^{-jkr_0}}{\sqrt{r_0}} \frac{e^{-jk\Delta r_0}}{\Delta r_0} dx. \quad (2.67)$$

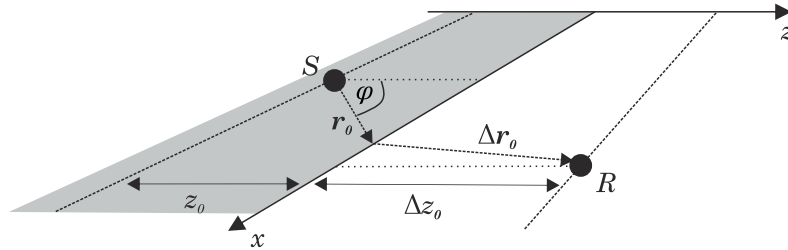
Az egyenlet azt állítja, hogy az x -tengely mentén elhelyezkedő megfelelően vezérelt monopólus sugárzókkal az elsődleges forrás hangtere közelíthető és az így előállított hangtér analitikusan:

$$P_{\text{szint}} = \int_{-\infty}^{\infty} Q_m(x, \omega) \frac{e^{-jk\Delta r}}{\Delta r} dx. \quad (2.68)$$

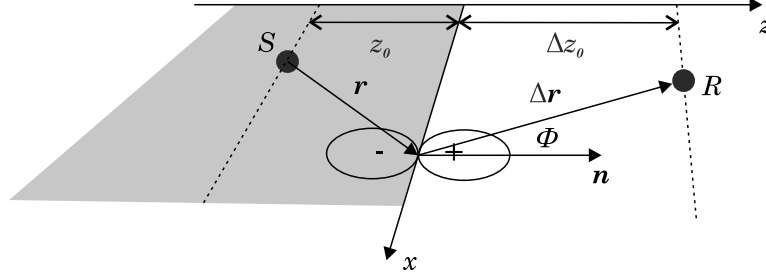
Az egyenletben $Q_m(x, \omega)$ az adott körfrekvencián a másodlagos források keresett vezérlőoperátora:

$$Q_m(x, \omega) = S(\omega) \sqrt{\frac{jk}{2\pi}} \sqrt{\frac{\Delta r}{r + \Delta r}} G(\varphi, 0, \omega) \cos \varphi \frac{e^{-jkr}}{\sqrt{r}}. \quad (2.69)$$

Vegyük észre azonban, hogy a szintézisoperátor Δr_0 függvénye, amely az adott másodlagos forrásból a vizsgált R pontba mutató vektor hossza. Ez azt jelenti, hogy az amplitúdó-helyes szintézishez minden R pozícióhoz különböző erősítésű szintézisoperátor tartozna. Ez természetesen nem megvalósítható, így a gyakorlatban kiválasztunk egy R pontot a vizsgált térrészben és a



2.8. ábra. Egy elsődleges forrás hangterének szintézise vonalmentén elhelyezkedő elsődleges monopólusokkal



2.9. ábra. Egy elsődleges forrás hangterének szintézise vonalmentén elhelyezkedő elsődleges dipólusokkal

másodlagos források vezérlőfüggvényeit erre a pontra vonatkozóan írjuk fel. Ezt a pontot *referenciapontnak* nevezzük. Mivel a referenciapont helye csak a források erősítését befolyásolja, ezért a szintetizált hangtér csak a referenciapontban lesz teljesen a szintetizálandó hangtérrel megegyező, a ponton kívül amplitúdóhibák lépnek fel.

Ahhoz, hogy a szintetizált hangtér ne csak egyetlen pontban legyen teljesen az eredetivel azonos, Start a stacionárius fázisú közelítés ismételt alkalmazásával kiterjesztette a vezérlőoperátort úgy, hogy az amplitúdóhelyes szintézist biztosít minden, a $z = \Delta z_0$ vonal mentén elhelyezkedő R megfigyelési pozícióra [42]. Ezt a vonalat a szintézis *referenciavonalának* nevezzük. Az így kapott szintézisoperátor a 2.8 ábrán látható jelölésekkel:

$$Q_m(x, \omega) = S(\omega) \sqrt{\frac{jk}{2\pi}} \sqrt{\frac{\Delta z_0}{z_0 + \Delta z_0}} G(\varphi, 0, \omega) \cos \varphi \frac{e^{-jkr}}{\sqrt{r}}. \quad (2.70)$$

A vezérlőoperátort a kétdimenziós vezérlőoperátorral összehasonlítva szembevetünk, hogy a két vezérlőoperátor az amplitúdó-korrektions tagot leszámítva teljesen megegyező alakú. Ez azt jelenti, hogy háromdimenziós monopólusokkal háromdimenziós monopólus terét korrigált kétdimenziós vezérlőoperátorokkal állíthatjuk elő a szintézis síkjában. Ez a hasonlóság a forrás-nyelő felcserélhetőségre vezethető vissza.

A vezérlőoperátorok analóg módon számíthatók a Rayleigh II. integrál alapján dipólus másodlagos forráseloszlásra [42]. A vezérelhető dipólus eloszlás által szintetizált hangtér ekkor

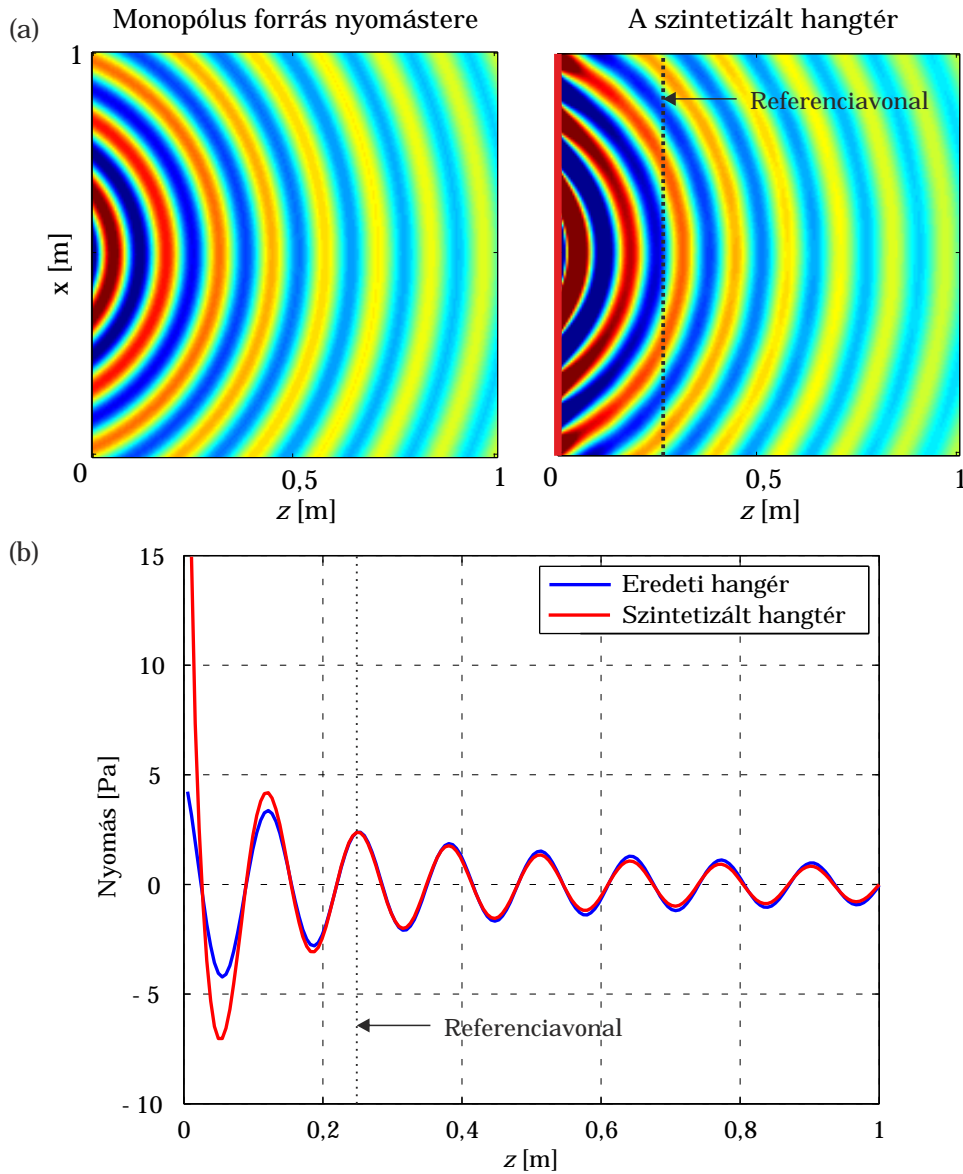
$$P_{\text{szint}} = \int_{-\infty}^{\infty} Q_d(x, \omega) jk \cos \Phi \frac{e^{-jk\Delta r}}{\Delta r} dx, \quad (2.71)$$

ahol Φ a felületelemből a vizsgált pontba mutató vektor és a felületelem normálisa által bezárt szög, míg $Q_d(x, \omega)$ a dipólusok vezérlőoperátora:

$$Q_d(x, \omega) = S(\omega) \sqrt{\frac{1}{2\pi jk}} \sqrt{\frac{\Delta z_0}{z_0 + \Delta z_0}} G(\varphi, 0, \omega) \cos \varphi \frac{e^{-jkr}}{\sqrt{r}}. \quad (2.72)$$

A vezérlőoperátorokat vizsgálva látható, hogy a stacionárius fázisú közelítés a monopólusok esetében egy +3 dB/oktávós szűrést és egy állandó +45°-os késleltetést, dipólusok esetében -3 dB/oktávós szűrést és -45°-os késleltetést és egy távolság gyökével való korrekciót okozott ahhoz, hogy legalább a referenciavonalon amplitúdóhelyes legyen a szintézis. Végül az egyes másodlagos források időtartománybeli vezérlőjelét annyival kell késleltetni, amennyi idő ahhoz kell, hogy a virtuális forrásból induló hullám az adott másodlagos forráshoz érjen, valamint az amplitúdóját ezzel arányosan kell csökkenteni. Ezt a késleltetést-csillapítást állítja be az e^{-jkr}/\sqrt{r} tag.

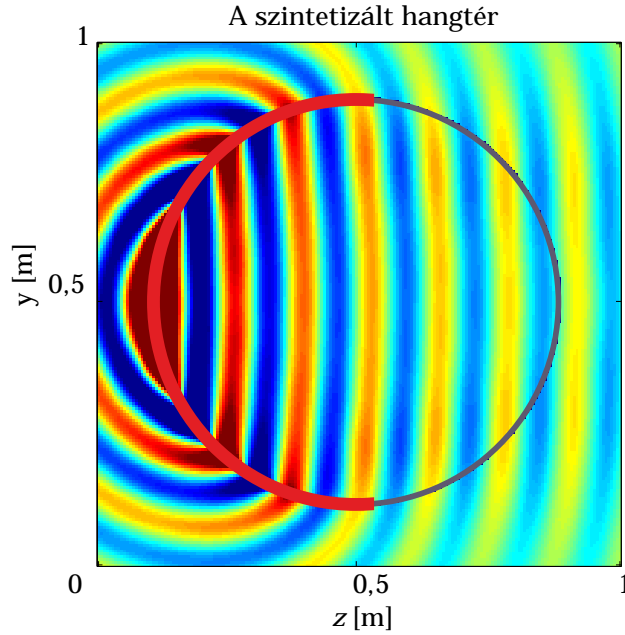
A vezérlőoperátorok működésének vizsgálatához az állandósult állapot számítása a feladatunk nyílt térbe való sugárzaskor. Az erre alkalmazott módszert a létrehozott szimulációs környezetről szóló fejezet vonatkozó bevezetése mutatja be. A következő szimulációs eredmények mind így készültek



2.10. ábra. Monopólus elsődleges forrás eredeti és szintetizált nyomásteré (a) és a hangterek keresztmetszete $x = 0,5$ m vonal mentén (b)

A vezérlőoperátorok működése a 2.10 ábrákon látható, amely egy 2,6 kHz-es $z = -0,2$ m, $x = 0,5$ m pontban elhelyezkedő monopólus hangterét mutatja egy 1x1 méteres szobában. A szintézis során a másodlagos forráseloszlás (piros vonal) az x tengely mentén, $z = 0$ vonalon helyezkedik el, míg a referenciavonal: $\Delta z_0 = 0,25$ m. A 2.10 ábra (a) részén látható, hogy a szintetizált hangtér hullámfrontja a teljes síkban azonos az eredetivel, tehát a szintézis fázishelyesen működik. A 2.10 ábra (b) részén látható, hogy a szintézis valóban csak a Δz_0 referenciavonalon lesz amplitúdóhelyes. A másodlagos forráseloszlás közelében az amplitúdó korrekciós tényező alapján a vártak megfelelően [42] a szintetizált hangtér amplitúdója jóval nagyobb az eredetinel, de a referenciavonal után az eltérés már minimális. Ebből kifolyólag a referenciavonal optimális megválasztásával az amplitúdóhelyes szintézis aránylag jól megvalósítható a hallgatótér nagy részén.

Az eddig leírt vezérlőoperátorok egyenes vonal mentén elhelyezkedő másodlagos forráseloszlásokra vonatkoztak. Spors általánosította a vezérlőoperátort tetszőleges alakú másodlagos forrásel-



2.11. ábra. Monopólus forrás hangtere kör alakú másodlagos forráseloszlás segítségével

oszlásra [32, 33, 40]. Az általa levezetett operátor az \mathbf{r} helyvektorú forrásra:

$$Q_m(\mathbf{r}, \omega) = -2a(\mathbf{r}) \cos \varphi \sqrt{2\pi |\mathbf{r}_{\text{ref}} - \mathbf{r}|} \left(\frac{1}{\sqrt{jkr}} + \sqrt{jkr} \right) S(\omega) \frac{e^{-jkr}}{\sqrt{r}}. \quad (2.73)$$

Az egyenlet jelölései a következők: \mathbf{r}_{ref} a referenciapont helyvektora, $r = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_S|$, a virtuális forrás és aktuális másodlagos forrás távolsága, ahol \mathbf{r}_S a virtuális forrás helyvektora, $\varphi = \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}_S)^T \mathbf{n}(\mathbf{r})}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_S|}$, azaz a virtuális forrásból a vizsgált másodlagos forrásba mutató vektor és a másodlagos forrásnormálisa által bezárt szög, míg

$$a(\mathbf{r}) = \begin{cases} 1 & \text{ha } \varphi < \pi/2 \\ 0 & \text{ha } \varphi > \pi/2 \end{cases}$$

olyan ablakfüggvény, amely biztosítja, hogy a szintézis során csak azok a másodlagos források legyenek aktívak, amelyek a virtuális forrás előtt helyezkednek el. A Spors által számított vezérlőoperátor segítségével szintetizált hangtér a 2.11 ábrán látható. Ebben az esetben az elsődleges virtuális forrás a vizsgált térrészen kívül helyezkedik el, $z = -2$ m, $x = 0,5$ m pontban, míg a szintézis kör alakban elhelyezett monopólus másodlagos forrásokkal történik az ábrán az aktív forrásokat piros színnel jelölve. Látható, hogy a szintézis félkör alakban elhelyezett másodlagos forráseloszlás segítségével is fázishelyesen végrehajtható.

Megmutatható, hogy a vezérlőoperátor $kr \gg 1$ esetén, azaz távoli virtuális forrás esetén átmegy a klasszikus, (2.69) operátorba.

2.5. A fókuszáló operátor

Látható volt, hogy a forrás és hallgató közötti transzmissziós utak iránya felcserélhető. Ez alapján lehetőség van a hullámok fókuszálására, azaz a másodlagos források előtt elhelyezkedő elsődleges források hangterének szintetizálására. Ehhez az ún. *fókuszáló operátor* származtatása szükséges, így az eddig bevezetett vezérlőoperátorokat pedig *nem-fókuszáló vezérlőoperátoroknak* nevezzük.

A vizsgált elrendezés a 2.12 ábrán látható. Egyértelmű, hogy a másodlagos források és az elsődleges forrás közötti $0 < z < z_0$ területen az elsődleges forrás és a másodlagos források által keltett hullámok ellentétes terjedési irányúak. Ezen a területen az irányhelyes szintézis nem lehetséges, bár mint később látható lesz a kívánt hullámfront előállítható itt is fázishelyesen, pusztán a hullám haladási iránya tér el az eredetitől. A $z > z_0$ területen már az elsődleges és másodlagos forrásokból érkező hullámok azonos irányultságúak, ezen a területen a hangtér szintetizálása lehetséges.

A fókuszáló vezérlőoperátor származtatása az előzőekhez hasonló módon történik, az állandó fázisú közelítést alkalmazva [9, 15, 20, 48]. A monopólus másodlagos forrásokkal létrehozott hangtér:

$$P_{\text{szint}} = \int_{-\infty}^{\infty} Q_{\text{m}}^{\text{foc}}(x, \omega) \frac{e^{-jk\Delta r}}{\Delta r} dx, \quad (2.74)$$

ahol $Q_{\text{m}}^{\text{foc}}$ a monopólusok fókuszáló operátora levezetés nélkül:

$$Q_{\text{m}}^{\text{foc}}(x, \omega) = S(\omega) \sqrt{\frac{k}{2\pi j}} \sqrt{\frac{\Delta z_0}{\Delta z_0 - z_0}} \cos \varphi \frac{e^{+jkr}}{\sqrt{r}}. \quad (2.75)$$

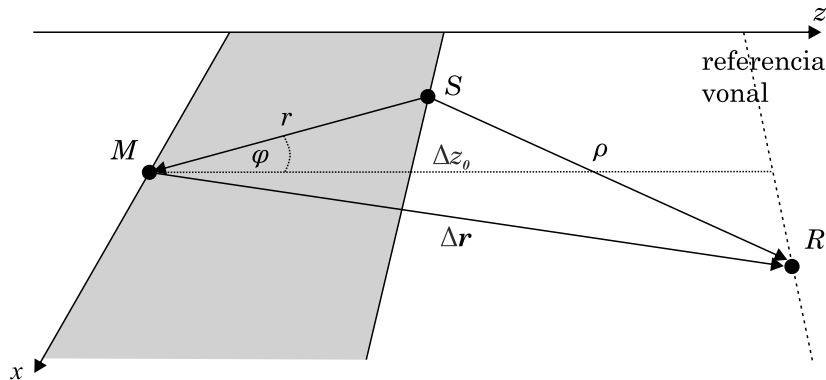
Az ellentétes irányú terjedési irányt a e^{+jkr} tag pozitív kitevője mutatja. A dipólus források által létrehozott hangtér:

$$P_{\text{szint}} = \int_{-\infty}^{\infty} Q_{\text{d}}^{\text{foc}}(x, \omega) jk \cos \varphi \frac{e^{-jk\Delta r}}{\Delta r} dx, \quad (2.76)$$

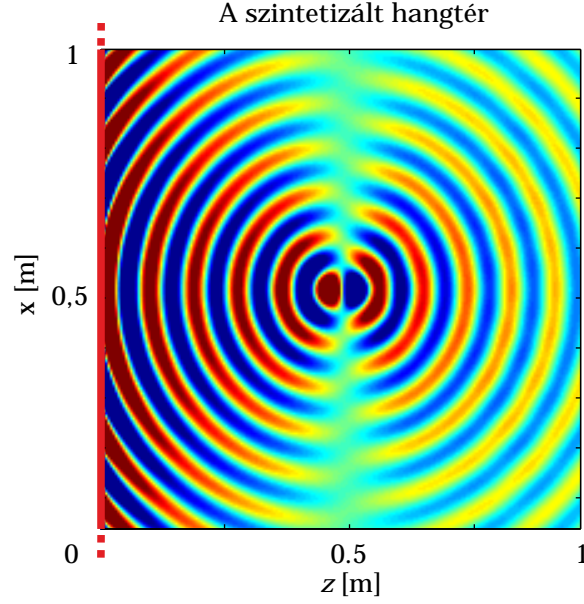
ahol $Q_{\text{d}}^{\text{foc}}$ a dipólusok fókuszáló vezérlőfüggvénye:

$$Q_{\text{d}}^{\text{foc}}(x, \omega) = -S(\omega) \sqrt{\frac{j}{2\pi k}} \sqrt{\frac{\Delta z_0}{\Delta z_0 - z_0}} \cos \varphi \frac{e^{+jkr}}{\sqrt{r}}. \quad (2.77)$$

A fókuszáló operátorok által szintetizált hangtér a 2.13 ábrán látható. A másodlagos forráseloszlás az ábrán piros színnel jelölt. Itt kell megjegyezni, hogy az ábra a végtelen hosszú másodlagos vonalforrás által szintetizált hangteret mutatja. A vizsgált elrendezésben a monopólus elsődleges forrás a másodlagos forráseloszlások előtt, $x = 0,5, z = 0,2$ pontban helyezkedik el. Látható, hogy a kialakuló hullámfront a $z < 0,2$ tartományon is helyes alakú, de ezen a tartományon a hullám a



2.12. ábra. Elrendezés a fókuszáló operátor származtatásához



2.13. ábra. A fókuszáló operátorral vezérelt másodlagos forráseloszlás hangtere

fókuszpont felé halad, tehát épp az eredetivel ellentétes irányú. Az ábrán látható, hogy a hullám a fókuszponton való áthaladás során $+90^\circ$ -os fázistolást szenved.

Érdeemes megvizsgálni az áthaladás előtt a szintetizált hullámalkot. Az elsődleges és másodlagos források közötti területen, tehát $0 < z < z_0$ tartományon kialakuló hangtér vizsgálatához vegyünk fel egy $\hat{\mathbf{r}}(\hat{x}, 0, \hat{z})$ pontot úgy, hogy $0 < \hat{z} < z_0$. Ekkor az ebben a pontban kialakuló hangnyomás a másodlagos források terének összegeként írható fel:

$$P(\hat{\mathbf{r}}, \omega) = S(\omega) \sqrt{\frac{k}{2\pi j}} \sqrt{\frac{\Delta z_0}{\Delta z_0 - z_0}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos \varphi}{\sqrt{r}} \frac{e^{-jk(\hat{r}-r)}}{\hat{r}} dx. \quad (2.78)$$

Az integrál ismét a stacionárius fázisú pont körül közelíthető, így a következő alakra egyszerűsödik:

$$P(\hat{\mathbf{r}}, \omega) = -jS(\omega) \sqrt{\frac{\Delta z_0(z_0 - \hat{z})}{\hat{z}(\Delta z_0 - z_0)}} \frac{e^{+jk\rho}}{\rho} dx, \quad (2.79)$$

ahol $\rho = \sqrt{x_A^2 + (\Delta z_0 - z_0)^2}$. Látható, hogy a szintetizált hangtér valóban, a $\rho = 0$ pont felé haladó konkáv hullámfront konstans $-j$ késleltetéssel. Megfigyelhető, hogy miután a hullám áthaladt a fókuszponton az amplitúdó-korrekciós tényező negatívvá válik, a $-j$ tag eltűnik, így létrejön a szimuláción is látható fázisváltozás.

Mivel a fókuszáló és nem fókuszáló operátorok formailag hasonlóak, lehetőség van a vezérlő-operátort általánosabb formára hozni (ha a forrás iránykarakterisztikája $G(\varphi) = 1$), amely mind fókuszáló, mind nem fókuszáló esetben használható. Ez monopólus másodlagos forrásokra a következő alakú:

$$Q_m^{\text{alt}}(x, \omega) = S(\omega) \sqrt{\frac{\text{sign}(\xi)k}{2\pi j}} \sqrt{\frac{\xi}{\xi - 1}} \cos \varphi \frac{e^{\text{sign}(\xi)jkr}}{\sqrt{r}}, \quad (2.80)$$

ahol $\xi = z_R/z_S$, azaz a referenciavonal és az elsődleges forrás z koordinátájának előjeles hányadosa, amely pozitív értékű fókuszáló, negatív értékű nem fókuszáló esetben. Hasonlóan, az általánosított operátor dipólus másodlagos forrásokra:

$$Q_d^{\text{alt}}(x, \omega) = \frac{S(\omega)}{j} \sqrt{\frac{\text{sign}(\xi)}{2\pi jk}} \sqrt{\frac{\xi}{\xi - 1}} \frac{e^{\text{sign}(\xi)jkr}}{\sqrt{r}}. \quad (2.81)$$

2.6. Összegzés

A fejezetben láthattuk, hogy a Huygens-elv alapján tetszőleges hangtér előállítható a határoló felületen elhelyezett hangforrások segítségével. A megvalósíthatóság érdekében ezt gyakorlatban egy síkban, a szintézis síkjában szokás megvalósítani, amelyhez a sík határoló vonalán elhelyezett másodlagos forráseloszlást alkalmazunk. A két- és háromdimenziós Green-függvények különbözősége miatt az előállított hangtér csak a monopólustól bizonyos távolságra, a referenciavonalon lesz teljesen amplitúdóhelyes. Ezek után a vezérlőoperátorokat úgy számítjuk, hogy az eredeti és a szintetizált hangtér közelítőleg azonos legyen. Láthattuk, hogy ez minden forrásra egy késleltetésből és egy erősítésből áll. Az így számított vezérlőoperátorokkal akár a térben belül elhelyezett virtuális forrás tere is előállítható, így a hanghullámok fókuszálhatók.

3. fejezet

A szintézis járulékos hatásai

3.1. Bevezetés

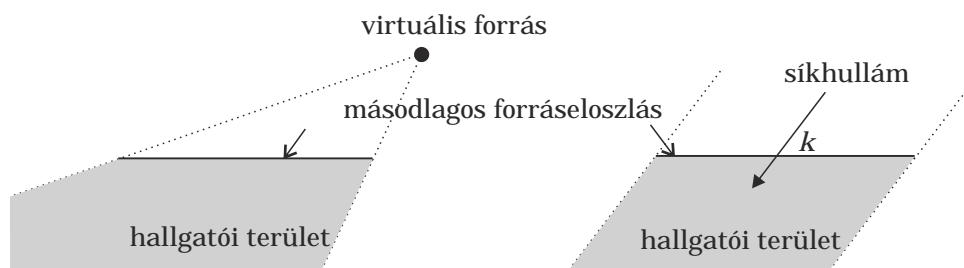
A fejezet a hangtér szintézis járulékos hatásait mutatja be, amelyek a szintézis nem ideális voltából erednek. Ezek részben a másodlagos forráseloszlás diszkrét voltából, részben az ideálisan végtelen hosszú forráseloszlás véges hosszú eloszlással való helyettesítéséből származnak. Ezek közül az első a visszaállítható hullám irányára és frekvenciájára ad korlátot, míg a második a besugározható területet korlátozza. A vonatkozó irodalomban bemutatott javítási lehetőségeket röviden bemutatom.

3.2. A véges apertúraméret hatása

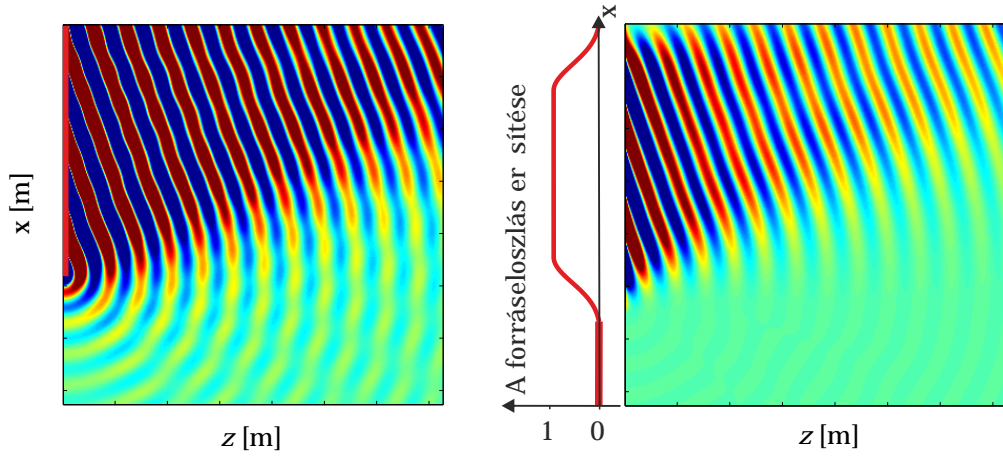
Láthattuk, hogy a stacionárius fázis módszerrel már jelentős közelítéssel éltünk a szintézis során. A vonalon kívüli források elhagyásával egy síkra korlátoztuk a szintézist. A síkon kívül a szintetizált hangtér a másodlagos forráseloszlás, mint tengely körül elforgatva jelenik meg a térben.

Mivel azonban a másodlagos forráseloszlás a vízszintes irányban sem végtelen, ezért a Rayleigh-integrált vízszintes irányban is csak közelíteni tudjuk. A másodlagos vonalmenti forráseloszlás vagy *apertúra* tehát véges, ez pedig a szintézis síkjában meghatározza azt a területet, amelyet az adott forráseloszlással besugározhatunk, vagyis amelyen a hangtér rekonstruálható [48]. A szintetizálható területet azok a pontok határozzák meg amelyekbe a virtuális forrásból húzott egyenes metszi a másodlagos forráseloszlást, vagyis azok a pontok, amelyre a virtuális forrásból a másodlagos forráson keresztül „rálátni”. Ez abból ered, hogy ezek azok a pontok, amelyekre található stacionárius fázisú pont a másodlagos forráseloszláson. Az elv szemléltetése a 3.1 ábrán látható.

Azon a területen, amely az adott másodlagos forráseloszlással nem besugározható diffrakciós jelenségek lépnek fel, ahogy a 3.2 ábrán látható. A diffrakciós hatások olyan gömbhullámokként jelentkeznek, amelyek látszólag a másodlagos forráseloszlás legszélső eleméből származnak. A diff-



3.1. ábra. A besugározható terület pontforrás és síkhullám esetén



3.2. ábra. Diffrakciós jelenség síkhullám szintetizálása során és ennek csökkentése térbeli ablakfüggvényrel

rakciós hullámok intenzitása akár 15 dB-lel is csökkenthető a másodlagos forráseloszlás megfelelő térbeli ablakozásával [50], azaz a szélek felé közeledve a másodlagos források amplitúdóját folyamatosan csökkentve. Ezzel azonban a besugározható területet is jelentősen csökkentjük, így a megoldás nem tökéletes.

A diffrakciós hatások a hallgatói területen csökkenthetők az apertúra szélső elemeinek megfelelő vezérlésével is úgy, hogy azokat a diffrakciót okozó látszólagos monopólussal épp ellentétes fázisban vezérljük [10]. Ezek a vezérlőfüggvények a szokásos jelölésekkel:

$$Q_m(\mathbf{r}_{\text{edge}}, \omega) = S(\omega) \sqrt{\frac{1}{2\pi j k}} \sqrt{\frac{\Delta z_0}{z_0 + \Delta z_0}} \frac{\cos \varphi_{\text{edge}}}{\sin \varphi_{\text{edge}} - \sin \beta_0} \frac{e^{-jk r_{\text{edge}}}}{\sqrt{r_{\text{edge}}}}, \quad (3.1)$$

ahol β_0 egy általunk megválasztott, a másodlagos forráseloszlás normálisával vett szög, amely azt az irányt jelöli ki, amely irányban a diffrakció kompenzáció optimális. A módszer problémája, hogy hatására a diffrakciós hatások a hallgatói területen kívül erősödnek.

Diffrakciós hatás lép fel sarkos másodlagos forráseloszlás esetén, azaz amikor pl. egy szoba két szomszédos falán helyezkednek el a másodlagos források. Ekkor azonban a diffrakciós hullámok jóval kisebb amplitúdójúak, mint az előbb látott esetben.

Látható, hogy az eddigi módszerek a diffrakció csökkentésére nem tökéletesek, csak közelítő megoldások. Épp ezért, saját megoldást dolgoztam ki a problémára, amelyet az elméleti összefoglaló után, a külön fejezetben ismertetek.

3.3. A diszkrét források hatása

Szintén jelentős közelítés a folyamatos forráseloszlás feltételezése. A gyakorlatban a másodlagos források hangszórók, amelyek kis frekvencián a hangszóró membránjának középpontjában elhelyezkedő monopólusként kezelhetők. A legkisebb elérhető távolság így a másodlagos források között átmérőnyi. A másodlagos forráseloszlás tehát diszkrét, a szintetizált hangtér is az egyes források terének integráljából összegzésbe megy át. A források diszkrétizálása egy térbeli mintavételezésként fogható fel, hatását az ismert időbeli mintavételezéssel analóg módon vizsgálhatjuk, amelyre a legmegfelelőbb apparátus a *síkhullám dekompozíció*.

3.3.1. A síkhullám dekompozíció

Tegyük fel, hogy z_0 egyenesen, azzal α_0 szöveget bezárva ω körfrekvenciájú síkhullám halad át, amelynek hullámszáma $\mathbf{k} = \omega/c$ nagyságú és a terjedés irányába mutat. A hullámról t_0 időpontban

készített pillanatkép látható a 3.3 ábra bal oldalán. Ez a síkhullám reprezentációja az xz síkon. A hullám ekkor a következő egyenlettel írható le:

$$p(x, z, t) = s\left(t - \frac{x}{c \sin \alpha_0} - \frac{z}{c \cos \alpha_0}\right), \quad (3.2)$$

ahol $s(t)$ a forrás vezérlőjele, jelen esetben szinuszos jel.

Tételezzük fel, hogy $z = z_0$ egyenes mentén elhelyezett folytonos mikrofonhalmazzal rögzítjük az ezen az egyenesen áthaladó hullám időfüggvényét. Ekkor a hullám xt reprezentációját kapjuk, amely az előző hullámra a 3.3 (b) ábrán látható. A függőleges tengely minden x pozícióban az eredeti hullám időfüggvényét írja le, amely vízszintes irányban fázisban változik a beérkezési szög és a hullám terjedési sebességének függvényében. Ha tehát a függőleges tengelyen T hullámhosszú hullámot mérünk, akkor a vízszintes tengelyre egy $Tc_x = Tc \sin \alpha_0$ hullámhosszú hullám kerül. Ebből számítható, hogy hullámszámban mérve az xt reprezentáció függőleges irányban k hullámszámú, vízszintes irányban $k_x = k \sin \alpha_0$ hullámszámú szinuszos jelekből áll.

Definiálhatjuk az xt kétdimenziós függvény Fourier-transzformáltját:

$$P(k_x, \omega) = \iint p(x, t) e^{-j\omega t} e^{jk_x x} dx dt. \quad (3.3)$$

A Fourier-transzformáció eredménye a hangtér $k_x k$ reprezentációja, azaz síkhullám dekompozíciója, amelynek szemléletes jelentése a következő:

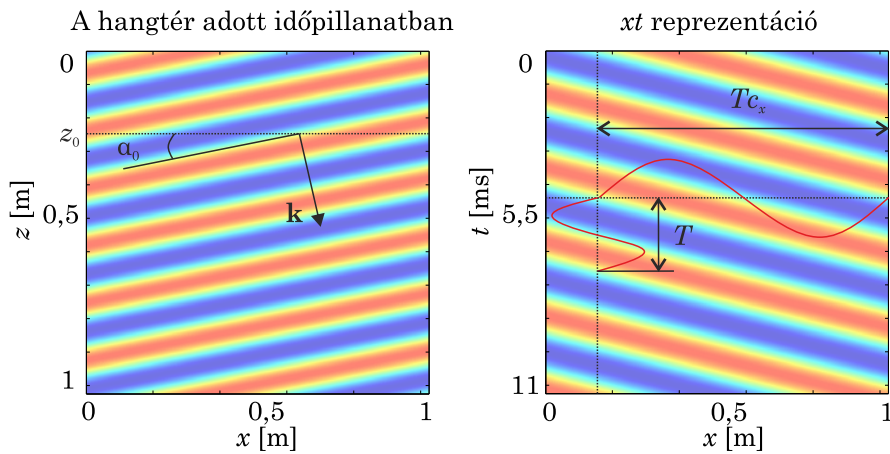
Látható, hogy a függőleges irányú transzformáció az eredeti szinuszos jel ω körfrekvenciáját detektálja, amely helyett bevezethetjük $k = \omega/c$ hullámszámot. A vízszintes irányú transzformáció ahogy az előbb láthattuk minden sorban egy k_x frekvenciájú szinuszhullámot detektál. Az xt reprezentáció Fourier-transzformáltja így a következőképp értelmezhető: a $k_x k$ tartományban minden pont egy $k = \omega/c$ hullámszámú, x -tengelyre α_0 szögben érkező síkhullámot reprezentál, amely hullám hullámszáma – és így frekvenciája – közvetlenül a k -tengelyről leolvasható, míg α_0 szög a következőképp határozható meg a 3.4 ábrán látható jelölésekkel:

$$\beta_0 = \arctan k_x/k \quad (3.4)$$

és mivel $k_x = k \sin \alpha_0$, így

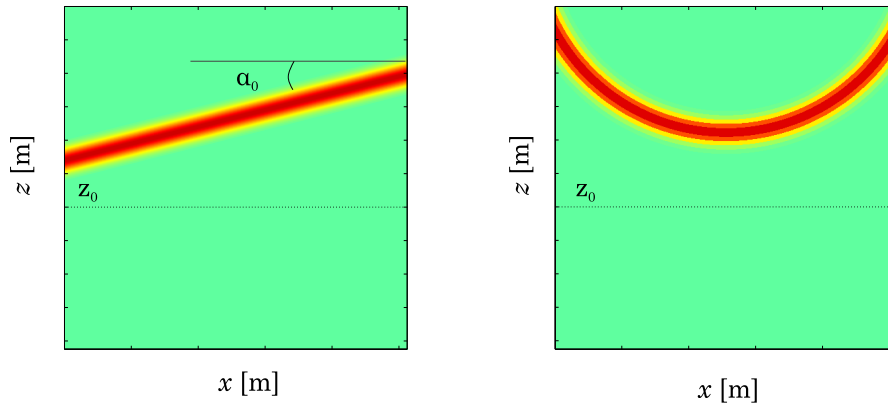
$$\sin \alpha_0 = \frac{k_x}{k} = \tan \beta_0. \quad (3.5)$$

Ezek alapján a Fourier-transzformáció során az xt -n értelmezett hullámalakot monokromatikus síkhullámokra bontjuk fel, a bázisfüggvények különböző irányú és frekvenciájú síkhullámok.

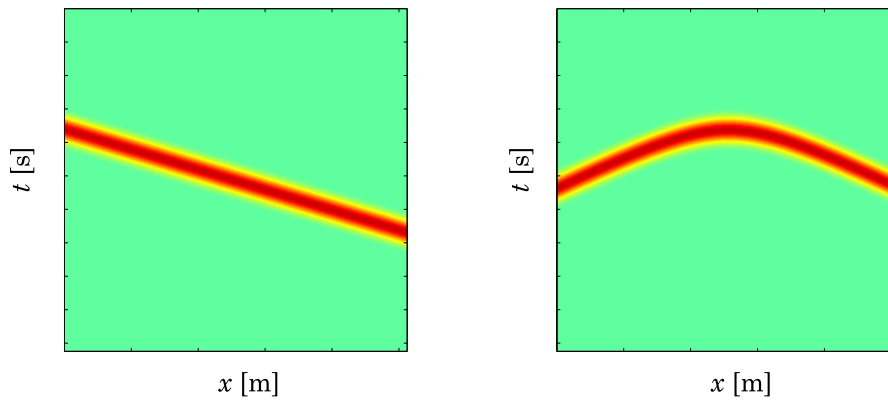


3.3. ábra. Monokromatikus síkhullám reprezentációja az xz és xt síkon

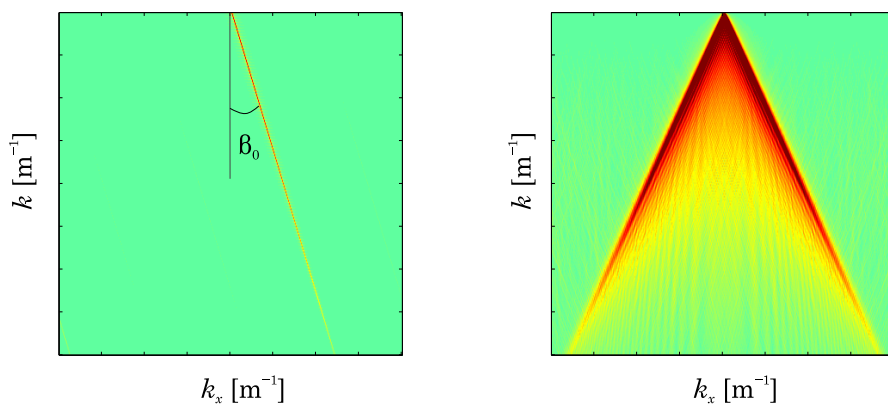
A hullám xz diagramja



A hullám xt diagramja



A hullám spektruma



3.4. ábra. Sík- és gömbhullám reprezentációja az xz , xt és $k_x k$ síkon

A 3.4 (a) ábrán egy Gauss-impulzus gerjesztésű síkhullám xz , xt és $k_x k$ reprezentációja látható. Mivel a Gauss-impulzus spektruma szélessávú, valamint minden komponens azonos irányultságú, csak frekvenciában tér el egymástól, ezért a $k_x k$ síkon egy vonalon jelenik meg a kiterjedt spektrum (amely a Gauss-impulzus spektruma). A vonal irányából az eredeti hullám beesési szöge (3.5) összefüggéssel meghatározható.

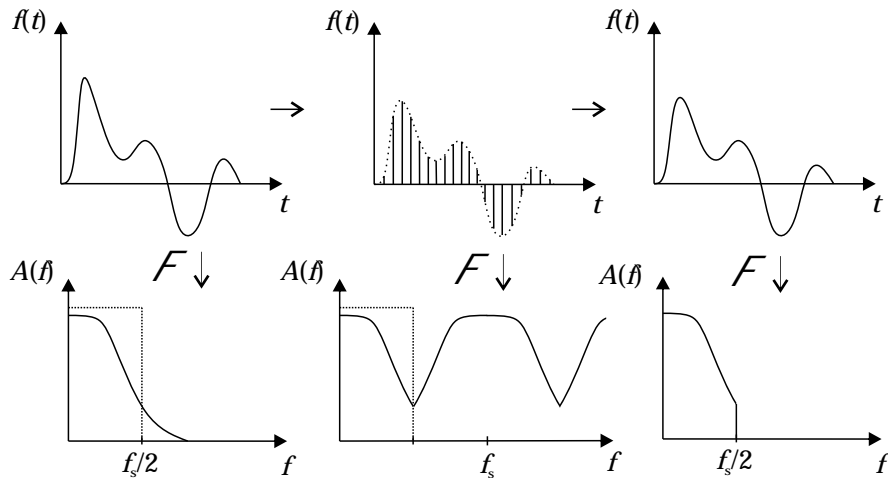
Nem síkhullám esetén a spektrum nem egy vonalon helyezkedik el, ekkor a spektrum arról ad információt, hogy mi a legjellemzőbb irányultsága a hullámnak. A 3.4 (b) ábrán egy monopólus sugárzó tere látható, melynek gerjesztőjele Gauss-impulzus. Mivel a monopólus az origóban helyezkedik el, ezért a kialakuló hullámalak a térrészben szimmetrikus. A hullám xt reprezentációja ekkor hiperbolikus. A hullám $k_x k$ transzformáltja természetesen szintén szimmetrikus, hiszen minden irányban azonosan tartalmaz komponenseket. A spektrum csak $-45^\circ < \beta_0 < 45^\circ$ között tartalmazhat nem nulla komponenseket, hiszen ekkor $k_x = k$ és $k_x = -k$. Határesetben, Dirac-impulzus gerjesztőjelle a spektrum az elfoglalt területen egységnyi lenne.

3.3.2. A térbeli mintavételezés

A síkhullám dekompozíció segítségével szemléletes képet kaphatunk a térbeli mintavételezés hatásáról. A térbeli mintavételezés működése legjobban az időtartománybeli mintavételezéssel analóg módon mutatható be. Ennek folyamata látható a 3.5 ábrán.

Az időtartomány mintavételezés a folytonos jel egy impulzussorozattal vett szorzatának felel meg. A mintavett jel csak a mintavételi idő egészszámú többszörösein nem nulla értékű. Mivel a T_s periódusidejű mintavételező impulzussorozat Fourier-transzformáltja szintén egy impulzussorozat, amely impulzusok egymástól $f_s = 1/T_s$ mintavételi frekvenciányi távolságra vannak, valamint az időtartománybeli szorzás a frekvenciatartományban konvolúciónak felel meg, ezért a mintavett jel spektrumában az eredeti jel spektruma f_s -enként ismétlődik. Ha az eredeti jel $f > f_s/2$ frekvenciákon is tartalmaz komponenseket, akkor az egymáshoz képest f_s -el eltolt spektrumok „egymásba lógnak”, az $f > f_s/2$ komponensek átlapolódnak az $f < f_s/2$ tartományba, a jel irreverzibilisen torzul. Ennek elkerülése végett a jelet mintavétel előtt sávkorlátozni kell $f_{\text{Nyquist}} = \frac{f_s}{2}$ Nyquist-frekvenciára. Mintavétel után az eredeti jel ugyanezzel a szűrővel való szűréssel állítható vissza, amely csak az alapsávi komponenseket tartja meg a jelben. Ez az időtartományban egy $\sin t/t$ alakú függvénnyel való interpolációnak felel meg.

A térbeli mintavételezés hatása ezzel analóg módon a következőképp módon szemléltethető: a hullám folytonos az xt tartományban, ha a folytonos időben mérő mikrofonhalmaz a térben is folytonos. Ez természetesen nem megvalósítható. Tételezzük fel, hogy az x tengely mentén a források egymástól Δx távolságra helyezkednek el. Így míg az időtartományon a jel folytonos marad, addig



3.5. ábra. Az időtartománybeli mintavétel és visszaállítás folyamatábrája

x tengely irányában mintavételezés történik. Ennek hatására a kétdimenziós $k_x k$ spektrum a k_x tengely irányában $k_{x, Nyq} = \pi/\Delta x$ mintavételi hullámszám egész számú többszörösein ismétlődik. Ez látható a 3.6 ábrán. Látható, hogy ha a spektrum szélessávú, akkor nagy Δx esetén a spektrumok egymásba érnek: átlapolódnak. Mivel az átlapolódás k_x -ben történik, ez szemléletesen azt jelenti, hogy olyan irányú hullámok jelennek meg a spektrumban, amelyek az eredeti hullámtérben nem szerepelnek. Ez a jelenség jól megfigyelhető a 3.7 ábrán. Természetesen ez a szintézis során jelentős gondokat okoz, hiszen épp a virtuális forrás lokalizációját lehetetleníti el. Meghatározható tehát egy felső $k_{x, Nyq}$ határhullámszám amely még átlapolódás nélkül szintetizálható:

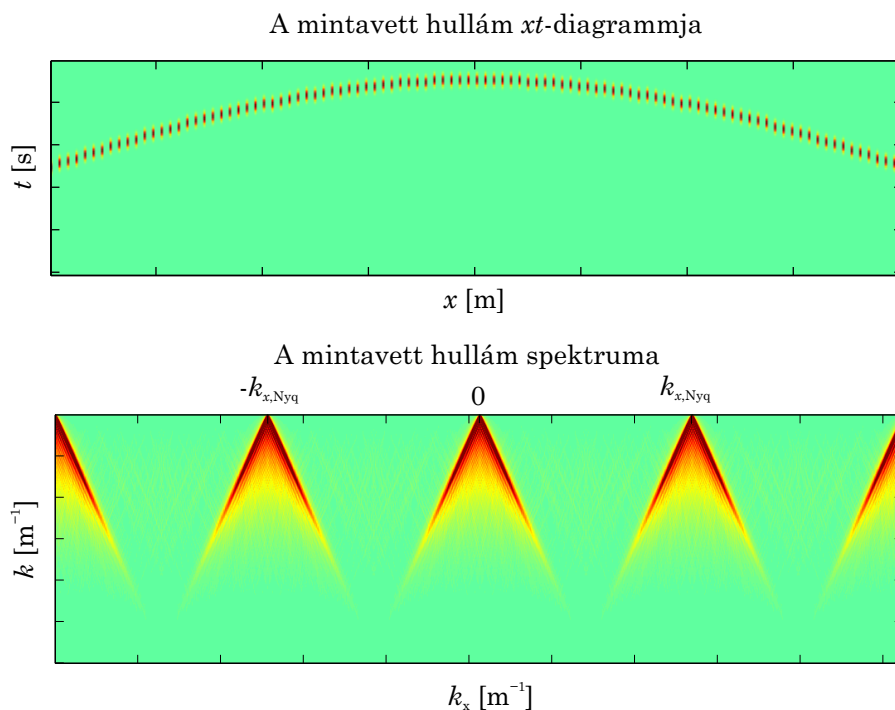
$$k_{x, Nyq} = \frac{\pi}{\Delta x}. \quad (3.6)$$

Ugyanez frekvenciában kifejezve egy felső határfrekvenciát jelent, amelyen adott irányba átlapolódás nélkül még sugározhatunk:

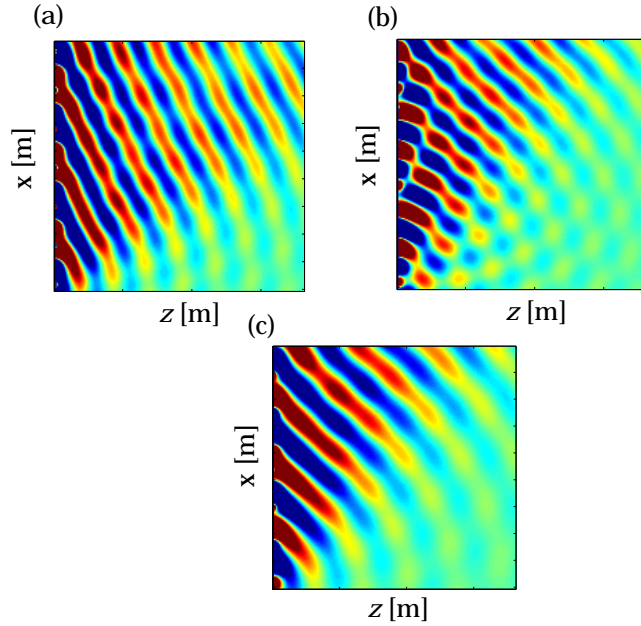
$$f_{Nyq} = \frac{c}{2\Delta x \sin \alpha_0}. \quad (3.7)$$

Látható, hogy a források vonalára merőleges irányban szintetizálható a legmagasabb frekvenciájú komponens. A 3.7 (a) ábrán a határfrekvencia alatti síkhullám szintézise látható. A (b) ábrán a beesési szöget növelve látható az átlapolódás hatása: megjelenik egy az eredetitől eltérő orientációjú síkhullámkomponens is. Az ábra (c) részén ugyanebben a szögben érkezik az immár alacsonyabb frekvenciájú hullám. Látható, hogy ekkor a szintézis ismét helyesen működik.

Ha a szintetizálandó hullámfront a határhullámszámnál nagyobb k_x értékű komponens is tartalmaz, akkor ahhoz hogy a hullám helyesen szintetizálható legyen, azon először egy k_x tartománybeli aluláteresztő szűrést kell végrehajtani. Ez azt jelenti, hogy a másodlagos forráselemek nagy frekvenciákon, nagy szögekbe kevésbé sugározzanak: tehát minél irányítottabbak legyenek. Az iránykarakterisztika és a k_x tartománybeli átvitel közötti összefüggést a következő fejezet írja le részletesebben.



3.6. ábra. A térbeli mintavételezés hatása



3.7. ábra. Síkhullám szintézise diszkrét forráseloslással

3.3.3. Térbeli aluláteresztő szűrés megvalósítása

Láthattuk, hogy a k_x tartományban való szűrés a másodlagos források iránykarakterisztikájával van összefüggésben, amelynek így nagy jelentősége van a hangtérszintézis gyakorlatba ültetése során.

A frekvenciafüggő irányítottság oka a hullámok interferenciája. Kis frekvenciákon, amikor a hangforrás mérete kicsi a hullámhosszhoz képest nincsenek interferenciajelenségek, a forrás monopólusként (dinamikus hangszóró dobozban) vagy dipólusként (elektrosztatikus hangszóró) viselkedik. Nagyobb frekvenciákon, ha a hullámhossz és a forrás mérete összehasonlítható egymással, akadnak olyan hallgatói pozíciók, amelyekbe a forrás különböző pontjairól érkező hullámok ellenfázisban érkeznek, a hullám kioltódik. Így a forrás alakjától és az azon való erőeloszlástól függően különböző iránykarakterisztikák alakulnak ki.

Legegyszerűbb közelítésben azt feltételezzük, hogy a hangforrás felszínén az erőeloszlás, így a kialakuló hangnyomás állandó. Ekkor a lesugárzott távotér a Rayleigh-integrálokkal írható le. Dinamikus hangszóró esetén a V_n sebességgel mozgó membrán felületére felírt Rayleigh I. integrál adja a hangsugárzó terét, mint a membrán összes pontjának terének összege:

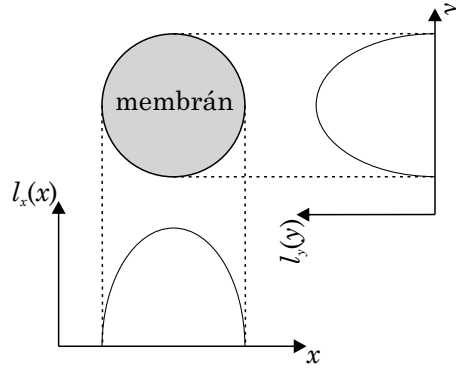
$$P_A(\mathbf{r}, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_S j\omega\rho_0 V_n \frac{e^{-jkr}}{r} dS. \quad (3.8)$$

Köralakú membrán esetén az integrál analitikusan kiértékelhető:

$$P_A(\mathbf{r}, \omega) = \frac{j\omega\rho_0 V_n(\omega)}{2\pi} \frac{2J_1(kr \sin \varphi)}{kr \sin \varphi} \frac{e^{-jkr}}{r}, \quad (3.9)$$

ahol $J_1(kr \sin \varphi)$ az elsőrendű, elsőfajú Bessel-függvény. Az összefüggés egy merev falba ágyazott dugattyú terét írja le. A dugattyú ezalapján a távotérben irányított monopólusként kezelhető, amelynek irányítottságát az első két tag írja le.

A (3.8) egyenletet vizsgálva látható, hogy kifejezés felfogható a $j\omega\rho_0 V_n/2\pi r$ függvény k szerinti térbeli Fourier-transzformáltjaként, hiszen az integrál éppen a r tartományból k -ba való Fourier-transzformációnak definíciója. Hasonlóan tehát, mint k_x és x , k és r is Fourier-transzformált párok. Ez azt jelenti, hogy az iránykarakterisztika a forrás alakfüggvényének Fourier transzformáltja.



3.8. ábra. Köralakú membrán erőeloszlásfüggvénye

Ugyanezt dipólusokra a Rayleigh II. integrál alapján adható meg:

$$P_{A,\text{dipole}}(\mathbf{r}, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_S P(\omega) \cos \varphi \frac{1 + jkr}{r} \frac{e^{-jkr}}{r} dS. \quad (3.10)$$

Ezutóbbi egyenlet a gyakorlati alkalmazás szempontjából fontosabb lehet, hiszen az elektrosztatikus hangszóró dipólusként viselkedik és ennek membránja tetszőleges alakú lehet, így tetszőleges iránykarakterisztika előállítható.

Az összefüggés k_x és k_y szerint faktorizálható a Fraunhofer-térben [48], ekkor az egyenlet a következő alakra hozható:

$$P_A(r_0, \omega) = jk \cos \varphi_0 \frac{e^{-jkr_0}}{4\pi r_0} F(\omega) \int l_x(x) e^{jk_x x} dx \int l_y(y) e^{jk_y y} dy, \quad (3.11)$$

ahol r_0 a membrán középpontjából a vizsgált pontba mutató vektor hossza, φ_0 az ehhez tartozó térszög, míg $F(\omega) = 2AP(\omega)$ az erő amivel a membrán az előtte levő levegőre hat. Az egyenletben $l_x(x)$ és $l_y(y)$ az x és y irányú erőeloszlásfüggvények, amelynek jelentése a 3.8 ábrán látható: az $l_x(x)$ erőeloszlásfüggvény megmutatja, hogy milyen erősségű pontforrás helyezkedik el az x tengely mentén, amely az összes alatta és felette lévő forráspontok hatását magába foglalja. Ha feltételezzük, hogy az erőeloszlás egyenletes a membrán felületén, akkor az erőeloszlás függvény adott x pontban az ebben a pontban elvégzett y irányú vonalintegrál értéke. A 3.8 ábrán a köralakú membrán erőeloszlása így egy fél elipszis lesz, amelynek hosszirányú sugara a membrán sugarának kétszerese.

A (3.11) egyenlet azt állítja, hogy a membrán iránykarakteristikáját a vízszintes síkban $l_x(x)$ erőeloszlásfüggvény Fourier-transzformáltja, a függőleges síkban $l_y(y)$ Fourier transzformáltja határozza meg, a teljes iránykarakterisztika pedig a kettő szorzata a hullámszám síkban:

$$P_A(r, \omega) = L_x(k_x) L_y(k_y) \frac{F(\omega)}{4\pi} jk \cos \varphi \frac{e^{-jkr}}{r}. \quad (3.12)$$

$L_x(k_x)$ függvényt irányítottági függvénynek nevezzük, ahol tehát $k_x = k \sin \alpha$. Mivel a függőleges iránykarakteristikára nincsenek kikötések a szintézist illetően, ezért így a membrán alakját úgy változtatva, hogy megfelelő $l_x(x)$ erőeloszlásfüggvényt kapjunk tetszőleges vízszintesirányú iránykarakterisztika állítható elő. A $l_x(x)$ erőeloszlás megválasztásával tehát közvetlenül tudjuk a k_x -beli átvitelt meghatározni.

Ennek ismeretében két lehetőség is kínálkozik a k_x -beli átvitel beállítására: a k_x átvitel beállítása pusztán a membrán alakjának megválasztásával, vagy a szomszédos források bevonása.

Térbeli szűrés a membrán alakjának formálásával

Láthattuk, hogy a membrán x -irányú erőeloszlásfüggvénye közvetlenül meghatározza a vízszintes síkban az iránykarakterisztikát, azaz a k_x átvitelt. Az előbb példaként hozott köralakú

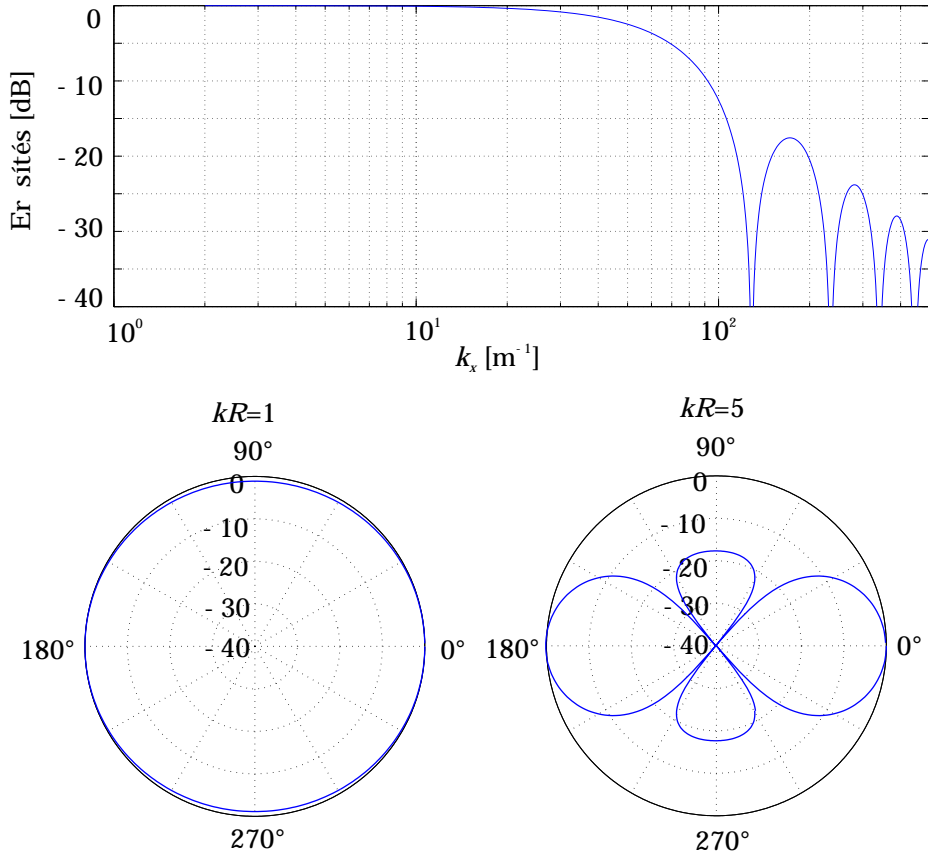
membrán irányítottsági függvénye így $L_x(k_x) = 2J_1(k_x R)/k_x R$, amely tehát a k_x -beli átvitel egyben. A membrán k_x tartománybeli átvitele látható dB skálán a 3.9 ábrán. Látható, hogy a kör alakú membrán önmagában is aluláteresztő szűrőként viselkedik k_x -ben, az átviteli sávban aránylag egyenletes átvittel, habár a zárótartományban kicsi elnyomással. A 3.9 ábra alsó részén a kör alakú membrán iránykarakterisztikája látható $kR = 1$, és $kR = 5$ értékek mellett.

Elektrosztatikus hangszóró alkalmazása esetén a membrán alakja tetszőleges lehet, így az iránykarakterisztika tetszőlegesen állítható: $2a$ hosszú téglalap alakú membrán esetén, mivel a négyzetablak Fourier-transzformáltja sinc alakú, így a k_x transzformált a következő lesz:

$$L_x(k_x) = \frac{\sin k_x a}{k_x a}. \quad (3.13)$$

A membrán szélességével tehát a k_x szűrő első leszívási helye tetszőlegesen beállítható. A szorosan egymás mellé rakott membránok esetén azonban a Nyquist-hullámszámon a csillapítás pusztán $-3,9$ dB [48]. Ez az elnyomás kevés az átlapolódás elkerüléséhez. A szűrő Nyquist-hullámszámon való elnyomását növelhetjük rombusz alakú hangszórókat alkalmazva. Ekkor a hangszórók elhelyezhetők egymással átfedésben, ahogyan az a 3.10 ábrán látható. A rombusz $l_x(x)$ erőeloszlásfüggvénye szimmetrikus trapéz, amely előállítható két négyzetablak konvolúciójaként x tartományban [48]. Ez azt jelenti, hogy k_x tartományban a rombusz alakú membrán átvitele két sinc függvény szorzataként áll elő, ahol $2a_1$ és $2a_2$ a négyzetablakok szélessége:

$$L_{\text{romb}}(k_x) = \frac{\sin k_x a_1}{k_x a_1} \frac{\sin k_x a_2}{k_x a_2}. \quad (3.14)$$

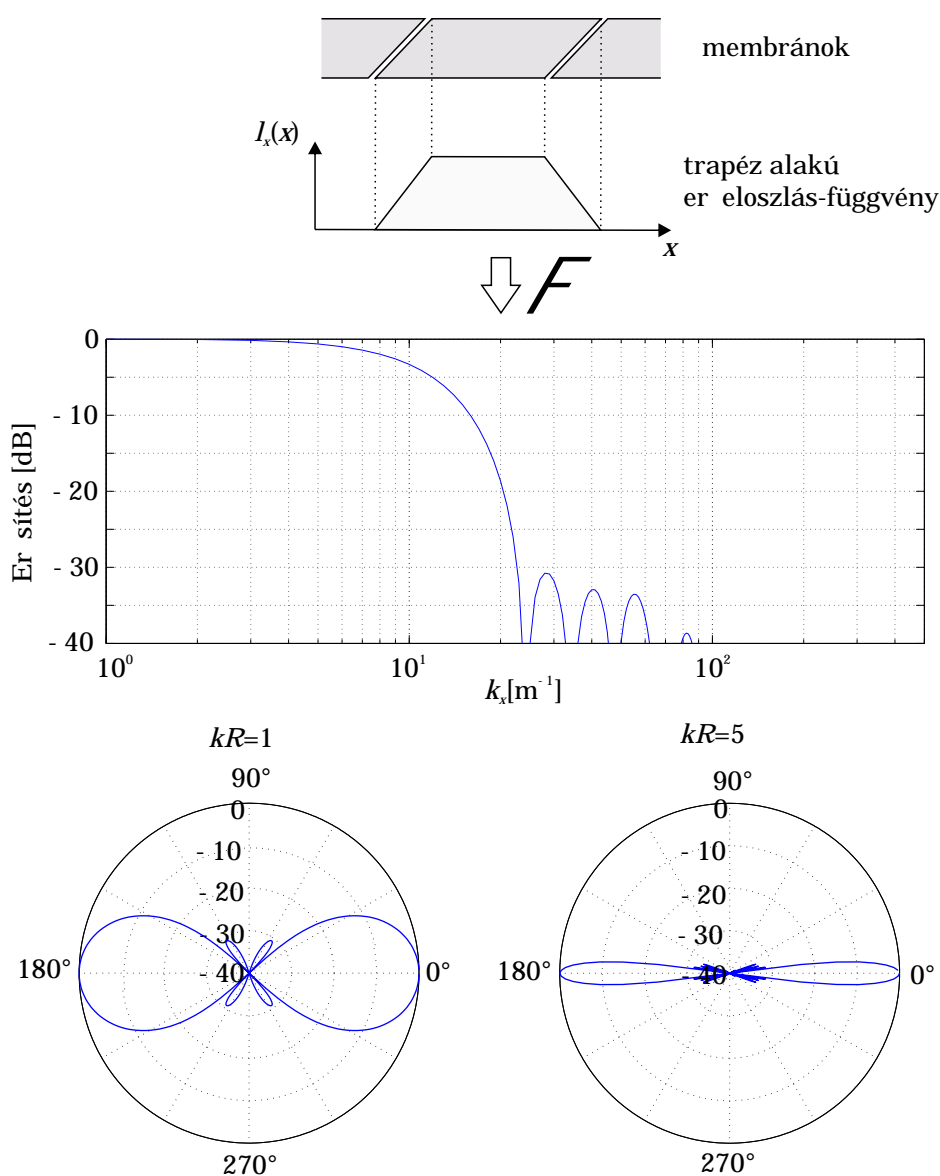


3.9. ábra. Kör alakú membrán irányítottsági függvénye, azaz k_x tartománybeli átvitele és iránykarakterisztikája

Ezután a feladat a_1/a_2 arányt úgy optimalizálni, hogy a Nyquist-hullámszámon és annál nagyobb k_x értékeken minél nagyobb elnyomás legyen, míg az átviteli sávban aránylag egyenletes átvitel elérése a cél.

Egy ilyen rombuszalakú hangszóró k_x átvitele látható a 3.10 ábrán, $a_1/a_2 = 1,43$ mellett, amely egy optimalizált érték. Látható, hogy a átviteli sáv lényegesen kisebb, mint az ugyanilyen szélességű kör alakú membrán esetén. Emellett a melléknyalábok elnyomása, azaz az átviteli sávon kívüli csillapítás jelentősen nagyobb. Ugyanez látható az átvitelikarakterisztika polár-diagrammján: a sugárzó már $kR = 1$ érték mellett is jelentősen irányított, amelynél a kör alakú membrán még jó közelítéssel monopólusnak tekinthető.

A szintézis szempontjából így az elektrosztatikus hangszóró alkalmazása előnyös lenne az átlapolódás elkerülése érdekében. Sajnos azonban az elektrosztatikus hangszórók jóval drágábbak a dinamikus hangszóróknál és a reprodukált hangminőség terén is elmaradnak ezektől, így gyakorlati



3.10. ábra. Rombusz membrán irányítottági függvénye, azaz k_x tartománybeli átvitele és iránykarakterisztikája

alkalmazás során célszerűbb dinamikus hangszórókat alkalmazni.

Átvitel formálás térbeli konvolúcióval

Ideális esetben a k_x tartománybeli átvitel négyszögablak lenne, azaz az átviteli sávban az átvitel egységnyi, míg azon kívül azonosan nulla. Ez sinc alakú erőeloszlásfüggvényt jelentene az x -tartományban. Természetesen egy membrán segítségével ez nem megvalósítható, hiszen sokkisebb mellékmembrán alkalmazását jelentené. A szomszédos membránok bevonásával azonban a középső hangszóró távoltageben látszó iránykarakterisztikája befolyásolható.

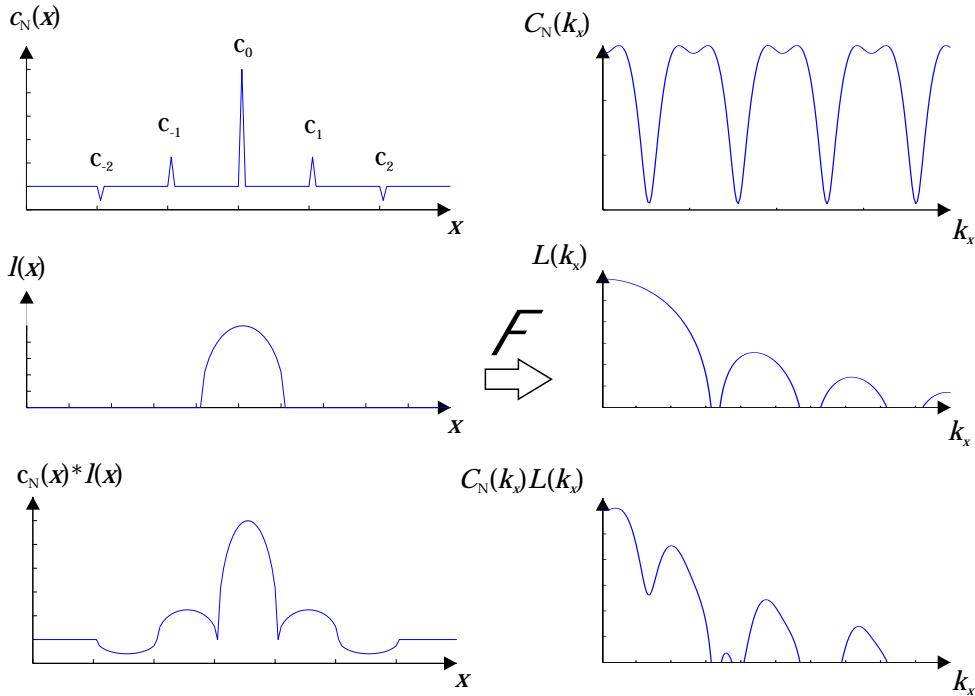
Tegyük fel, hogy $2N + 1$ számú hangszórót azonos jellel vezérlünk, de különböző erősítésekkel. A hangszórók erőeloszlás függvényei azonosan $l(x)$. Az egyes elemek erősítését határozza meg $c_N(x)$ függvény a 3.11 ábrán látható módon: $c_N(x)$ diszkrét jel, csak a membránok középpontjában található benne nem zérus értékű elem, ezekben a pontokban meghatározza az aktuális membrán erősítését. Ekkor bizonyítható, hogy az összes bevont membrán együttes erőeloszlásfüggvénye:

$$l_N(x) = c_N(x) * l(x). \quad (3.15)$$

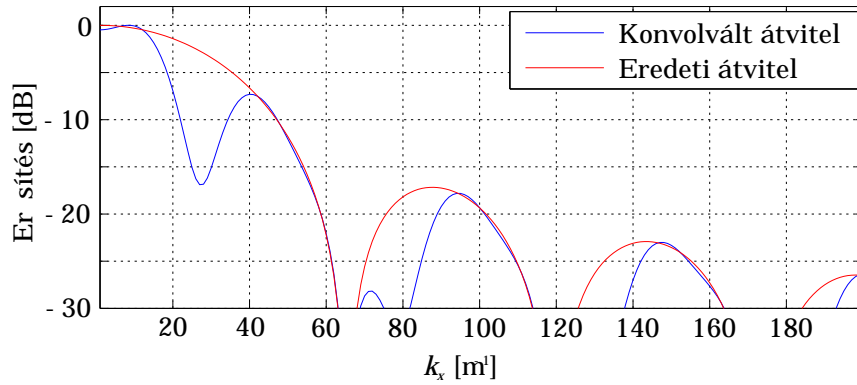
Ennek Fourier-transzformáltja, azaz a k_x átvitel a két függvény szorzata:

$$L_N(k_x) = C_N(k_x)L(k_x). \quad (3.16)$$

Ez látható a 3.11 ábrán kör alakú membránra levezetve, amelynek erőeloszlás függvénye egy fél-ellipszis, ennek Fourier-transzformáltja pedig a Bessel-függvény. Ekkor az együttes erőeloszlásfüggvény az impulzussorozat elliptikus függvénnyel vett interpolációja, spektruma pedig a két függvény spektrumának szorzata. A több membránból álló hangforrás iránykarakterisztikája így egy szorzatként áll elő, amelyben $C_N(k_x)$ spektrum szabadon módosítható. Ezek után ismét egy optimalizációs feladat, hogy a c_N együttható értékeket úgy válasszuk meg, hogy a Nyquist-hullámszámnál nagyobb hullámszámokon az elnyomás maximális legyen, míg az átviteli sávban az egyenes átvitel a cél.



3.11. ábra. Membrán iránykarakterisztikájának módosítása a szomszédos membránok segítségével



3.12. ábra. A térbeli konvolúció hatása az iránykarakterisztikára

A 3.12 ábrán a kör alakú membránok konvolúciójának eredménye látható az együtthatókat optimalizálva. A Nyquist-hullámszám eredetileg az átviteli sáv felén helyezkedett el ($k_x = 30 \text{ m}^{-1}$). Látható, hogy ezen a hullámszámon a módszerrel -13 dB elnyomás elérhető, míg kisebb hullámszámokon az átvitel aránylag egyenletes.

Természetesen a térbeli konvolúcióba kis számú – legfeljebb 5 – membrán vonható be, hiszen az iránykarakterisztika csak a távotérben ($kR \gg 1$, ahol R a membrán sugara) lesz a kívánt.

3.4. Összegzés

A fejezetben látható volt, hogy a gyakorlatban megvalósítható hangtérszintézis során jelentős járulékos hatások léphetnek fel.

Ezek egyrészt diffrakciós jelenségek, amely a másodlagos forráseloszlás véges hosszából eredek. Ennek hatása csökkenthető a forráseloszlás térbeli ablakozásával, azaz a szélek felé az erősítés folyamatos csökkentésével. A megoldások azonban nem tökéletesek, így saját módszert fejlesztettem ki ezen hatások megszüntetésére, amelyet a következőkben ismertetek.

Jelentősen korlátozza a szintézist a másodlagos forráseloszlás diszkrét volta. Ez egy térbeli átlapolódást okozhat a szintézis során. Ezt elkerülendő egy térbeli aluláteresztő szűrés szükséges, amely megvalósítására a fejezetben két módszer is látható volt.

4. fejezet

Szimulációs környezet létrehozása a hangtérszintézis vizsgálatára

4.1. Bevezetés

A hangtérszintézis működésének vizsgálatához, továbbfejlesztéséhez megfelelő szimulációs környezetre volt szükségem. Munkám része volt tehát egy teljeskörű szimulációs környezet létrehozása. A fejezet ezt a szimulációs környezetet mutatja be. A vizsgálat során szükségünk lehet az állandósult hangtér megjelenítésére szabadtérben való sugárzás és zárt térben való sugárzás esetén, állandó frekvenciájú harmonikus gerjesztés mellett, valamint a hullámok kezdeti, időbeli lefolyásának szimulációjára is, tetszőleges időfüggésű forrásjel mellett. Ez három különböző feladat, megvalósításához különféle numerikus módszerek szükségesek. A szimulációkhoz a legmegfelelőbbnek a MATLAB fejlesztői környezet bizonyult, hiszen ebben a hangtérszintézis vezérlőfüggvények és különböző numerikus módszerek is hatékonyan felprogramozhatóak és az eredmény könnyen megjeleníthető.

4.2. Állandósult állapot szimulációja nyílt térben

Legegyszerűbb esetben a végtelen féltérbe való sugárzás szimulációja a feladat, a hangtérszintézis leíró egyenleteit erre a speciális esetre vezettük le. Ez az eset felel meg az $\alpha = 1$ elnyelési tényezőjű falakkal határolt zárt térben való sugárzás esetén. A falakról, illetve a végtelen térből ebben az esetben nem történnek visszaverődések, a hangtér kialakításához kizárólag a másodlagos források járulnak hozzá. Természetesen a gyakorlatban ez megvalósíthatatlan feltétel, azonban elvi jelentőséggel bír, mivel a vezérlőoperátorok származtatásánál ezekkel a feltételezésekkel éltünk.

Láthattuk, hogy a kialakuló forrásos esetben kialakuló hangtér az inhomogén Helmholtz-egyenletet követi, azaz a térben jelenlevő $S_i(\omega)$ vezérlőjelű monopólusok hangterének összegeként állítható elő:

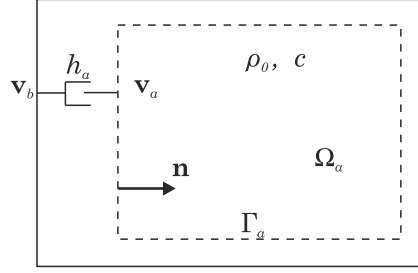
$$P(\mathbf{r}, \omega) = \sum_i S_i(\omega) G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_i, \omega). \quad (4.1)$$

A Green-függvény alakja a vizsgált hullámterjedési probléma dimenziószámától függ, ahogy láthattuk az előző fejezetekben:

$$G(x|y, \omega)_{1D} = -\frac{j}{2k} e^{-jkr}, \quad (4.2)$$

$$G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_A, \omega)_{2D} = -\frac{j}{2} H_0^{(2)}(kr), \quad (4.3)$$

$$G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_A, \omega)_{2D} = \frac{e^{-jkr}}{r}. \quad (4.4)$$



4.1. ábra. Az akusztikai térszámítási feladat a spektrális végelem módszerhez [30]

Ezalapján tetszőleges számú pontra (4.1) kiértékelhető, a kialakuló hangnyomás – vagy akár gradiens-számítás segítségével a hangtér első alapegyenlete alapján a részecskesebesség – számítható és megjeleníthető.

A módszer számításigényes, azonban a visszaverődések elhagyása mellett teljesen pontos képet kaphatunk egy forráseloszlás által lesugárzott hangtérről. Az ezzel a módszerrel készült szimulációs eredmények az előző fejezetekben láthatóak, az összes eddig bemutatott szimulációs eredmény így készült.

4.3. Szimuláció állandósult állapotban zárt térben

Zengő terem vizsgálatához olyan szimulációs környezet alkalmazása szükséges, amely egy terem állandósult állapotát képes adott gerjesztésre megjeleníteni a reflexiók figyelembevételével. Az állandósult állapot számítása összetett feladat, a hullámegyenlet frekvenciatartománybeli alakjának, azaz a Helmholtz-egyenlet numerikus megoldása szükséges hozzá zárt térben. Több numerikus megoldás is létezik, ilyenek a *véges differencia módszer* (FDM), *véges elem módszer* (FEM) és *peremelem módszer* (BEM). Választásom végül a *spektrális végelem módszerre* esett, amelynek alapja a szobában kialakuló hangtér a szoba módusfüggvényeinek megfelelő súlyozással történő előállítás: így egyszerűsített számításokkal határozhatjuk meg tetszőleges merev falú teremben az állandósult állapotban kialakuló nyomásteret, amely során tehát az összes reflexió hatását figyelembe vesszük.

4.3.1. A spektrális végelem módszer

A vizsgált probléma a 4.1 ábrán látható: adott egy Γ_a felülettel határolt Ω_a térfogat. A rendszer gerjesztése a határoló felület rezgése, $\mathbf{V}_b(\mathbf{r}, \omega)$. A feladat a térfogat tetszőleges belső pontjában kialakuló $P(\mathbf{r}, \omega)$ meghatározása, úgy, hogy az megoldása a Helmholtz-egyenletnek:

$$(\nabla^2 + k^2)P(\mathbf{r}, \omega) = 0. \quad (4.5)$$

A peremfeltételek a fal rezgései és a vizsgált tér hangtérjellemezői között adják meg a kapcsolatot a frekvenciatartományban: ha a határolófelület akusztikai impedanciája Z_a (amelyről bővebben a következő fejezetekben írok), admittanciája ennek a reciproka H_a , akkor a peremfeltételeket az alábbi módon fogalmazhatjuk meg:

$$P(\mathbf{r}, \omega) = Z_a(\mathbf{r}, \omega)[\mathbf{V}_b(\mathbf{r}, \omega) - \mathbf{V}_a(\mathbf{r}, \omega)]\mathbf{n}(\mathbf{r}), \mathbf{r} \in \Gamma_a, \quad (4.6)$$

$$P(\mathbf{r}, \omega)H_a(\mathbf{r}, \omega) = [\mathbf{V}_b(\mathbf{r}, \omega) - \mathbf{V}_a(\mathbf{r}, \omega)]\mathbf{n}(\mathbf{r}), \mathbf{r} \in \Gamma_a. \quad (4.7)$$

A spektrális végelem módszer alapja az, hogy egy térben kialakuló hangtér sorbafejthető a szobában kialakuló *módusalakok* szerint. A módusfüggvények azok az adott frekvenciájú állólámpa alakok, amelyek adott geometriájú szobában kialakulhatnak. A módusok frekvenciái a szoba *sajátfrekvenciái*. Ezek a függvények az adott szobában felírt Helmholtz-egyenlet sajátfüggvényei,

amelyek így a szobában kialakuló hangtér teljes bázisát adják: bármely, a szobában kialakuló hangtér felírható a szoba módusainak szuperpozíciójaként. A módusalakok előzetes ismerete a hangtér gyors számítására ad lehetőséget. A módusok azonban csak ritkán határozhatóak meg egyszerűen.

Egy Γ_A felület által határolt Ω_A térfogatú szobában kialakuló nyomástér tehát felírható a módusfüggvények lineáris kombinációjaként:

$$\hat{P}(\mathbf{r}, \omega) = \sum_n \Psi_n(\mathbf{r}) \hat{Q}_n(\omega), \quad (4.8)$$

ahol $\hat{Q}_n(\omega)$ az adott $\Psi_n(\mathbf{r})$ módus hozzájárulása a kialakuló hangtérhez, vagy másképp a *modális koordináta*.

A módusok eleget tesznek két ortogonalitási feltételnek:

$$\int_{\Omega_A} \Psi_n(\mathbf{r}) \Psi_m(\mathbf{r}) d\Omega = \delta_{nm}, \quad (4.9)$$

valamint a térbeli deriváltjaikra:

$$\int_{\Omega_A} \nabla \Psi_n(\mathbf{r}) \nabla \Psi_m(\mathbf{r}) d\Omega = \delta_{nm} k_n k_m, \quad (4.10)$$

ahol δ_{nm} a Kronecker-delta. A feladat a modális koordináták meghatározása adott gerjesztés mellett, hiszen ezek ismeretében a teremben kialakuló hangtér (4.8) szerint előállítható.

Ehhez a kiindulási egyenlet a $\Psi_n(\mathbf{r}) \nabla P$ vektortérre alkalmazott Gauss-tétel, a Γ_A felület által határolt Ω_A térfogaton:

$$\int_{\Omega_A} \nabla(\Psi_n(\mathbf{r}) \nabla P(\mathbf{r}, \omega)) d\Omega = - \int_{\Gamma_A} \Psi_n(\mathbf{r}) \nabla P(\mathbf{r}, \omega) \mathbf{n}(\mathbf{r}) d\Gamma. \quad (4.11)$$

A megfelelő matematikai átalakításokat elvégezve az egyenlet a következő alakra hozható [30]:

$$k_n^2 \hat{Q}_n(\omega) + jk \sum_m D_{nm} \hat{Q}_m(\omega) - k^2 \hat{Q}_n(\omega) = jk Z_0 \int_{\Gamma_A} \Psi_n(\mathbf{r}) \mathbf{V}_b(\mathbf{r}, \omega) \mathbf{n}(\mathbf{r}) d\Gamma, \quad (4.12)$$

vagy mátrixos formában:

$$(\mathbf{\Lambda} + jk\mathbf{D} - k^2\mathbf{I})\mathbf{Q} = \mathbf{F}, \quad (4.13)$$

ahol \mathbf{Q} a keresett modális koordináták mátrixszoa, $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}(k_n^2)$ a modális hullámszámok diagonális mátrixszoa, \mathbf{I} az egység-mátrix, míg \mathbf{D} az általánosított csillapítási mátrix, amelynek elemei:

$$D_{nm}(\omega) = \int_{\Gamma_a} \frac{\Psi_n(\mathbf{r}) \Psi_m(\mathbf{r})}{\bar{Z}_a(\mathbf{r}, \omega)} d\Gamma \quad (4.14)$$

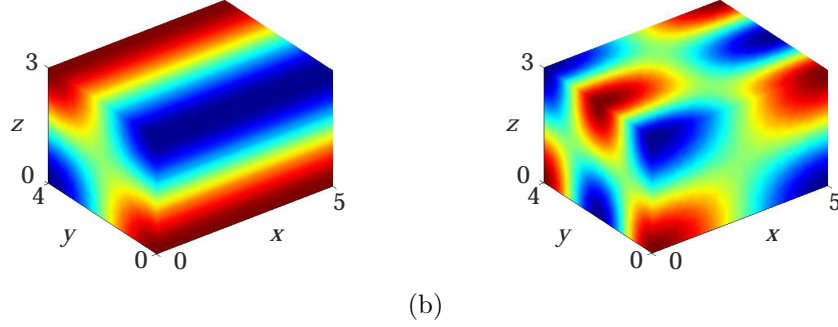
és

$$\bar{Z}_a(\mathbf{r}, \omega) = \frac{Z_a(\mathbf{r}, \omega)}{\rho_0 c} \quad (4.15)$$

a falak normalizált akusztikus impedanciája. Végül \mathbf{F} az általánosított akusztikus terhelés vektor, amivel a gerjesztés vektor adható meg, n -edik eleme:

$$F_n(\omega) = jk z_0 \int_{\Gamma_A} \Psi_n(\mathbf{r}) \mathbf{V}_b(\mathbf{r}, \omega) \mathbf{n}(\mathbf{r}) d\Gamma. \quad (4.16)$$

A gerjesztés vektor és a falak impedanciájára felírt Robin-peremfeltételek ismeretében (4.13) egyenlet alapján Q_n modális koordináták számíthatók. Ha a szoba $\Psi_n(\mathbf{r})$ módusalakjai előre ismertek, akkor (4.8) egyenlet alapján a szobában kialakuló nyomás számítható a tér tetszőleges pontjában.



4.2. ábra. A (a) $(0, 1, 1)$ és az (b) $(1, 2, 1)$ módusalakok képe $L_x = 5$ m, $L_y = 4$ m, $L_z = 3$ m dimenziójú téglalap alapú szobában [30].

4.3.2. Zárt terem módusai

Téglalatest alakú teremben a Helmholtz-egyenlet szeparálható, így a szobában kialakuló módusok könnyen meghatározhatóak. Ha a merev falú ($v_n = 0$) szoba méretei $L_x \times L_y \times L_z$

$$\Psi_n(\mathbf{r}) = \Psi_n(x, y, z) = B_n \cos\left(\frac{\pi l_{x_n} x}{L_x}\right) \cos\left(\frac{\pi l_{y_n} y}{L_y}\right) \cos\left(\frac{\pi l_{z_n} z}{L_z}\right). \quad (4.17)$$

Az egyenlet B_n amplitúdójú állóhullámokat ír le a szobában. A módusokat az $(l_{x_n}, l_{y_n}, l_{z_n})$ számhármassal írjuk le, amely az egyes irányokban kialakuló fél-hullámszámot jelöli. Az egyes módusok frekvenciái a terem sajátfrekvenciái, amelyek a következőképp számíthatók:

$$f_{l_{n_x}, l_{n_y}, l_{n_z}} = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{l_{n_x} \pi x}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{l_{n_y} \pi y}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{l_{n_z} \pi z}{L_z}\right)^2}. \quad (4.18)$$

Ezekon a frekvenciákon az adott módusalak gerjesztés nélkül kialakulhat és fennmaradhat. A szoba sajátfrekvenciáin a teremnek mint rendszernek az átvitelében kiemelések vannak.

A módusok B_n együtthatói a módusok (4.9) ortogonalitási feltételéből számíthatóak:

$$B_n = \sqrt{\frac{2^s}{V}}, \quad (4.19)$$

ahol V a szoba térfogata, s az $(l_{x_n}, l_{y_n}, l_{z_n})$ számhármassal nem-nulla elemeinek száma.

A frekvencia növekedtével a módusok egyre sűrűbbek, egy határon túl az egyes módusok már nem különálló vonalként jelentkeznek az átvitelben, hanem egybemosódnak. Ennek szab határt az ún. *Schröder-frekvencia*, e fölött a terem hangterének modális vizsgálata nem hatékony.

A módusok tehát egyszerű, téglalap alapú szobában könnyen meghatározhatóak és így a spektrális véges elem módszer segítségével a szoba nyomástera számítható. A hangtéregyenletek ilyen módú megoldására PUTA¹ nevű kész függvénygyűjtemény állt rendelkezésemre, amelyet a saját felhasználási célomhoz igazítottam, így már megfelelő szimulációs környezettel rendelkezem a zárt hangterek vizsgálatához.

¹Peter's Universal Toolbox for Acoustics

4.4. Tranziensek szimulációja

A harmonikus gerjesztés esetén kialakuló állandósult hangtér mellett fontos tetszőleges időbeli lefolyású gerjesztőjel esetén a hullámtér tranziens folyamatainak vizsgálata is. A hangtér-szintézis szempontjából ez a vizsgálat még fontosabb is, hiszen a gyakorlatban a hangtér-szintézis segítségével tetszőleges hullámfrontok szintetizálása a célunk, nem állandósult tér létrehozása. Az időtartománybeli hullámterjedés szimulációjához az időtartománybeli hullámegyenlet megoldása a feladatunk, amelyre csak az utóbbi időben jelentek meg numerikus módszerek. Az állandósult állapot szimulációjához kész függvénygyűjtemény állt rendelkezésemre, amelyet céljaimhoz alakítottam. Ebben az esetben azonban a szimulációs környezet létrehozása az én feladatom volt, így teljesebb elméleti összefoglalót mutatok be. A módszer működését kétdimenziós esetben mutatom be, amely mint az később látható igen egyszerűen kiterjeszthető háromdimenzióra is.

A hullámterjedés időbeli lefolyásának szimulációjához egy jelenleg is kutatás alatt álló technikát alkalmaztam, a *digitális hullámvezető hálót* (angolul: digital waveguide mesh, röviden DWM). A technika kifejlesztése főként Julius O. Smith III nevéhez fűződik. Eredetileg mesterséges zengetésre [11], majd fizikai modellezésre [12] alkalmazták az 1990-es évek elején.

A hullámvezető háló – mint azt később láthatjuk – gyakorlatilag az időtartománybeli véges-differencia módszerrel (FDTD) ekvivalens technika, amely a legmodernebb, jelenleg is kutatás-fejlesztés alatt álló főként elektromágneses hullámok terjedésének modellezésére használt numerikus módszer [23]. A módszer lényege az, hogy a differenciál-operátorokat a hullámegyenletben véges differenciákkal helyettesítjük, azaz a differenciálás definíciójában a végtelen kicsi távolságokat véges távolsággal helyettesítjük a következő módon [25]: az időszerinti első és második deriváltak a következő hányadosokkal közelíthők:

$$\frac{\partial p(x, t)}{\partial t} \approx \frac{p(x, t) - p(x, t - T)}{T} \quad (4.20)$$

és

$$\frac{\partial^2 p(x, t)}{\partial t^2} \approx \frac{p(x, t + T) - 2p(x, t) + p(x, t - T)}{T^2}, \quad (4.21)$$

ahol T a mintavételi idő. A hely szerinti deriváltak ugyanígy írhatóak fel, ezekben X a mintavételi távolság. Természetesen $T \rightarrow 0$ és $X \rightarrow 0$ esetén a differenciálás definíciójához jutunk. Az egydimenziós hullámegyenlet folytonos alakja ismert módon:

$$\frac{\partial^2 p(t, x)}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 p(t, x)}{\partial x^2}. \quad (4.22)$$

Az előző közelítések alkalmazásával a hullámegyenlet a következő alakú:

$$\frac{p(x, t + T) - 2p(x, t) + p(x, t - T)}{T^2} = c^2 \frac{p(x + X, t) - 2p(x, t) + p(x - X, t)}{X^2}. \quad (4.23)$$

Ha a mintavételi idő és távolság kapcsolata $X = cT$, valamint $t = nT$ és $x = mX$, akkor az egyenlet alakja:

$$p(m + 1, n) - 2p(m, n) + p(m - 1, n) = p(m, n + 1) - 2p(m, n) + p(m, n - 1), \quad (4.24)$$

vagy $n - 1$ -el eltolva az egyenlet egyszerűbb alakja:

$$p(m, n) = p(m + 1, n - 1) + p(m - 1, n - 1) - p(m, n - 2). \quad (4.25)$$

Ez a differenciál séma az ún. Kirchhoff-reprezentáció [21], az ilyen egyenlettel leírható modellt *K-modellnek* nevezzük.

A modell már lehetőséget adna a hullámterjedés numerikus számítására. A módszertől azonban elveiben eltér a digitális hullámvezető, amely a digitális jelfeldolgozásban egyszerűen implementálható kisleletek és összeadások segítségével oldja meg ugyanezt a problémát.

4.4.1. Az egydimenziós digitális hullámvezető

Az egydimenziós hullámegyenlet d'Alembert féle általános megoldásaként a hullám egy előre és hátrafelé haladó tetszőleges időfüggvényű hullám szuperpozíciójaként áll elő:

$$p(t, x) = p^+(x - ct) + p^-(x + ct). \quad (4.26)$$

A hullámot időben T periódusidővel és térben X mintavételi távolsággal mintavételezve, úgy, hogy $X = cT$, akkor az n -edik pillanatban m helyre az előző megoldás diszkretizált alakja:

$$p(m, n) = p^+(n - m) + p^-(n + m). \quad (4.27)$$

A digitális hullámvezető technikával ez két ellentétes irányú késleltető vonallal valósítható meg, amely késleltető vonalak végein a reflexiók könnyen modellezhetők: a haladó hullám valahányad része átlép az egyik késleltető vonalból a másikba. A teljes hullám minden időpillanatban a két késleltető vonal azonos pozíciójú elemeinek összege. Az ilyen módú modellezés esetén feltételeztük hogy a modellezett rendszer lineáris és kommutatív, amely lehetővé teszi, hogy a hullámterjedés során fellépő energiacsökkenés a hullámvezető legvégén fellépő egyetlen nagyobb energiacsökkenésként legyen kezelhető [14]. Az így leírt módon könnyen valósítható meg pengetett húr, furulya, vagy a vokális traktus fizikai modellje [25, 26, 18].

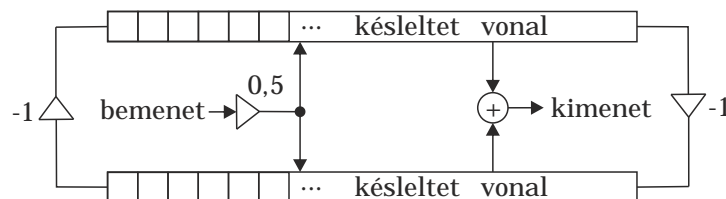
A 4.3 ábra egy így megvalósított egyszerű ideális húrmodellt mutat, amely $v(t, x)$ transzverzális sebességére ideális esetben felírható a (4.22) hullámegyenlet [31], amely sebességet az azonos irányba mutató erő hoz létre. A kettő között a húr anyagfüggő $R = (T\varepsilon)^{0.5}$ impedanciája teremt összefüggést: $f = Rv$. Látható, hogy a kimenet tetszőleges pontban a két késleltetővonal adott pontjának összege. Hasonló módon gerjeszthető a rendszer: a késleltetővonalak adott pontjaira kell az adott gerjesztőmennyiségeket egyenlő arányban hozzáadni, amely mennyiség jelen esetben célszerűen a húrra kifejtett külső f erőhatás.

A húr egyes pontjait *szóródási pontoknak* nevezzük, amely szóródási pontok impedanciája meghatározza a rajta áthaladó hullám viselkedését. A szóródási pontokat egységnyi késleltetők kötik össze. Ha a hullám azonos impedanciájú szóródási pontokon halad át, akkor visszaverődés nem történik, analóg módon a Kirchhoff-törvényekkel: ha egy hullám egy adott hullámimpedanciájú közegben terjed (pl. távvezeték) visszaverődés csak akkor történik, ha egy eltérő impedanciájú közeg határára érkezik. Ekkor a visszaverődés leírható a közegek impedanciájával. Mivel a hullám ideális esetben veszteségmentesen terjed tovább, a húr belső pontjait *veszteségmentes szóródási pontoknak*, vagy *csomópontoknak*, (angolul: „scattering junction”, így alsó-indexben J) nevezzük.

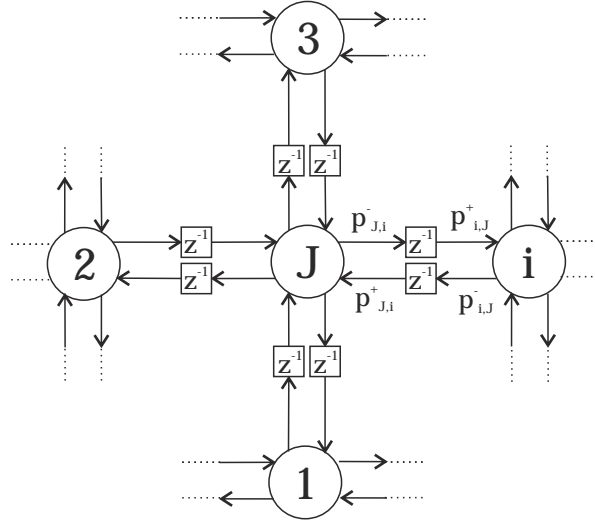
A technika kiterjeszthető egydimenzióból két-, vagy akár háromdimenzióba is, így nem késleltető vonalakat, hanem késleltető hálózatot alkalmazva, amely már lehetővé teszi levegőben terjedő hanghullámok vizsgálatát, pl. szobák akusztikai vizsgálatát is.

4.4.2. A kétdimenziós hullámvezető háló

Az előző húr példában minden szóródási csomópont két szomszédjával volt összekötöttesben, így a hullámot vonal mentén vezette egydimenzióban. A szóródási pontok elhelyezkedhetnek egy síkban is, így hullámvezető hálót alkotva. Az előző példa így kiterjeszthető egy membrán függőleges sebességének hullámterjedésének vizsgálatára. Azonos egyenletek írják le a p hangnyomás – amely



4.3. ábra. Húr fizikai modellje digitális hullámvezetővel



4.4. ábra. Négyzetrácsos hullámvezető háló

az előző példában a sebességnek felelt meg – és v részecskesebesség – amely az előző erőhatással analóg mennyiség – hullámterjedését is, így a hanghullámok is modellezhetők szóródási pontokon áthaladó nyomás és sebesség értékekkel. Legegyszerűbb esetben egymásra merőleges késleltetővonalak sokaságából kétdimenziós hálózat hozható létre a 4.4 ábrán látható módon. Ekkor a síkban a szóródási csomópontokat kétirányú késleltető vonalak kötik össze – legegyszerűbb esetben – a legközelebbi szomszédaikkal a szóródási pontok *kapuin* keresztül. Az ábrán látható négyzetrácsos elrendezésben egy csomópont négy kapuval rendelkezik.

Veszteségmentes esetben a szóródási pontok N kapujára két feltételnek kell teljesülnie a hangnyomásra és a részecskesebességre:

- Mivel a csomópontok egy hangnyomás értékkel jellemezhetőek, (ugyanúgy ahogy a membrán esetében egy pontot egy kitérés jellemez) a csomópont minden kapuján azonos hangnyomásérték mérhető, amely értéke p_J :

$$p_1 = p_2 = \dots = p_N = p_J. \quad (4.28)$$

- A befolyó és kifolyó részecskesebesség összege zérus, forrásmentes csomópontot feltételezve:

$$v_1 + v_2 + \dots + v_N = 0. \quad (4.29)$$

A szóródási csomópontok a hullámvezető háló építőelemei. A hálóban ezeket kétirányú késleltető vonalak kötik össze. A teljes hullámvezetőben terjedő nyomásra és részecskesebességre teljesül az egydimenziós esetben látott egyenlőség, azaz minden pontban a kialakuló nyomásérték az előre és hátra haladó hullámok összege. Így a csomópont J kapuján kialakuló nyomás számítható azt egy szomszédjával összekötő hullámvezetőn kialakuló nyomásból:

$$p_J = p_{J,i}^+ + p_{J,i}^-. \quad (4.30)$$

A csomópontok összeköttetései az elemi késleltetővonalakkal modellezett hullámvezető darabok, amelyek Z_i akusztikus impedanciájukkal jellemezhetőek: $Z_i = p_i^+ / v_i^+ = p_i^- / v_i^-$.

Ezek alapján néhány átalakítás elvégzése után tetszőleges számú kapuval rendelkező csomópontban a kialakuló hangnyomást a következő egyenlet írja le, amelyet az N -kapus szóródási egyenletnek nevezünk:

$$p_J = \frac{2 \sum_{i=1}^N \frac{p_i^+}{Z_i}}{\frac{1}{Z_i}}. \quad (4.31)$$

Izotróp anyagban ($Z_1 = Z_2 = \dots = Z_N$) az összefüggés a következő alakra egyszerűsödik:

$$P_J = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N p_{J,i}^+. \quad (4.32)$$

Az egyenletek azt állítják, hogy ahogy a haladó hullám a következő csomópontba érkezik, egy része a hullámnak a csomópont relatív impedanciájától függően visszaverődik, másik része belép a csomópontba és megoszlik a csomópont többi kapuja között. Négyzetrácsos elrendezésben (csomópontokként 4 kapu) izotróp anyagban, folytonos impedancia mellett a (4.32) egyenlet a következőképp egyszerűsödik:

$$p_J = \frac{p_1^+ + p_2^+ + p_3^+ + p_4^+}{2}. \quad (4.33)$$

A megadott egyenletek alapján a digitális hullámvezető hálón a hullámterjedés a következő iterációval számítható az időtartományban l, m pozíciójú csomópontra n időpillanatban izotróp membrán esetén [12, 26]:

- A csomópontokba a szomszédok felől érkező összetevőkből (4.34) alapján számítható a csomópontban kialakuló hangnyomás:

$$p_{J,l,m}(n) = \frac{p_{1,l,m}^+(n) + p_{2,l,m}^+(n) + p_{3,l,m}^+(n) + p_{4,l,m}^+(n)}{2}, \quad (4.34)$$

ahol $p_{J,l,m}(n)$ a csomópontban kialakuló nyomás, $p_{i,l,m}^+(n)$ és $p_{i,l,m}^-(n)$ a csomópontba érkező, illetve az azt elhagyó nyomásértékek.

- Ezekből (4.35) alapján a csomópontból távozó hullám számítható:

$$p_{i,l,m}^-(n) = p_{J,l,m}(n) - p_{i,l,m}^+(n). \quad (4.35)$$

- Végül a késleltető vonalakban a hullámjellemező értékeket léptetni kell: mivel az egyes csomópontokat egységnyi késleltetők kötik össze, ezért a J csomópont i szomszédja felőli kapujára n pillanatban beeső $p_{J,i}^+(n)$ hangnyomásérték megegyezik i csomópont J felőli kapuját $n-1$ pillanatban elhagyó $p_{i,J}^-(n-1)$ elhagyó nyomásértékkel. A z -tartományban, ahol a T mintavételi idővel való késleltetés z^{-1} -el való szorzát jelent, ez a következő alakban írható fel:

$$p_{J,i}^+(n) = z^{-1} p_{i,J}^-(n). \quad (4.36)$$

A hálóban forrás és nyelő mentes esetben igaz, hogy a csomópontba befolyó részecskekesebesség összege egyenlő az abból távozó hullámok összegével:

$$\sum_i v_{i,l,m}^+(n) = \sum_i v_{i,l,m}^-(n). \quad (4.37)$$

Néhány átalakítás után felírható a hullámvezető háló egyetlen nagy leíróegyenlete az n . időpillanatra:

$$p_{J,l,m}(n) = 0,5(p_{J,l,m+1}(n-1) + p_{J,l,m-1}(n-1) + p_{J,l-1,m}(n-1) + p_{J,l+1,m}(n-1)) - p_{J,l,m}(n-2), \quad (4.38)$$

vagy általánosan (ezzel ekvivalensen, a z tartományban):

$$p_J = \frac{2 \sum_{i=1}^N \frac{p_i z^{-1}}{Z_i}}{\sum_{i=1}^N 1/Z_i} - p_J z^{-2}. \quad (4.39)$$

Az így számított hullámvezető hálót *K-modellnek*, vagy *K-DWM*-nek nevezzük, míg a (4.34)-(4.35)-(4.36) egyenletekkel számított hálót *W-DWM*-nek nevezzük. Egy hálón belül alkalmazhatunk egyaránt K és W csomópontokat, ilyenkor kevert hálókról beszélünk. A csomópontok megfelelő keverésével jelentős csökkenést érhetünk el a háló számításigényében [26].

A (4.38) összefüggés kibővíthető a következő formára is:

$$\begin{aligned}
p_{J,l,m}(n) - 2p_{J,l,m}(n-1) + p_{J,l,m}(n-2) &= \\
= 0,5[p_{J,l,m+1}(n-1) - 2p_{J,l,m}(n-1) + p_{J,l,m-1}(n-1)] &+ \\
+ 0,5[p_{J,l-1,m}(n-1) - 2p_{J,l,m}(n-1) + p_{J,l+1,m}(n-1)]. &
\end{aligned} \tag{4.40}$$

Ez a kifejezés felismerhető, hogy az Descartes-féle koordináta-rendszerben felírt időtartománybeli hullámegyenlet véges differencia sémája, ahol a hullám terjedési sebessége $c = 2^{-0,5} \approx 0,7$. Ez tehát azt jelenti, hogy a K-DWM modell matematikailag az FDTD módszerrel teljesen ekvivalens, a hullámegyenletnek megfelelő eredményt ad. Vegyük észre azonban, hogy egy adott pillanatban a vizsgált pontban kialakuló hangnyomás kiszámításához 7 összeadás és egy shiftelés szükséges (2-vel való osztás) implementáció során [12], míg szorzásra egyáltalán nincs szükség. Épp ez a tény, amely miatt a digitális hullámvezető háló a jelenleg legígéretesebb hullámszimulációs módszer.

4.4.3. A háromdimenziós hullámvezető háló

Háromdimenzióra a módszer ezek után könnyen kiterjeszthető: négyzetrácsos elrendezésben ez esetben az egyes csomópontok 6 legközelebbi szomszédjával van összeköttetésben, azaz három egymásra merőleges késleltetővonal metszéspontjai a szóródási pontok.

A háló csomópontjaiban kialakuló nyomás ebben az esetben a következő egyenlettel írható le a K-DWM modellben [34, 35]:

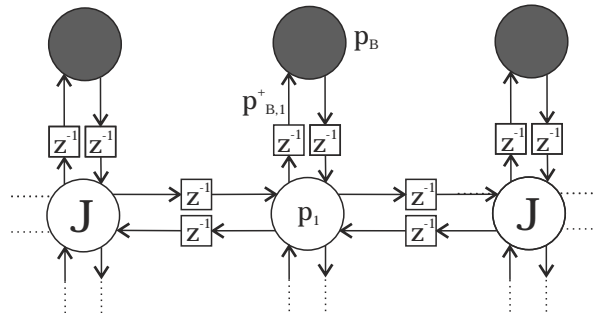
$$\begin{aligned}
p_{J,k,l,m}(n) &= \\
= \frac{1}{3}[p_{J,k+1,l,m}(n-1) + p_{J,k-1,l,m}(n-1) + p_{J,k,l+1,m}(n-1) &+ \\
+ p_{J,k,l-1,m}(n-1) + p_{J,k,l,m+1}(n-1) + p_{J,k,l,m-1}(n-1)] - p_{J,k,l,m}(n-2). &
\end{aligned} \tag{4.41}$$

Látható, hogy az előzőekben látottakhoz hasonlóan, a hálót leíró egyenlet a háromdimenziós hullámegyenlet diszkrét alakjával ekvivalens.

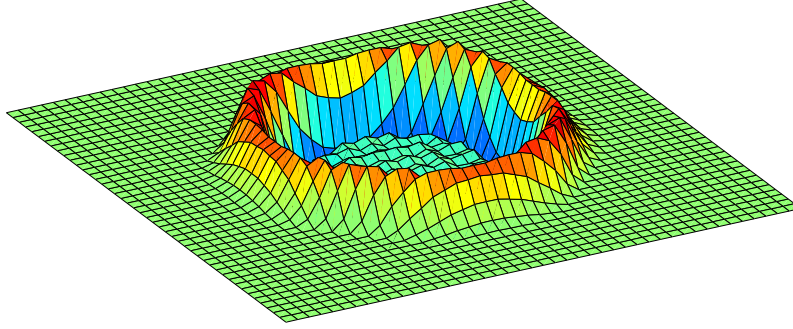
A leírt módszerek MATLAB környezetben könnyen implementálhatóak. A módszer előnye, hogy minden időpillanatban hozzáférésünk van a hangtérjellelmező függvényekhez. A hangtér-szintézis vizsgálatához egyszerre számos forrás jelét kell a rendszer gerjesztéseként a hangtérhez hozzáadni, ez a bemutatott módszerrel így könnyen lehetséges.

4.4.4. Közeghatárok modellezése a hullámvezető hálóban

A közeghatárok a négyzetrácsos DWM-ben legegyszerűbben olyan csomópontokként valósíthatóak meg, amelyek egyetlen csomóponttal vannak összeköttetésben, a DWM szélső csomópontjaival. Ezeket *dummy csomópontokként* kezeljük, amelyek impedanciája előírható. A közeghatárokat tehát a háló tetszőleges impedanciájú lezárásával valósítjuk meg, amely lezárásról az impedanciától függően a hullám valahányad része visszaverődik.



4.5. ábra. Visszaverődések modellezése dummy-csomópontokkal



4.6. ábra. Diszperzió és átlapolódás hatása a hullámvezető hálóban

Legegyszerűbb esetben így a falelemen kialakuló p_B nyomás W-DWM esetén az r visszaverődési tényezővel a legközelebbi p_1 csomópontból adott ütemben a falhoz érkező $p_{B,1}^+$ nyomásból számítható:

$$p_B = (1 + r)p_{B,1}^+, \quad (4.42)$$

ahol $r = \frac{Z_0 - Z_b}{Z_0 + Z_b}$, ha Z_0 a háló belső csomópontjainak impedanciája, Z_b a falelemek impedanciája. Ekkor az előírt visszaverődés a hálóban teljesül. Ekvivalens módon írható fel a visszaverődést biztosító falon kialakuló hangnyomás a K-modellben:

$$p_B = (1 + r)p_1 z^{-1} - r p_B z^{-2}. \quad (4.43)$$

4.4.5. A hullámvezető háló korlátjai és módszerek ezek átlépésére

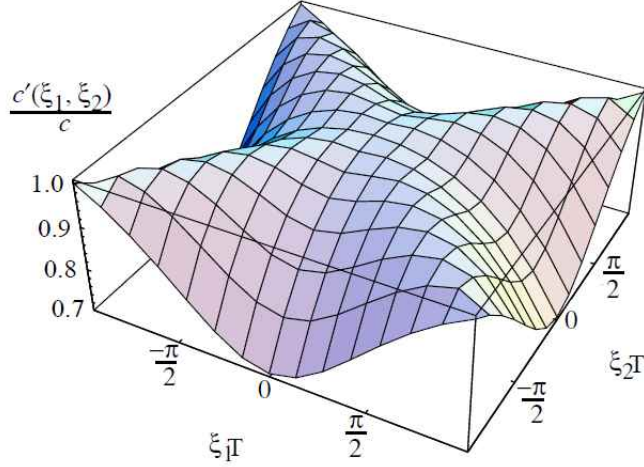
Mintavételi frekvencia. A hullámvezető hálóval való modellezés esetén térbeli- és időtartománybeli mintavételezés történik. Ebben az esetben is ez meghatároz egy irányfüggő maximális frekvenciájú hullámot, amely a hálóval szimulálható. Az effektív hullámterjedési sebességet az átlós irányú terjedési sebesség határozza meg. Egy N -dimenziós rendszerben a hullám átlós haladása esetén \sqrt{N} távolság megtételéhez N idő szükséges. Ez alapján a háló *frissítési frekvenciája*:

$$f_s = \frac{c\sqrt{N}}{dx}, \quad (4.44)$$

ahol c a hullám terjedési sebessége, dx a mintavételi távolság. Ebből az átlapolódás nélkül szimulálható felső határfrekvencia értéke $f_{\text{Nyq}} = f_s/4$ [35]. Az átlapolódás értelemszerűen a gerjesztőjel f_{Nyq} -ra való sávkorlátozásával kerülhető el.

Diszperzió. A hullámvezető háló legfőbb problémája, hogy a hullám terjedési sebessége függ a frekvenciától és a terjedési iránytól. Ez a hálóban diszperziót jelent: hatására a hullámforma terjedés során torzul. Ez a hatás megfigyelhető a 4.6 ábrán, ahol a diszperzió hatása az átlós irányú hullámfront „csúcsosodásán”, míg az átlapolódás a hullámfront által közrezárt területen figyelhető meg.

A diszperzió az alkalmazott differencia séma Von Neumann-analízisével vizsgálható, amelynek alapja a térbeli Fourier-transzformáció. A térbeli Fourier-transzformáció hatására xy -síkból $\xi_1 \xi_2$ által kifeszített síkba jutunk. A sík minden pontja a síkhullám dekompozícióhoz hasonló módon meghatároz egy adott irányú, adott frekvenciájú síkhullámot: a hullám frekvenciája $\xi = \sqrt{\xi_1^2 + \xi_2^2}$, azaz az origótól való távolság, míg beesési szöge $\alpha = \arctan \xi_2/\xi_1$. A 4.7 ábrán a relatív terjedési sebesség látható ξ_1, ξ_2 függvényében [12]. Látható, hogy a relatív sebesség $1/\sqrt{2}$ és 1 között változik: átlós irányban való haladás esetén értéke 1. Megfigyelhető az is, hogy valóban, a terjedési sebesség a haladási irány és a frekvencia függvénye is: ha csak frekvenciafüggő lenne, akkor csak az origótól való távolságtól függene, azaz az ábra pontszimmetrikus lenne az origóra.



4.7. ábra. A hullám terjedési sebessége a frekvencia függvényében [12]

A hullám irányfüggő terjedési sebessége a csomópontok elrendezésének, azaz a választott topológia függvénye. Háromszög alakú topológiával majdnem minden irányban egyenlő terjedési sebesség érhető el. Négyzetrácsos elrendezést alkalmazva is lehetőség van a diszperziós hatások csökkentésére interpolációval [34, 35, 36, 37]:

Kétdimenzióban, a K-DWM-et leíró (4.38) egyenlet felírható rövidebb formában is:

$$p_c(n) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^4 p_k(n-1) - p_c(n-2), \quad (4.45)$$

ahol $p_c(n)$ a számítandó csomópontban a hangnyomás, $p_c(n-2)$ ugyanebben a csomópontban a két ütemmel korábbi nyomásérték, míg $p_k(n-1)$ a négy legközelebbi szomszédban előző ütemben mért nyomásérték. Az egyenlet első fele felírható mátrixos formában is, amelyben a súlyozó mátrix megmutatja, hogy az aktuális csomópont közvetlen környezetében melyik csomópont mekkora résszel szerepel az összegzésben. Ebben az esetben ez a súlyozómátrix:

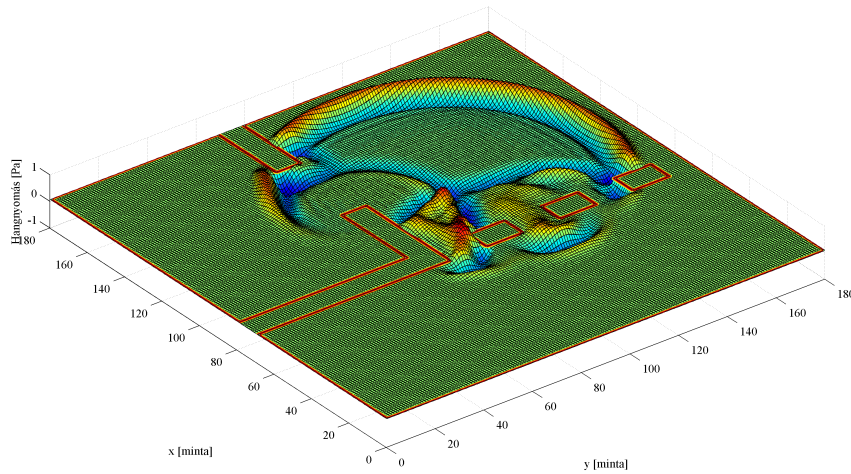
$$h_{\text{orig}} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

A mátrix azonban megváltoztatható, ekkor gyakorlatilag a differencia sémát módosítjuk, a csomópontban kialakuló nyomás számításába mind a 8 szomszédja közrejátsszik. Az interpolációs mátrix különböző megválasztásaival (billineáris interpoláció, kvadratikus interpoláció) a vonatkozó irodalom behatóan foglalkozik [36]. A mátrix elemei optimalizálhatóak költségfüggvény minimalizálással is. Az így kapott optimális interpolációs mátrix a vonatkozó irodalom alapján [36]:

$$h_{\text{opt}} = \begin{bmatrix} 0,09398 & 0,3120 & 0,09398 \\ 0,3120 & 0,3759 & 0,3120 \\ 0,09398 & 0,3120 & 0,09398 \end{bmatrix}.$$

Az interpoláció természetesen analóg módon háromdimenzióban is elvégezhető. Háromdimenzióban a középső csomópontnak 26 szomszédja van, tehát összesen 27 csomópont vonható be az interpolációba. Ezt egy $3 \times 3 \times 3$ -as mátrix segítségével írhatjuk le. Az optimalizált interpoláló mátrix [35] alapján:

$$h_{\text{opt}} = \begin{bmatrix} 0,01460 & 0,03860 & 0,01460 \\ 0,03860 & 0,12052 & 0,03860 \\ 0,01460 & 0,03860 & 0,01460 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0,03860 & 0,12052 & 0,03860 \\ 0,12052 & 0,69686 & 0,12052 \\ 0,03860 & 0,12052 & 0,03860 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0,01460 & 0,03860 & 0,01460 \\ 0,03860 & 0,12052 & 0,03860 \\ 0,01460 & 0,03860 & 0,01460 \end{bmatrix}.$$



4.8. ábra. A digitális hullámvezető háló működése

ahol a középső mátrix a számítandó csomópont síkjának interpoláló mátrixsza.

Az interpoláló mátrix alkalmazásának hatására a hullám terjedési sebessége szinte teljesen irányfüggetlenné tehető, egyedül a frekvenciafüggése marad meg. Ez lehetővé teszi a háló impulzusválaszában a hiba további csökkentését, amelyet megfelelően megválasztott FIR-szűrővel való szűréssel tehetünk meg [34, 35, 36, 37].

4.5. Összegzés

A fejezetben bemutatottam egy összetett szimulációs környezet létrehozását. A legegyszerűbb esetben a hangteret monopólusok terének numerikus összegzésével számítottam, míg az állandósult állapot számításához spektrális végelelem alapú módszert használtam.

A tranziensek szimulációjához létrehoztam egy W-modell és egy K-modell hullámvezető hálót is. Mivel a hangnyomás értékéhez minden időpillanatban hozzáférünk, ezért a rendszer könnyen gerjeszthető, a hangtérszintézis könnyen vizsgálható. A hálót mind két-, mind háromdimenzióban megvalósítottam: a számítások kétdimenzióban jelentősen gyorsabbak, jellegetre a tér gyorsabban vizsgálható. Természetesen ekkor a kétdimenziós hullámterjedést és kétdimenziós hangtérszintézist leíró egyenletek érvényesek, így a monopólus terét az ismert Hankel-függvény írja le, de a hangtérszintézis az egész síkon amplitúdóhelyesen biztosítható.

A 4.8 ábrán a háló működését demonstrálandó, egy Gauss-ablak vezérlőjelű forrás hullámtere látható egy négyszög alakú membránon, amelyen több akadályt helyeztem el. Ezeknek a helyét kontúrgörbe jelzi az ábrán. Látható, hogy a hullámvezető háló tetszőleges geometriára hatékonyan alkalmazható, ellentétben a spektrális végelelem módszerrel, amely hatékonyan csak cipősdobozszobára alkalmazható.

5. fejezet

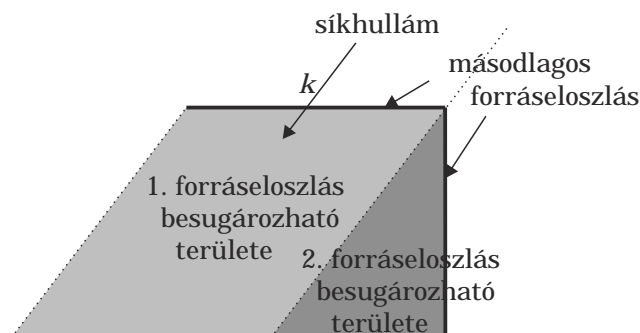
Módszer a diffrakciós hatások megszüntetésére

Az előző fejezetben láthattuk, az alkalmazott másodlagos források hangszórók, amelyeket egy fal mentén helyezünk el. Téglalap alapú szobában ekkor a másodlagos forráseloszlás hossza maximummal a fal hosszával egyenlő.

Látható volt, hogyan határozható meg a másodlagos forráseloszlásból a besugározható terület a szobában. Ez a terület több fal bevonásával, azaz további másodlagos források elhelyezésével a szomszédos falakon növelhető. Az 5.1 ábrán látható, hogy tetszőleges irányú síkhullám esetén a két szomszédos fal által besugározható területek kiegészítik egymást: a területek között nincs átfedés és így elméletileg a két fallal a zárt térrész teljes egészében besugározható.

A vonatkozó irodalom alapján [33, 48] a második fal bevonása a szintézisbe az előzőekben számított vezérlőoperátorok mindkét falra való felírásával oldható meg, azaz ugyanazt a függvényt kiértékelve az összes – két falnyi – másodlagos forrásra. Ezzel a megoldással két probléma van:

- Látható volt, hogy egy falról való sugárzás esetén a besugározható terület szélein gömbhullámok formájában diffrakciós jelenség lép fel. Nincs ez másként két falról való sugárzás esetében sem: mindkét fal lesugárzott hangterében jelen vannak a diffrakciós hullámok, amelyek a térhez hozzáadódnak, hiszen a szobában kialakuló hangtér – visszaverődés nélküli esetben – egyszerűen a két sugárzó falrész hangtereinek összegeként állítható elő.
- A vezérlőoperátorok származtatása során feltételeztük, hogy a másodlagos források a vízszintes irányban végtelen hosszú vonal mentén helyezkednek el. Ugyanezt több falra számítva semmi sem garantálja hogy a több falról lesugárzott tér egyenlő az eredetileg egy, végtelen hosszú falról sugárzott térrel.



5.1. ábra. A két falról besugározható terület

5.1. A probléma megoldása

A probléma megoldásához abból indultam ki, hogy a szintézis tökéletes lenne végtelen hosszú másodlagos forráseloszlás esetén: a diffrakciós hatások is amiatt jönnek létre, hogy a másodlagos források szélső elemeinek nincs szomszédja, amely ezeket a hatásokat kioltaná, tehát a diffrakció is a vízszintes irányban elhagyott másodlagos források hiányából származik.

A megoldásom alapötlete a következő: *a másodlagos vonalforrás csonkolásának hatása kiküszöbölhető, ha a szomszédos falakról a hiányzó részek hangterét állítjuk elő. Másképp megfogalmazva: a szomszédos falak bevonása során az újonnan bevont falakról nem az eredeti virtuális forrás hangterét próbáljuk szintetizálni, hanem azt a hangteret, amelyet az előző fal két oldaláról elhagyott másodlagos források hoznának létre ezeken az oldalfalakon.*

Az ötlet megvalósításának bemutatásához a vizsgált elrendezés az 5.2 ábrán látható.

Tételezzük fel, hogy egy szobában az ábrán látható módon egy külső virtuális forrás hangterét akarjuk szintetizálni a $z = 0$ vonal – amelybe az 1. fal is beletartozik – mentén elhelyezkedő folytonos másodlagos forráseloszlással. Ekkor a már ismert módon erre a végtelen hosszú forrásra a $Q_m(x, \omega)$ szintézisoperátorok számíthatók:

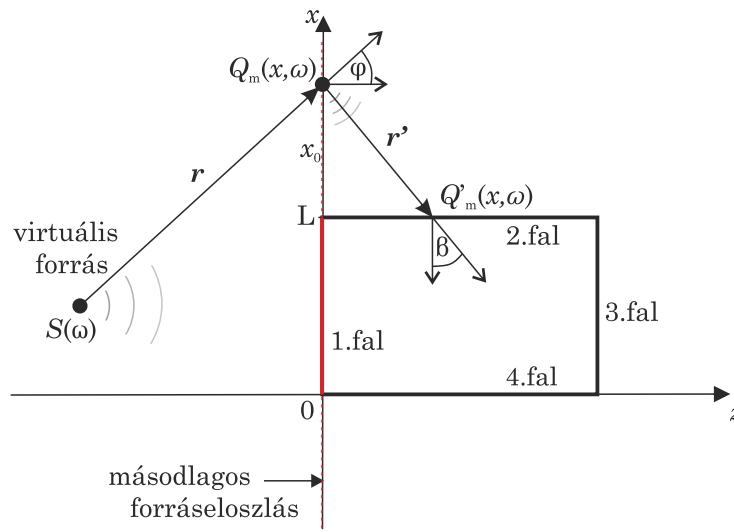
$$Q_{m,1.fal}(x, \omega) = S(\omega) \sqrt{\frac{jk}{2\pi}} \sqrt{\frac{\Delta z_0}{z_0 + \Delta z_0}} G(\varphi, 0, \omega) \cos \varphi \frac{e^{-jkr}}{\sqrt{r}}. \quad (5.1)$$

Ebből a forráseloszlásból csak a pirossal jelölt rész, azaz $0 < x < L$ realizálható a szobában a fal mentén elhelyezett forrásokkal. Az ábrán szaggatott vonallal jelölt részeket így tehát elhagyjuk, amely a térben a hangtér torzulását, diffrakciót okoz.

A másodlagos forráseloszlás $x > L$ elhagyott elemei a 2-es fal mögött virtuális forrásokként is felfoghatóak, ugyanígy a $x < 0$ másodlagos források a 4-es fal mögötti virtuális források. Legegyszerűbb esetben a $z = 0$ vonal mentén elhelyezkedő $Q_m(x, \omega)$ vezérlőjelű monopólusokként kezelhetők, amelyekről így elegendő ismerettel rendelkezünk ahhoz, hogy a 2-es, illetve a 4-es falról terük a szoba belsejében szintetizálható legyen.

Egy $x > L$ virtuális másodlagos forrás terének szintéziséhez a 2. falra kell a már ismert vezérlőoperátort felírni:

$$Q'_m(z, \omega) = Q_m(x, \omega) \sqrt{\frac{jk}{2\pi}} \sqrt{\frac{\Delta x_0}{x_0 + \Delta x_0}} \cos \beta \frac{e^{-jkr'}}{\sqrt{r'}}. \quad (5.2)$$



5.2. ábra. Elrendezés az elhagyott másodlagos források terének szomszéd falról történő szintetizálásához

Az egyenletben x_0 a virtuális másodlagos forrás 2. faltól vett távolsága, Δx_0 a 2. falról való szintézis referenciavonala.

Ahhoz, hogy az összes elhagyott forrás terét visszaállítsuk, ezt a vezérlőoperátort kell az összes elhagyott forrásra kiszámolni, majd összegezni őket. Ez a 2. fal mögötti virtuális másodlagos források terének integrálja, így a 2. fal vezérlőfüggvényeit a következőképp írhatjuk fel:

$$Q_{m,2.fal}(z, \omega) = \int_L^\infty Q_{m,1.fal}(x, \omega) \sqrt{\frac{jk}{2\pi}} \sqrt{\frac{\Delta x_0}{x_0 + \Delta x_0}} \cos \beta \frac{e^{-jkr'}}{\sqrt{r'}} dx \quad (5.3)$$

Hasonlóan a 4. fal egyes pontjainak vezérlőfüggvényét úgy kell felírni, hogy azok a $x < 0$ elhagyott virtuális források terét állítsák elő:

$$Q_{m,4.fal}(z, \omega) = \int_{-\infty}^0 Q_{m,1.fal}(x, \omega) \sqrt{\frac{jk}{2\pi}} \sqrt{\frac{\Delta x_0}{x_0 + \Delta x_0}} \cos \beta \frac{e^{-jkr'}}{\sqrt{r'}} dx. \quad (5.4)$$

Természetesen ez még mindig közelítés, hiszen a szintézis hibája ugyanaz, mint az előző esetben: a kialakuló hangtér akkor lenne tökéletes, ha mind a 2. fal mentén, mind a 4. fal mentén végtelen lenne a szintézishez használt forráseloszlás hossza. Az eredmény azonban az imént alkalmazott megoldás ismétli alkalmazásával tovább finomítható: a 2. és 4. falról elhagyott források hatása az 1. és 3. falról közelítőleg lesugározható, úgy, hogy a vezérlőoperátorokat az imént mutatott módszerrel számítjuk. Ez az eljárás tovább folytatható, a kialakuló hangtér az iteráció végtelen számú ismétlésével az eredeti, végtelen hosszú vonalforrásról lesugárzott hangtérbe tart.

A módszer lényege összefoglalva: az első faltól kiindulva, a falak széléről elhagyott másodlagos források hatását a fal két szomszédjára „hajtogatjuk rá”, ezekkel közelítjük azok hangterét. Végtelen számú ilyen hajtogatás után a négy fal lesugárzott hangterének összege elméletileg az eredeti, végtelen hosszú vonalforrás terét adja vissza.

Látható, hogy analitikusan felírva az egyes falak szintézisoperátorait többszörös integrálegyenlethez vezetne: az integrálások száma egyenlő az iterációk (azaz a „hajtogatások”) számával. Érdekes kérdés az ilyen módon végtelenben vett sorösszeg zárt alakban való meghatározása, amely így a tökéletes szintézist eredményezné négy falról. Munkám során erre nem tértem ki, a módszer működésének vizsgálata során bizonyos számú iterációt végeztem el, a végtelenben vett integrálok pedig kellően nagy számig történő numerikus összegzéssel közelítettem. Ez természetesen jelentősen megnövelte a szintézisoperátorok meghatározásának számításiigényét: egy iteráció elvégzése a klasszikus vezérlőoperátorok számításidejének több, mint 50-szeresét vette igénybe, míg két iterációhoz ez 160-szorosára nőtt. Ez a nagy számításiigény is kiküszöbölhető lenne a zárt alak megtalálásával.

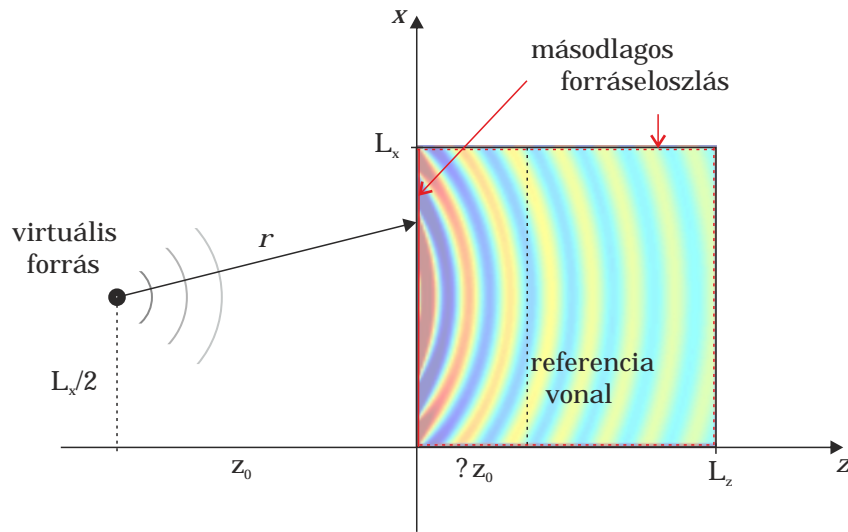
5.2. A kidolgozott megoldás eredményei

A módosított vezérlőoperátorok működésének vizsgálatához a szimulációk során alkalmazott elrendezés az 5.3 ábrán látható: Célunk egy a $z < 0$ félsíkon elhelyezkedő monopólus terének reprodukciója a $L_x \times L_z$ szobában, úgy, hogy a szintén monopólus másodlagos forráseloszlás a négy fal mentén helyezkedik el. A konkrét példában a virtuális forrás a $[-1, 1]$ pontban helyezkedik el, a szoba dimenziói $L_x = L_z = 2$ m, míg a referenciavonal: $\Delta z_0 = 0,75$ m. A forrás egységnyi amplitúdóval sugároz, tehát a forrás által a tér tetszőleges \mathbf{r}' pontjában a kialakuló hangnyomás $P(\mathbf{r}') = e^{-jkr'}/r'$.

A klasszikus vezérlőoperátorok számítása esetén a négy fal közül a szintézisben csak a $z = 0$ fal másodlagos forrásai aktívak, a szintézisben csak ezek vesznek részt. Ezekre a klasszikus vezérlőoperátor

$$Q_m(x, \omega) = S(\omega) \sqrt{\frac{jk}{2\pi}} \sqrt{\frac{\Delta z_0}{z_0 + \Delta z_0}} \cos \varphi \frac{e^{-jkr}}{\sqrt{r}}. \quad (5.5)$$

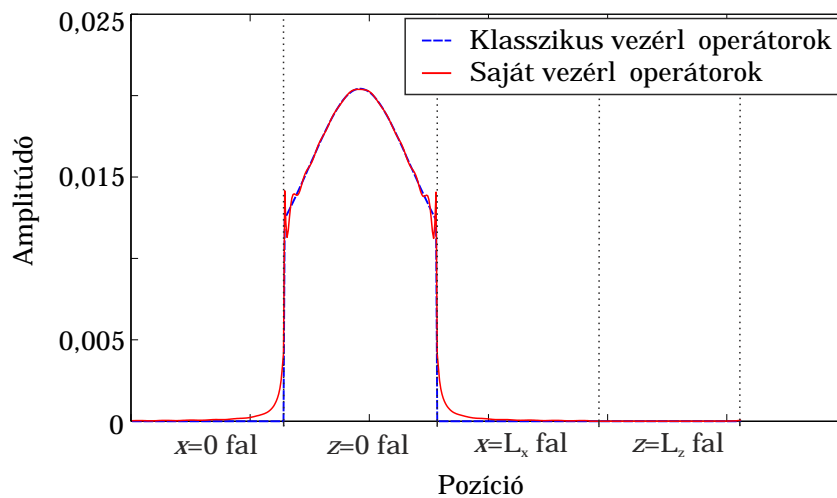
Ennek az operátornak működését hasonlítottam az előzőekben bemutatott módon számítható saját operátorokhoz amelyeket két iterációig számítottam: a $z = 0$ fal mellől elhagyott másodlagos



5.3. ábra. Elrendezés a vezérlőoperátorok módosításának hatásának vizsgálatához

források hatását számítottam két szomszédjára, $x = L_x$ és $x = 0$ falakra, majd ezen falak mellől elhagyott források hatását tovább számítottam szomszédjaikra, $z = 0$ és $z = L_z$ falakra. Így a hangtér kialakításában egy fal helyett mind a négy fal szerepet vesz. A szimulációk során a virtuális forrás vezérlőjele $f = 1260$ Hz-es szinuszjel volt. A végtelenben vett integrálokat 8 méternyi elhagyott másodlagos forrás terének számításával helyettesíttem. A tapasztalat azt mutatta, hogy ezen túl az elhagyott másodlagos források hatása elhanyagolható a gyors oszcilláció és a nagy távolság miatt.

Az 5.4 ábrán a klasszikus vezérlőoperátorok abszolútértéke kék színnel, a módosított vezérlőoperátorok abszolútértéke piros színnel láthatók. Látható, hogy valóban, a klasszikus vezérlőfüggvények csak azon a falon tartalmaz nemnulla összetevőket, amely mögött a virtuális forrás van, míg a módosított operátorokat alkalmazva mind a négy fal sugároz. A legnagyobb hozzájárulása a szintézishez a $z = 0$ falnak van, míg a $z = L_z$ hatása elhanyagolható. Az $x = 0$ és $x = L_x$ falaknak azonban számottevő hozzájárulása van a szintézishez. Ezek elhanyagolása a klasszikus szintézisoperátorok esetén természetesen hatással lesz a kialakuló hangtérre, terük hiánya diffrakcióként



5.4. ábra. A klasszikus és a módosított vezérlőoperátorok abszolútértékének összehasonlítása

jelentkezik.

Az 5.5 ábrák a szintetizált hangterek és az eredeti, virtuális forrás által létrehozott hangterek (nyomásterek) különbségét jelenítik meg. A szimulációk a reflexiók figyelembevétele nélkül, állandósult állapotban készültek. Az ábrákon tetszőleges \mathbf{r} pontban az ábrázolt érték

$$P_{5.5}(\mathbf{r}) = \Delta P(\mathbf{r}) = P_{\text{eredeti}}(\mathbf{r}) - P_{\text{szint}}(\mathbf{r}). \quad (5.6)$$

Az adott elrendezésben a virtuális forrás eredeti nyomástere a szobában 1-re normált, azaz a legnagyobb amplitúdójú pont csúcserőértéke egységnyi. Az így megválasztott paraméterekkel a hibajelenségek amplitúdói könnyebben vizsgálhatók. Látható, hogy a klasszikus esetben a különbségi hangtérben különböző interferenciajelenségek vannak, azaz az eredetitől eltérő irányultságú hullámok is jelen vannak a térben. Ezek a diffrakciós hullámok, amely a véges apertúra méretből származnak. A módosított szintézis operátorokkal szintetizált térrel vett különbségi jelben ezzel szemben a komponensek az eredeti térrel azonos irányultságúak. Ez azt jelenti hogy a szintetizált hangtér az eredetitől csak amplitúdóban tér el, amely hiba azonban a stacionárius fázis közelítés során lép fel, így vonal eloszlású másodlagos források alkalmazása mellett ez a hibajelenség nem kiküszöbölhető.

Az 5.6 ábrákon a terjedési útból származó csillapítás figyelmen kívül hagyásával, pusztán a hullám csúcserőértéke látható. Ha a vizsgált \mathbf{r} pont és a virtuális forrás távolsága r , akkor az ábrákon bármely pontban az ábrázolt érték

$$P_{5.6}(\mathbf{r}) = re^{jkr} \Delta P(\mathbf{r}). \quad (5.7)$$

Ismét, a klasszikus operátorok esetén a különbségi tér amplitúdójában a diffrakciós hullámok amplitúdója is megjelenik. Látható, hogy jelentős hiba van az $x = 0$ és $x = L_x$ falak közelében, amely falakról való sugárzás hiánya legjobban megjelenik. A módosított operátorokat alkalmazó hangtér szintézis során azonban a hiba szinte csak a z koordináta monoton csökkenő függvénye, amely azt jelenti, hogy a hiba a Rayleigh-integrál vonalintegrálba való transzformálása miatt jön létre.

Mivel ez az amplitúdóhiba nem kiküszöbölhető, érdekesebb a hibajelét a nem megszüntethető hiba elhagyásával vizsgálni. Ez látható az 5.7 ábrán, amelyen így \mathbf{r} pontban az ábrázolt érték

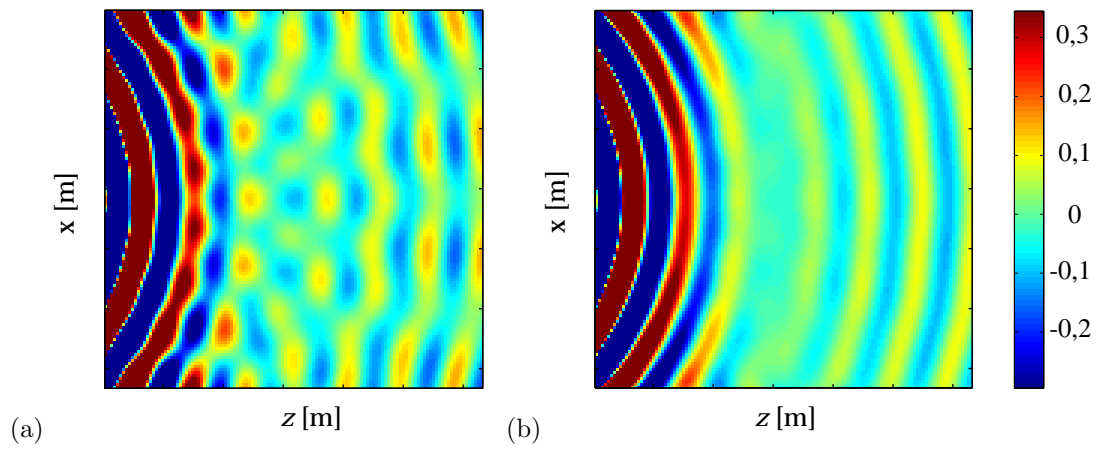
$$P_{5.7}(\mathbf{r}) = (re^{jkr} \Delta P(\mathbf{r})) - A_{\text{kor}}, \quad (5.8)$$

ahol A_{kor} a szintézis korrekciós tényezőjéből számítható hiba. Látható, hogy valóban, a klasszikus vezérlőoperátorok alkalmazása során a maradék hiba még mindig jelentős, ami már kizárólag a véges apertúraméret hatásaként keletkezik, míg a módosított vezérlőoperátorokkal a hiba már a sík szinte teljes részén elhanyagolható.

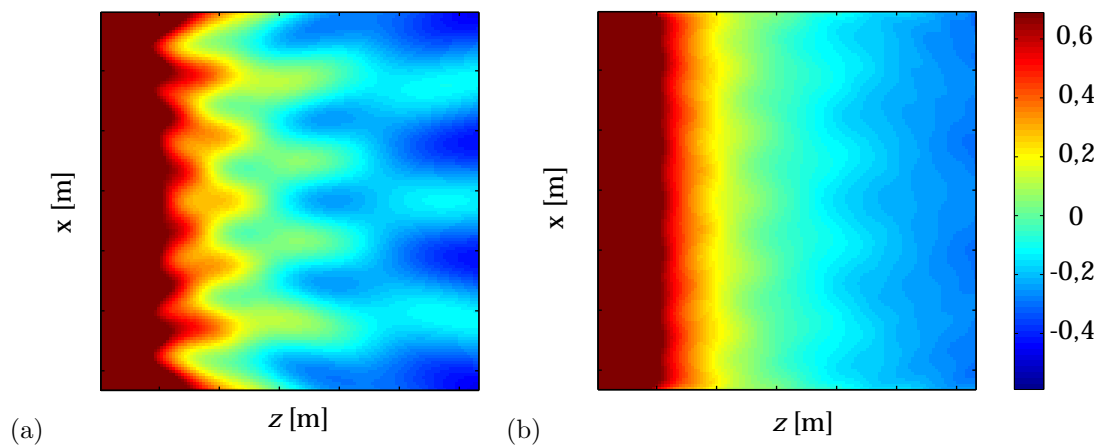
Az 5.7 ábrán is vizsgált maradék hibater lehetősé teszi a hiba számszerűsítését, amely nem függ a vizsgálójel frekvenciájától és a referenciavonal helyétől, pusztán a diffrakciós hatásokat számszerűsíti: a $P_{5.7}(\mathbf{r})$ nyomástér E effektív értéke jól jellemzi ezt a hibamértéket, amely az effektív érték definíciója szerint dB-ben ($P_{\text{ref}} = 1$ Pa referenciával)

$$E = 20 \lg \left(\sqrt{\frac{1}{L_x L_z} \int_0^{L_z} \int_0^{L_x} (re^{jkr} \Delta p(\mathbf{r}))^2 dx dz} \right). \quad (5.9)$$

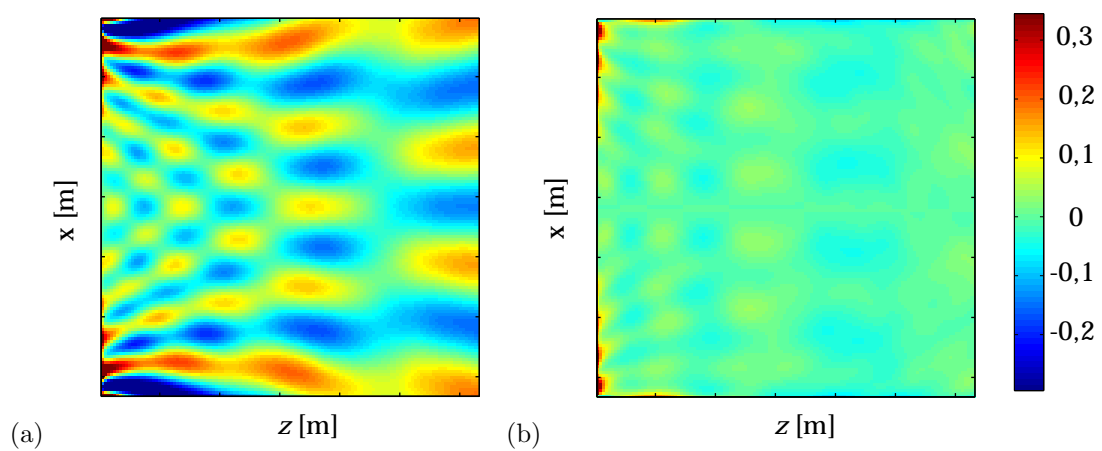
Ezt a hibajellemzőt kiértékelve a klasszikus vezérlőoperátor által generált hiba: $E_{\text{klasszikus}} = 11,8$ dB, míg a módosított operátorok esetén ez a mennyiség $E_{\text{mod}} = -12,4$ dB. A hiba effektív értékét más virtuális forráspozíciókra is kiszámítva a módszerem jellemzően 18-20 dB-lel javítja a szintézist. Látható, hogy a vezérlőoperátorok módosítása jelentősen csökkentette a diffrakciós hatásokat, így a szintetizált hangtér az általam felírt operátorokkal sokkal jobban megközelíti az eredeti teret, mint a klasszikus eset. A hiba elvileg még tovább csökkenthető az előző bekezdésben leírt módon: a Rayleigh-integrál további pontosításával, ami az általam megadott módszerrel lehetséges.



5.5. ábra. Az eredeti hangtér és a szintetizált hangtér különbsége a klasszikus operátorok (a) és a módosított operátorok (b) alkalmazásával



5.6. ábra. A szintézis hibájának csúcserőteke a klasszikus operátorok (a) és a módosított operátorok (b) alkalmazása mellett



5.7. ábra. A szintézis amplitúdó hibája a korrekciós tag figyelembevétele nélkül a klasszikus operátorok (a) és a módosított operátorok (b) alkalmazása esetén

6. fejezet

Hangtérszintézis zárt térben

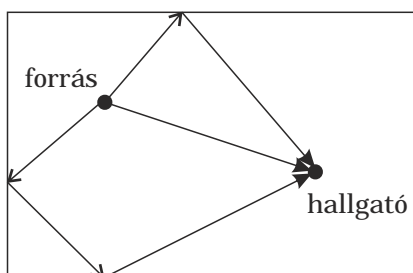
A hangtérszintézis matematikai alapjait bemutató fejezetben látható volt, hogy a hangszórók vezérlőjelének származtatásának alapja a Rayleigh-integrálegyenlet volt. Ez azonban a Kirchhoff–Helmholtz-integrál – amely a hangtér általános leírását adja – egy speciális esetben lehetséges egyszerűsítése: az egyszerűsítéshez a feltétel a Sommerfeld-féle sugárzási feltétel teljesülése, azaz a végtelen féltérbe való sugárzás. Ez azt jelenti, hogy a sugárzó falról induló hullámok a végtelenben elnyelődnek, nem történik visszaverődés. A gyakorlatban a hangtérszintézis zárt térben történik, amelyben – hacsak a falak nem tökéletesen elnyelők – a hullámok a falakról visszaverődnek, a terem visszhangzik. Ez természetesen a térérzetet rombolja.

A fejezetben először a visszhangzó terem leírását mutatom be. Ez alapján módszert dolgoztam ki a teremben elhelyezkedő forrás visszhangjainak kioltására a hangtérszintézis segítségével. A módszer alkalmazható úgy is, hogy a kioltandó visszhangú belső forrás épp a hangtérszintézisre alkalmazott másodlagos forráseloszlás, így ezek reflexióinak kioltásával lehetővé válik a hangtérszintézis zárt térben is. A fejezet második felében ezt a módszert ismertetem.

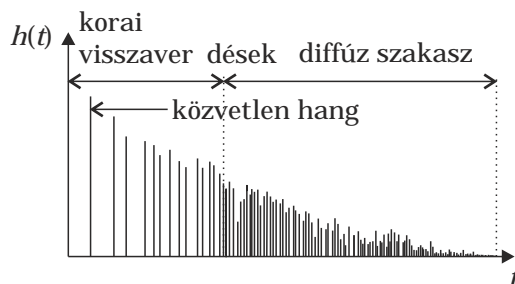
6.1. A zengő terem leírása

Egy terem zengése a hullámok falakról történő sorozatos visszaverődéseiből áll. Egy teremben a forrásból származó hanghullám a megfigyelési pontot legelőször a kettő közötti direkt úton éri el. Az idő ami alatt a hullám eléri a megfigyelőt, természetesen a forrás-megfigyelő távolság és a hangsebesség hányadosa. A direkt útvonalon kívül azonban a hanghullám a falakról visszaverődve is eléri a megfigyelőt, ahogyan az a 6.1 ábrán látszik

A hang többszörösen visszaverődik a falakról, így egyre több visszhang éri el a megfigyelőt. Ha a teret impulzussal gerjesztjük (pl. lufipukkantás, pisztolylövés), adott megfigyelő pozícióban mérhetjük a terem impulzusválaszát. Egy tipikus impulzusválasz látható a 6.2 ábrán. A közvetlen hang után beérkező első néhány visszaverődés jól elkülönül egymástól, ezek beérkezési ideje és amplitúdója jól számítható. Ez a determinisztikus szakasz az ún. *korai visszaverődések* szakasza.



6.1. ábra. Visszaverődések zárt térben



6.2. ábra. Zengő terem impulzusválasza

Ezután a visszaverődések egyre gyakoribbak, végül az impulzusok szinte már nem különülnek el egymástól. Ez a sztochasztikus folyamatként modellezhető lecsengés adja a szoba zengését, neve: *diffúz szakasz*. Teremakusztika területén a szoba egyik legfontosabb jellemzője a diffúz szakasz hossza és meredeksége, pontosabban az az idő, amely alatt a forrás kikapcsolása után a teremben lévő energiaszint 60 dB-lel csökken. Ez az ún. *utózungési idő*, jelölése T_{60} [5].

6.1.1. A visszaverődések leírása

Mivel a terem zengésének diffúz szakasza sztochasztikus folyamat, ezért ennek kioltása legfeljebb statisztikus módszerekkel, költségfüggvény minimalizálással, adaptív szűréssel lehetséges [39, 47]. A saját módszerem kidolgozása során a korai visszaverődések elnyomását tűztem ki célul. Ehhez szükség van ezen korai reflexiók fizikai leírásának megértésére [5, 28].

Ha egy hullám közeghatárra érkezik, így pl. a levegőben terjedő hullám eléri egy szoba falát, a hullám egy része elnyelődik, azaz átlép a másik közegbe és továbbhalad, másik része pedig visszaverődik. A visszaverődés számunkra legfontosabb jellemzője a *visszaverődési tényező*, amely definíciószerűen a visszaverődött hullám és a beeső hullám komplex csúcsertékek aránya. Mivel a visszaverődő hullám fázisváltozást is elszenvedhet, ezért a reflexió tényező komplex értékű:

$$R = |R| e^{j\phi} = \frac{A_{\text{refl}}}{A_{\text{be}}} \quad (6.1)$$

A visszaverődési tényező abszolút értéke és fázisa is függ a beeső hullám frekvenciájától és beesési szögétől.

A reflexió jellemezhető a hullám energiacsökkenésével is: a hullám intenzitása az amplitúdója négyzetével arányos. A mérőszám, amely megmutatja, mekkora része nyelődik el a beérkező hullám energiájának, az akusztika területén gyakran használt közegjellemző, az *elnyelési tényező*:

$$\alpha = 1 - |R|^2 \quad (6.2)$$

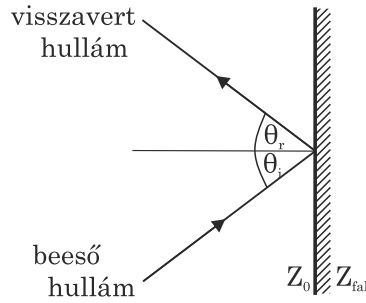
Szintén gyakran használt akusztikai jellemző a *specifikus*, vagy más néven *akusztikus impedancia*, amely definíciószerűen a közegben terjedő p hangnyomás valamint a v részecskesebesség hányadosa. Síkhullám esetén a levegő *specifikus impedanciája* (hullámimpedanciája):

$$Z_0 = \frac{p}{v} = \rho_0 c \quad (6.3)$$

A fal akusztikus impedanciája a közvetlenül a fal előtt mérhető hangnyomás és az általa létrehozott normális részecskesebesség hányadosaként definiálható, amely részecskesebesség megegyezik a fal rezgésének normális sebességével:

$$Z_{\text{fal}} = \frac{p}{v_n} = Z_{\text{rel}} Z_0 \quad (6.4)$$

A falról történő visszaverődéseket jellemző elnyelési tényezőt és reflexió tényezőt leggyakrabban a közegek akusztikus impedanciáival írjuk le: a falra merőlegesen beérkező síkhullámok esetén a



6.3. ábra. Visszaverődés közeghatáron

reflexiós tényező egyszerűen kifejezhető a levegő és a fal impedanciájával, a távvezeték modellel analóg módon:

$$R = \frac{Z_{\text{fal}} - Z_0}{Z_{\text{fal}} + Z_0} = \frac{Z_{\text{rel}} - 1}{Z_{\text{rel}} + 1} \quad (6.5)$$

Általános esetben a vizsgált elrendezés a 6.3 ábrán látható. A legfontosabb visszaverődési szabály, amelyet a következőekben ki is használunk a geometriai optika egyik alaptörvénye: a hullám visszaverődési szöge egyenlő a beesési szöggel, azaz $\Theta_i = \Theta_r$. Általános esetben az előző összefüggések Θ beesési szög mellett a következő alakúak [22]:

A fal akusztikus impedanciája:

$$Z = \frac{\rho_0 c}{\cos \Theta} \frac{1 + R}{1 - R}, \quad (6.6)$$

a visszaverődési tényező:

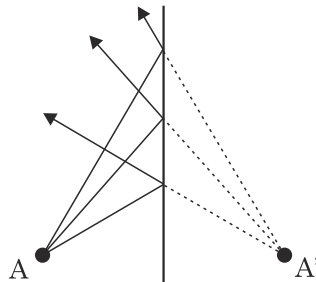
$$R = \frac{Z_{\text{fal}} \cos \Theta - \rho_0 c}{Z_{\text{fal}} \cos \Theta + \rho_0 c} = \frac{Z_{\text{rel}} \cos \Theta - 1}{Z_{\text{rel}} \cos \Theta + 1}, \quad (6.7)$$

végül az elnyelési tényező:

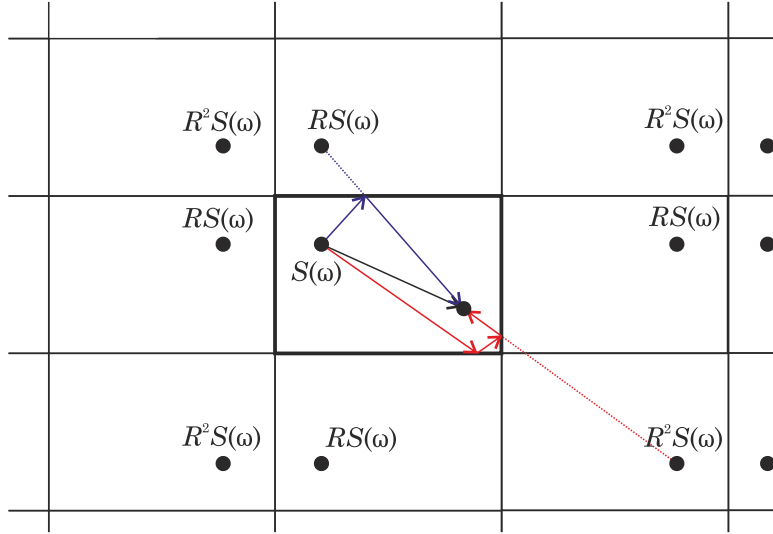
$$\alpha = \frac{4 \operatorname{Re}(Z_{\text{rel}}) \cos \Theta}{|Z_{\text{rel}}|^2 \cos^2 \Theta + 2 \operatorname{Re}(Z_{\text{rel}}) \cos \Theta + 1}. \quad (6.8)$$

6.1.2. A tükörforrások módszere

A tény, hogy a hullám visszaverődése során a hullám beesési szöge és a reflektált hullám a normálissal bezárt szöge megegyezik, lehetőséget ad a szobában a visszaverődések geometriai szerkesztésére. Egy forrásból származó bármely irányú hullám visszaverődése kiszerkeszthető, ha az eredeti forrást tükrözzük a visszaverő felületre, majd a visszaverődő hullámokat ebből a tükörforrásból származó hullámnak tekintjük. Ez látható a 6.4 ábrán. Természetesen a szerkesztés során feltételezzük, hogy a tükörforrás iránykarakteristikája az eredeti forrás iránykarakteristikájának tükörképe.



6.4. ábra. Visszaverődések geometriai szerkesztése



6.5. ábra. Tükörforrások szerkesztése négyzet alakú szobában

Ahogy láthattuk, a beérkező hullám egy része elnyelődik, energiájának csak az $(1 - \alpha)$ -szorososa verődik vissza a felületről. Az elnyelési tényező irány- és frekvenciafüggő, így a visszaverődött hullámnak az intenzitása és spektruma is változik. Egyszerű esetben ez a tényező figyelembe vehető, ha a tükörforrás spektrumát és intenzitását eszerint módosítjuk.

Vizsgáljuk most a 6.5. ábrát. Tegyük fel, hogy a vizsgált szobában a plafonról és a padlóról nem történnek visszaverődések. Ekkor a szoba tetszőleges pontjában mért impulzusválaszában a direkt hang megjelenése után az első négy visszaverődés a szoba négy faláról egy visszaverődés után érkezik a hallgató pozíciójába. Ezeket *elsőrendű visszaverődéseknek* nevezzük, amelyekhez a hullám útja megszerkeszthető a hangforrás négy határolófalra való tükrözésével. Az eredeti hullám többszörös visszaverődés után is érkezik a megfigyelési pozícióba, ennek rendje a hallgatóhoz érkezés előtti visszaverődések száma. A hullámok útja szintén szerkeszthető, a forrás a falakra való többszöri tükrözésével. A 6.5 ábrán kék színnel egy elsődleges visszaverődés, piros színnel egy másodlagos visszaverődés szerkesztése látható. Ha a határoló falak száma N , akkor az első i_0 -ad rendű visszaverődés kiszámításához szükséges tükörforrások száma:

$$N(i_0) = N \frac{(N-1)^{i_0} - 1}{N-2}. \quad (6.9)$$

Legegyszerűbb esetben a reflexiós tényezőt irány- és frekvenciafüggetlennek tekintjük, értéke R . Ebben az esetben a tükörforrások segítségével a reflektált hullám amplitúdóját is meghatározhatjuk: i_0 visszaverődés után a hullám amplitúdója pusztán a visszaverődések miatt R^{i_0} -adára csökken, az adott megfigyelőpontba való megérkezésig való késleltetés és nyomvonalcsillapítás az i_0 -ad rendű tükörforrás megszerkesztésével meghatározható.

Szigorúan véve a tükörforrások módszere csak abban az esetben írja le tökéletesen a visszaverődéseket, ha a falak specifikus impedanciája $+1$, vagy -1 . Más esetben az eredmények nem teljesen korrektek, hiszen a reflexiós tényezőt és abszorpciós tényezőt is síkhullámok visszaverődése esetén számítottuk, míg jelen esetben a pontforrásokból gömbhullámok indulnak ki. A tükörforrások módszerével tehát akkor közelíthetjük jól a visszaverődéseket, ha teljesül a $kr \gg 1$ feltétel, azaz a forrás a faltól olyan messze van, hogy a hullám görbülete elhanyagolható. Emellett a valóságban a reflexiós tényező irány- és frekvenciafüggő: a falak általában aluláteresztő szűrőként viselkednek.

6.2. Reflexiókompenzáció hangtér szintézissel

A következőekben az általam kidolgozott módszert mutatom be, amely a reflexiók kioltására alkalmas a tükörforrások módszere alapján.

6.2.1. Belső forrás visszhangkioltása

Tételezzük fel, hogy egy szobában a hallgató magasságában egy monopólus karakterisztikájú hangforrás helyezkedik el, amely adott frekvencián állandó amplitúdóval sugároz. A teret állandósult állapotban, azaz a visszhangok okozta tranziens szakaszt követően vizsgáljuk. Ez azt jelenti, hogy a szoba egyes pontjaiban a mérhető időfüggvény az adott pontra vonatkozó impulzusválasz és a forrás időfüggvényének – amely most tisztán szinuszos – konvolúciója.

Az egyszerűbb vizsgálat kedvéért tegyük fel, hogy a szobában a plafon és a padló elnyelési tényezője 1, tehát teljesen elnyelő. Ekkor a szoba bármely pontjában számítható a visszaverődések hatása a tükörforrások módszerével.

Csak az elsőrendű visszaverődések figyelembevételéhez a belső forrást a szoba négy oldalfalára tükrözzük. Ekkor a szoba tetszőleges \mathbf{r}_A pontjában kialakuló hangtér az eredeti forrás hangterének és a négy tükörforrás hangterének összegeként áll elő, amelyek a visszaverődés során R reflexiók tényező szerinti amplitúdócsökkenést szenvednek:

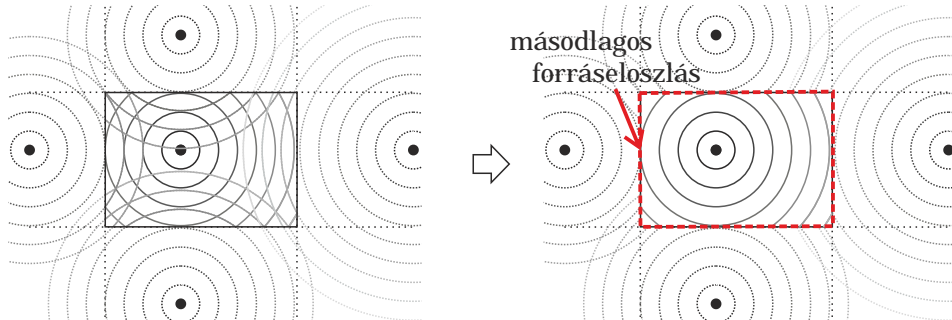
$$P(\mathbf{r}_A, \omega) \Big|_{i_0=1} = S(\omega) \frac{e^{-jk|\mathbf{r}_A - \mathbf{r}_S|}}{|\mathbf{r}_A - \mathbf{r}_S|} + \sum_{n=1}^4 S(\omega) R \frac{e^{-jk|\mathbf{r}_A - \mathbf{r}_{S_N}^{(1)}|}}{|\mathbf{r}_A - \mathbf{r}_{S_N}^{(1)}|}. \quad (6.10)$$

Az egyenletben $S(\omega)$ a forrás vezérlőjele, \mathbf{r}_S a forrás helyvektora, $\mathbf{r}_{S_N}^{(1)}$ a forrás elsőrendű visszaverődését leíró N . tükörképének helyvektora. Az állandósult állapot számításához természetesen az összes visszaverődés hatását figyelembe kell venni, amely végtelen számú tükörforrás terének összegeként írható fel:

$$P(\mathbf{r}_A, \omega) = S(\omega) \frac{e^{-jk|\mathbf{r}_A - \mathbf{r}_S|}}{|\mathbf{r}_A - \mathbf{r}_S|} + \sum_{n=1}^{\infty} S(\omega) R^{i_0} \frac{e^{-jk|\mathbf{r}_A - \mathbf{r}_{S_N}^{(i_0)}|}}{|\mathbf{r}_A - \mathbf{r}_{S_N}^{(i_0)}|}, \quad (6.11)$$

ahol i_0 a visszaverődés foka, így az aktuális tükörforrás tükrözési száma.

Az állandósult hangtér így felírható az eredeti forrás tere és a falak mögött elhelyezkedő tükörforrások, mint virtuális források hangterének összegeként. A hangtér szintézis vezérlő operátorok éppen egy szobában, egy fal mögött elhelyezkedő virtuális forrás terének szintézisére lettek származtatva. *Ha tehát a vizsgált szobában a belső forráson kívül a falak mentén a belső forrás magasságában folyamatos forráseloszlást helyezünk el, a hangtér szintézis segítségével a tükörforrások terének (-1) -szerese létrehozható a szintézis síkjában. Mivel a tükörforrások tere és a szintetizált hangtér a teremben összeadódik, ezért a tükörforrások tere és így a reflexiók hatása kioltható.*



6.6. ábra. Tükörforrások terének kioltása hangtér szintézissel

Vegyük észre azonban, hogy ha a belső forrást tükrözzük egy határoló falra és a tükörkép terét, mint virtuális forrás terét (-1) -szeresen szintetizáljuk, akkor az adott falról történő összes reflexiót kioltjuk, így erről a falról már nem származhat magasabb rendű visszaverődés. Ez azt jelenti, hogy pusztán az elsődleges visszaverődésekhez tartozó tükörforrások helyének számításával és hangterének ellenfázisú lesugárzásával a szobában az összes vízszintes irányú reflexió kioltható. A megoldás szemléltetése a 6.6 ábrán látható.

Természetesen a falakról történő visszhangkioltás akkor lenne tökéletes, ha a falak teljes egészén tudnánk másodlagos forrásokat elhelyezni. Ekkor az \mathbf{r}_S belső pontba helyezett $S(\omega)$ vezérlőjelű monopólus teljes visszaverődő tere kioltható, ha az N . falon \mathbf{r} pontban elhelyezett monopólus vezérlőoperátora:

$$Q_{m,3D}^N(\mathbf{r}, \omega) = 2RS(\omega) \frac{1 + jk |\mathbf{r} - \mathbf{r}'_S| e^{-jk|\mathbf{r} - \mathbf{r}'_S|}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'_S| |\mathbf{r} - \mathbf{r}_S|}, \quad (6.12)$$

ahol \mathbf{r}'_S a virtuális forrás, azaz az eredeti belső forrás aktuális, N . falra vett tükörképének helyvektora, valamint $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'_S|$ a virtuális forrás és a másodlagos forrás távolsága.

Ez természetesen a gyakorlatban túl sok hangszórót igényelne, így alkalmazhatjuk ismét a stationárius fázisú közelítést. Ennek eredményeképp elegendő a belső forrás magasságában elhelyezni a fal mentén a másodlagos forrásokat, ebben a síkban a visszhangok közelítően kiolthatóak. Ekkor az N . falon elhelyezett vonalforrás \mathbf{r} pozícióban elhelyezkedő elemének vezérlőoperátora a már ismertett közelítések miatt a következőképp alakul:

$$Q_{m,2.5D}^N(\mathbf{r}, \omega) = RS(\omega) \sqrt{\frac{jk}{2\pi}} \sqrt{\frac{\Delta z_0}{z_0 + \Delta z_0}} \cos \varphi \frac{e^{-jk|\mathbf{r} - \mathbf{r}'_S|}}{\sqrt{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'_S|}}. \quad (6.13)$$

Az egyenletben a Δz_0 a referenciavonal és a másodlagos forráseloszlás távolsága, míg z_0 a virtuális forrás és a másodlagos forrás közötti legkisebb távolság.

6.2.2. Hangtér-szintézis visszhangkioltással

A négy fal mentén elhelyezett forráseloszlással a bemutatott módszerrel egy belső forrás reflektált hangtere kioltható, a visszaverődések hatása elméletileg megszüntethető. Határhelyzetben ez a belső forrás a falon helyezkedik el, a hangtér-szintézis segítségével a visszaverődő tér ilyenkor is kioltható. Ekkor azonban ezt kezelhetjük úgy is, hogy a kioltandó terű forrás épp a másodlagos forráseloszlás egyik tagja. Ez az alapötlete a visszhangkompenzációt is alkalmazó hangtér-szintézisnek: a másodlagos forrásokkal részben a reprodukálható hangteret szintetizáljuk, részben a másodlagos források visszhangjait oltjuk ki.

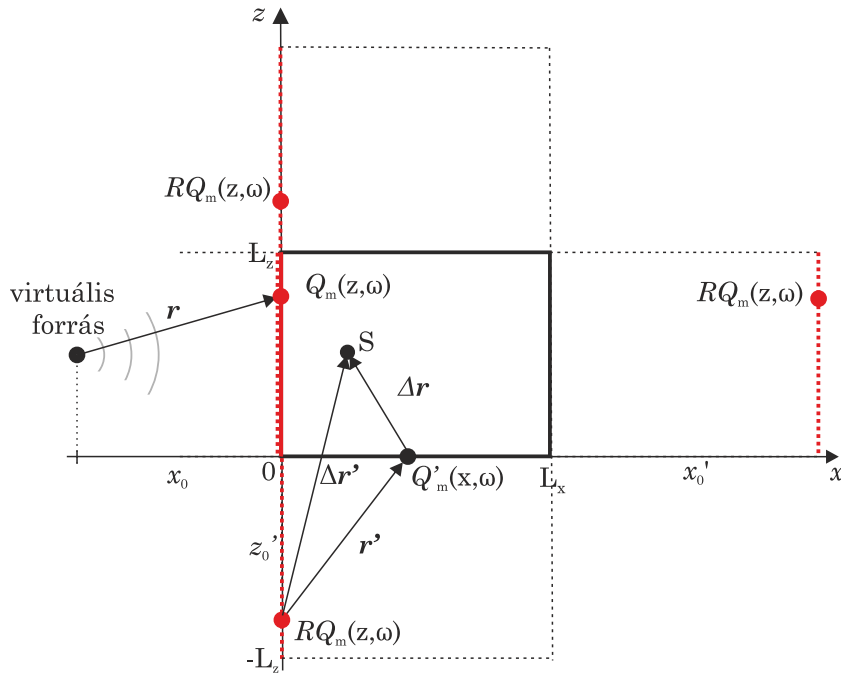
Ha a hangtér-szintézissel a klasszikus módon a szobán kívüli tetszőleges helyen lévő virtuális forrás hangterét szintetizáljuk, akkor a zengő teremben a másodlagos forrásokból induló hullámok a falakról visszaverődnek, a térben nemcsak a virtuális forrás tere alakul ki, hanem ehhez hozzáadódnak a másodlagos források visszhangjai. Természetesen ez egy kis elnyelési tényezőjű szobában teljesen lerombolja a kialakuló hangképet, az eredeti, szintetizálható tér szinte felismerhetetlen, ahogy a következő bekezdésben a szimulációk eredményén láthatjuk. Az imént bemutatott módszer segítségével azonban a másodlagos források visszhangjai a többi forrás segítségével kioltható. Ezt a kioltást az összes aktív másodlagos forrásra elvégezve elméletileg a teremben az összes zavaró visszhang megszüntethető és a maradék hangtér a virtuális forrás szintetizált hangtere.

A visszhangkompenzációt is alkalmazó hangtér-szintézis tehát a következőképp valósítható meg, a 6.7 ábrán látható jelölésekkel:

- Első lépésként a virtuális forrás terének szintézisére szolgáló klasszikus vezérlőoperátorok számítása a feladat:

$$Q_m(z, \omega) \Big|_{x=0} = S(\omega) \sqrt{\frac{jk}{2\pi}} \sqrt{\frac{\Delta x_0}{\Delta x_0 + x_0}} \cos \varphi \frac{e^{-jkr}}{\sqrt{r}}, \quad z \in [0, L_z]. \quad (6.14)$$

Ekkor a másodlagos forráseloszlás tagjai $Q_m(x, \omega)$ vezérlőfüggvényű monopólusok, amelyek a teremben visszhangzanak. A vizsgált esetben a nem-nulla vezérlőjelű források folytonos piros vonallal vannak jelölve.



6.7. ábra. Másodlagos források – mint tükörforrások – hangterének szintetizálása a többi másodlagos forrás segítségével

- A visszhangok meghatározására a másodlagos forráseloszlás összes tagját tükrözzük a terem négy falára. Az így kapott tükörképek helyét az ábrán szaggatott piros vonal jelzi. Ezek a térben $RQ_m(x, \omega)$ monopólusokként látszanak, ahol R a reflexió tényezője. A teljes visszhangos tér állandósult állapotban ismét, a másodlagos forráseloszlás végtelen számú tükrözésével és terük összegzésével lenne meghatározható.
- A visszhangok kioltásához a négy falról a másodlagos forráseloszlás tükörképeinek hangterének (-1) -szeresét kell szintetizálni. Legegyszerűbb esetben adott tükörkép terét azzal a fallal érdemes szintetizálni, amelyikre a tükrözést végrehajtottuk, hiszen a másodlagos forráseloszlás amögött a fal mögött helyezkedik el. Ezt a következő egyenlettel fogalmazzhatjuk meg, a 6.7 ábrán látható $z = 0, x \in [0, L_x]$ falról való szintézis esetén, tetszőleges belső pontra:

$$\int_0^{L_x} Q'_m(x, \omega) \frac{e^{-jk\Delta r}}{\Delta r} dx = - \int_{-L_z}^0 RQ_m(z, \omega) \frac{e^{-jk\Delta r'}}{\Delta r'} dz. \quad (6.15)$$

- Ez alapján az ábrán látható jelölésekkel a $z = 0, x \in [0, L_x]$ fal, valamint a $z = L_z, x \in [0, L_x]$ fal vezérlőfüggvénye:

$$Q'_m(x, \omega) \Big|_{z=0} = - \int_{-L_z}^0 RQ_m(z, \omega) \Big|_{x=0} \sqrt{\frac{jk}{2\pi}} \sqrt{\frac{\Delta z'_0}{\Delta z'_0 + z'_0}} \cos \varphi \frac{e^{-jkr'}}{\sqrt{r'}} dz, x \in [0, L_x] \quad (6.16)$$

$$Q'_m(x, \omega) \Big|_{z=L_z} = - \int_{L_z}^{2L_z} RQ_m(z, \omega) \Big|_{x=0} \sqrt{\frac{jk}{2\pi}} \sqrt{\frac{\Delta z'_0}{\Delta z'_0 + z'_0}} \cos \varphi \frac{e^{-jkr'}}{\sqrt{r'}} dz, x \in [0, L_x], \quad (6.17)$$

míg a $x = 0, 0 \in [0, L_z]$, valamint a $z = L_z, z \in [0, L_z]$ falakon elhelyezett másodlagos források vezérlőfüggvénye:

$$Q'_m(z, \omega) \Big|_{x=0} = - \int_0^{L_z} RQ_m(z, \omega) \Big|_{x=0} \sqrt{\frac{jk}{2\pi}} \sqrt{\frac{\Delta x'_0}{\Delta x'_0 + x'_0}} \cos \varphi \frac{e^{-jkr'}}{\sqrt{r'}} dz, z \in [0, L_z] \quad (6.18)$$

$$Q'_m(z, \omega) \Big|_{x=L_x} = - \int_0^{L_z} RQ_m(z, \omega) \Big|_{x=0} \sqrt{\frac{jk}{2\pi}} \sqrt{\frac{\Delta x'_0}{\Delta x'_0 + x'_0}} \cos \varphi \frac{e^{-jk r'}}{\sqrt{r'}} dz, z \in [0, L_z]. \quad (6.19)$$

- A végleges vezérlőfüggvények végül minden falra Q és Q' függvények összegeként áll elő, hiszen a hangterek egyszerűen összegezhetőek:

$$Q_m(x, z, \omega) = Q_m(x, z, \omega) + Q'_m(x, z, \omega). \quad (6.20)$$

A vizsgált esetben csak az $x = 0, z \in [0, L_z]$ falnak van nem 0 értékű Q operátora, ezért az összegzést elegendő erre a falra elvégezni.

Természetesen alkalmazhatjuk az előző feladatban bemutatott általam továbbfejlesztett szintézisoperátorokat is. Ekkor a 6.7 ábrán látható monopólus terének szintéziséhez nem csak egy fal járul hozzá, hanem annak két szomszédja is. Ekkor természetesen a tükrözött források terének kioltásához is több falat kell a szintézisbe bevonnunk, amely a vezérlőoperátorok számítását bonyolultabbá teszi és a számításigényt is jelentősen megnöveli.

A hangtérszintézis ilyen alkalmazásával tehát a szintézis kiterjeszhető zárt terekre is. Természetesen a megoldás csak a négy határolófalról történő reflexiók kioltására alkalmas a szintézis síkjában. A plafonról és padlóról történő visszaverődések ilyen módú kioltására nincs lehetőség, hiszen ehhez ezeken a falakon is forrásokat kéne elhelyezni. Ezeknek a kioltására más módszer szükséges, ilyen lehet esetleg az adaptív szűrésen alapuló reflexió kompenzáció [39].

6.3. A reflexiókompenzáció hatásának vizsgálata

6.3.1. Belső forrás reflexiókioltásának vizsgálata

A spektrális végeelem módszeren alapuló szimulációs környezetben az előző fejezetben bemutatott reflexiók kioltására kidolgozott módszer működése állandósult állapotban jól vizsgálható.

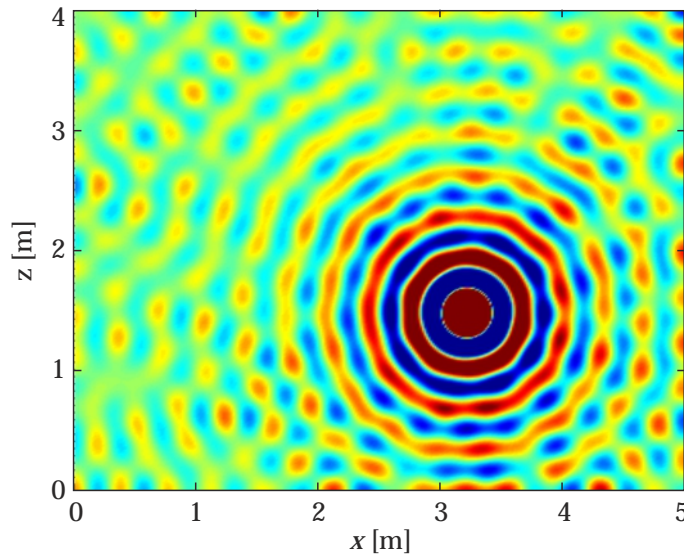
A vizsgálatot egy terem belsejében elhelyezett monopólus állandósult terének szimulációjával kezdtem. A következő szimulációkat 1 kHz frekvencián végeztem, mivel ezen a frekvencián a hangtér szintézis kb. 10 cm átmérőjű hangszórókkal megvalósítható, ráadásul az emberi irányhallásban is kitüntetett szerepet játszik ez a 1-1,5 kHz körüli frekvenciasáv [42, 50].

A szimulációs környezet, mint az előző bekezdésben látható volt a határoló falak impedanciájának, így közvetetten a α abszorpciós tényező megadását teszi lehetővé. A megadott 1 kHz-en a megfelelően megválasztott drapériával akár $\alpha = 0,75$, üveggypot burkolattal akár $\alpha = 0,99$ elnyelési tényező elérhető [46]. Elméletileg tehát a burkolat megfelelő megválasztásával elhanyagolhatóvá tehetőek a plafonról és padlóról történő visszaverődések. Ha a belső forrás és a hallgató a szintézis síkjában helyezkedik el, akkor a hallgatóhoz a síkon kívüli visszaverődések már csak mint a plafonról, vagy padlóról érkező másodlagos visszaverődések érzékelhetők, amelyek tehát a vizsgált esetben elnyelődnek. Épp ezért a szimulációkat a szintézis síkjában készítettem, a plafonra és padlóra $\alpha = 1$ elnyelési tényezőt előírva. Ez $z = \rho_0 c$ akusztikus impedanciát jelent, amely síkhullámra nézve épp a hullámimpedancia, így illesztett lezárást jelent.

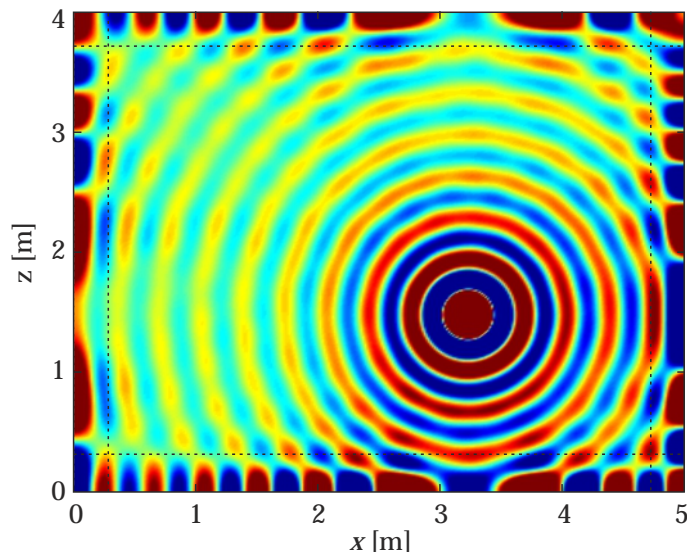
A 6.8 ábrán a zengő teremben kialakuló állandósult nyomástér látható. A belső forrás, amely tehát most állandó, 1 kHz-es szinuszjelet sugároz, az $x = 3,22$ m, $z = 1,48$ m pozícióban helyezkedik el. Az 5×4 m-es terem oldalfalainak elnyelési tényezője $\alpha = 0,1$, amely $R = \sqrt{1 - \alpha} \approx 0,95$ reflexióstényezőnek felel meg. A szimuláció során tehát a falak erősen visszaverők, a gyakorlatban ez az elnyelési tényező merev faburkolatokra, rétegelt lemezekre jellemző.

Az ábrán látható, hogy a visszaverődések hatására a térben kialakuló hangtér jelentősen torzul, az eredetileg azonos fázisú pontok a hullámfronton a forrástól távolabb már alig megkülönböztethetők az interferencia hatásuktól.

A visszhangok kioltásához ezután a belső forráson kívül a belső forrás magasságában lévő falelemeket vezéltem az előző fejezetben látott módon: minden fal az eredeti forrás arra a falra vett tükörképének terét sugározza ($-R$)-szeres erősítéssel. A másodlagos források egymástól 5 mm-re helyezkednek el, ami elég kicsi távolság ahhoz, hogy a másodlagos forráseloszlás folytonosnak tekinthető legyen. A szintézis referenciavonala mind a négy fal esetén $\Delta z_0 = 0,35$ m. Az N . fal



6.8. ábra. Zengő terem állandósult állapotban, $\alpha = 0.1$



6.9. ábra. A reflexiókompenzáció eredménye a 6.8 ábrán látható szobára, a négy határolófalon elhelyezett másodlagos forráseloszlással

vezérlőfüggvénye így adott \mathbf{r} pontban:

$$Q_{m,2.5D}^N(\mathbf{r}, \omega) = -RS(\omega) \sqrt{\frac{jk}{2\pi}} \sqrt{\frac{\Delta z_0}{z_0 + \Delta z_0}} \cos \varphi \frac{e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'_s|}}{\sqrt{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'_s|}}, \quad (6.21)$$

ahol \mathbf{r}'_s a belső forrás adott falra vett tükörképének helyvektora. Az így számított vezérlőfüggvények gyakorlatilag a szintézis síkjában előírt peremfeltételekként valósíthatók meg.

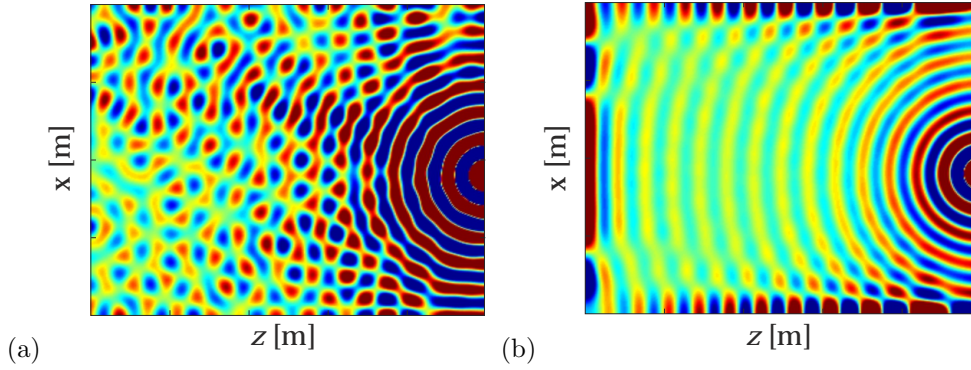
A kialakuló hangtér a 6.9 ábrán látható. Az ábrán szaggatott vonallal a jelöltem a referenciavonalakat. Látható, hogy a hangtér szintézis segítségével állandósult állapotban a reflexiók hozzájárulása az állandósult hangtérhez jó közelítéssel kiküszöbölhető: az eredeti monopólus hullámfrontja jellegre szinte az egész teremben – a referenciavonalak által határolt területen – pontosan visszaállítható állandósult állapotban is. Természetesen az interferenciajelenségek nyoma felfedezhető a hullámfrontokon, amely részben a szintézis nem ideális voltából ered.

Emellett szintén problémát okoz az is, hogy a vizsgált állandósult hangtérben ugyan a célunk a belső forrás reflexióinak kioltása, azonban ennek eléréséhez újabb forrásokat helyeztünk a térbe (illetve annak peremére). Ezekből a másodlagos forrásokból származó reflexiók hatása a kialakuló állandósult állapotban megjelenik, ha a padlót és plafont nem tudjuk tökéletesen elnyelővé tenni.

A helyzet bonyolultsága miatt a módszer eredménye nehezen számszerűsíthető reprezentatívan, azonban elmondható, hogy a módszerrel állandósult állapotban jellegre helyesen visszaállítható a vizsgálati sík nagy részében az eredeti, belső forrás hangtere.

A belső forrás, amelynek visszhangterének kioltására törekedhetünk határesetben a falon helyezkedhet el. Ekkor a forrás a másodlagos forráseloszlás egy tagjának is tekinthető, így a teljes tér gerjesztése a peremfeltételekkel leírható. Ennek az esetnek szimulációja látható a 6.10 ábrán. Látható, hogy a reflexiók ebben az esetben is jól kiolthatók, a forrás eredeti tere visszaállítható. Ez már előre mutat a reflexiókompenzációs hangtér-szintézisre, amelyet a következő bekezdésben vizsgálunk.

A reflexiókompenzáció hatását az időtartományban is vizsgáltam, ehhez a digitális hullámvezető hálót alkalmaztam. A szintézis operátorok a spektrumformálást leszámítva egy amplitudót beállító tagból és egy késleltetésből állnak. Tetszőleges időbeli lefolyású jelet a szintézis operátorok inverz Fourier-transzformáltjával konvolválva és az így kapott időtartománybeli vezérlőjellel a másodlagos forráseloszlást vezérelve a visszhangkioltás az időtartományban is végrehajtható. Az előbb számított $Q_m(\mathbf{r}, \omega)$ vezérlőoperátorokkal, ha a belső forrás időfüggvénye $s(t)$, akkor a



6.10. ábra. Falon elhelyezett monopólus nyomásterve zengő teremben reflexiókompánzáció nélkül (a) és reflexiókompánzációval (b)

másodlagos források időfüggvénye:

$$q(\mathbf{r}, t) = \text{IFFT}\{Q_m(\mathbf{r}, \omega)\} \star s(t). \quad (6.22)$$

Gauss-ablak alakú időbeli lefolyású forrásfüggvényre látható a kialakuló nyomástér a 6.11 ábrán 3 különböző időpillanatban, visszhangkioltás nélkül és visszhangkioltással a négy fal mentén elhelyezett másodlagos forráseloszlás segítségével. Láthattuk, hogy az időtartománybeli szimulációkhoz használt szimulációs környezet a normális irányú hullámok visszaverődési tényezőjének megadását teszi lehetővé az alkalmazott négyzetrácsos hálótopológiában. A bemutatott példában $R = 1$, azaz teljes visszaverődés történik, a hullám csillapítása pusztán a nyomvonal csillapítás.

Latható, hogy a visszhangkioltás az időtartományban is megfelelően működik és valóban elegendő az elsőrendű reflexiókat kioltani a teljes fal mentén, így magasabb rendű visszaverődés már nem jöhet létre.

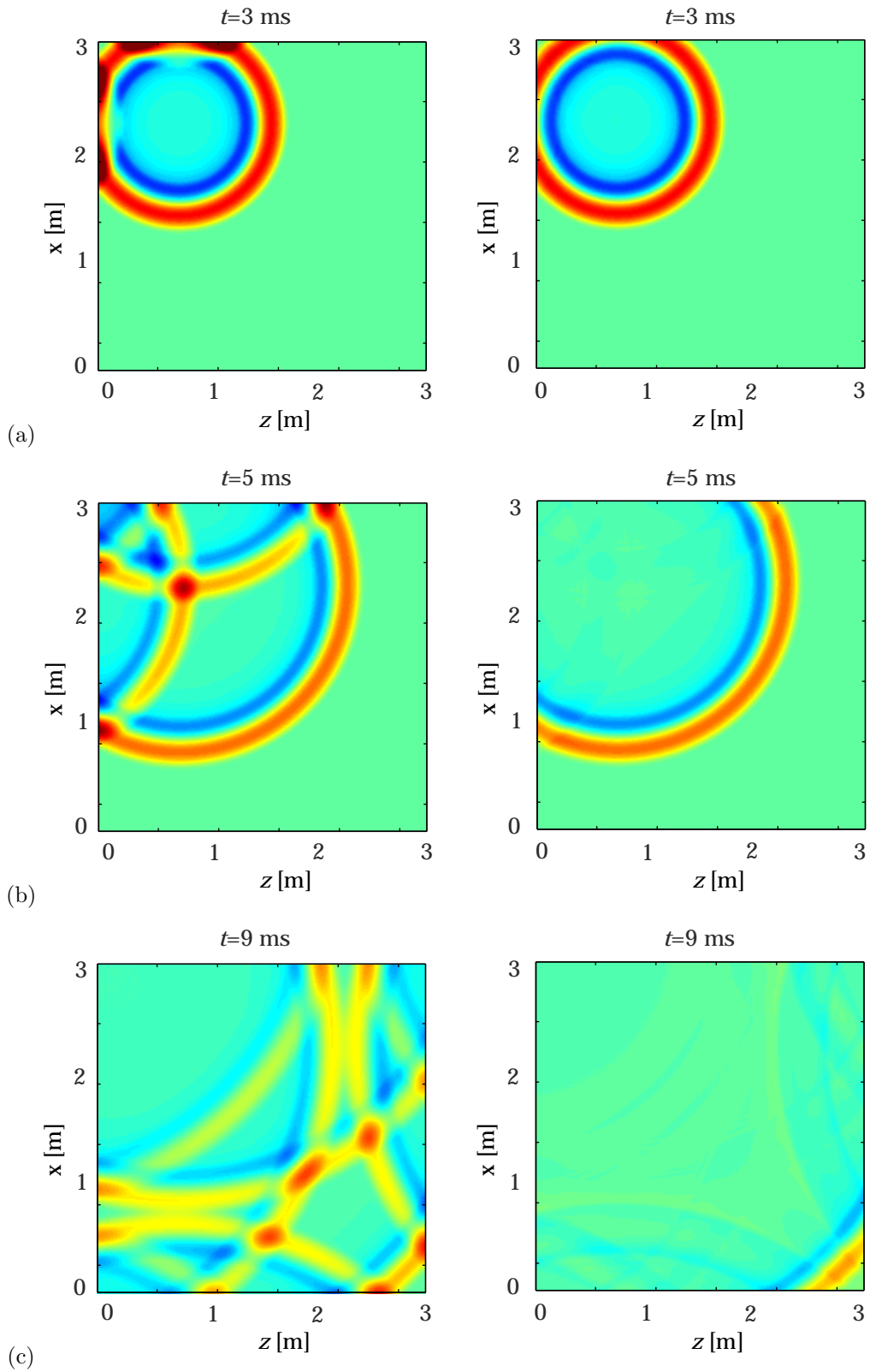
Az időtartománybeli szimuláció lehetőséget ad a terem impulzusválaszának mérésére: a 6.12 ábrán az előbb vizsgált terem impulzusválasza látható visszhangkioltás nélkül és visszhangkioltással megfelelően hosszú időre végezve a szimulációt. Látható, hogy a direkt hang azonos hangerővel ér a vizsgált pontba mindkét esetben, míg a visszaverődések amplitúdója jelentősen csökkent a kompenzáció miatt.

A terem impulzusválasza lehetővé teszi a visszahang kioltás hatékonyságának számszerűsítését: jól jellemzi a módszer működését a visszaverődött hullámok energiája kioltás melletti és kioltás nélküli esetben, amely az összes visszaverődés mért effektív értékekével arányos:

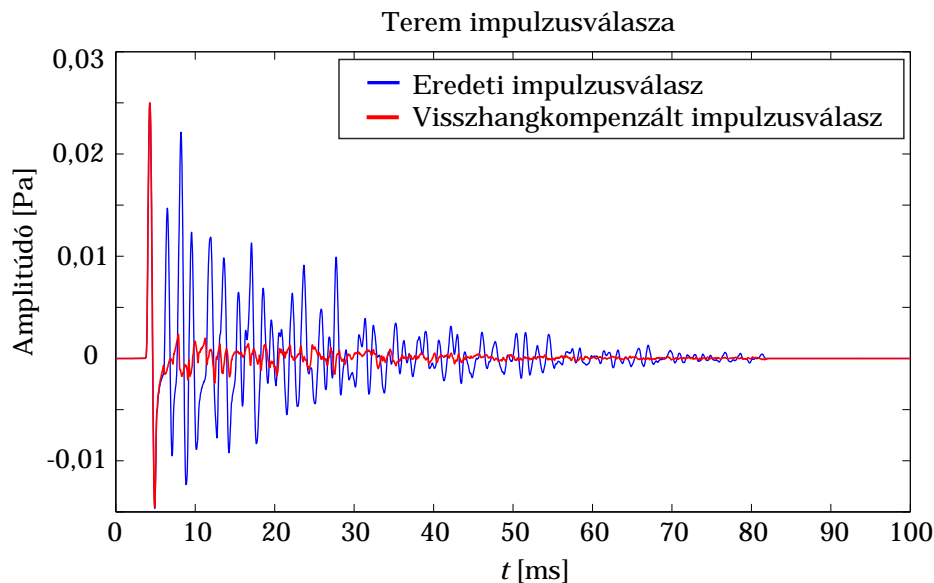
$$P_{\text{visszhang}} = 20 \lg \sqrt{\int_{t_1}^{\infty} h(t)^2}, \quad (6.23)$$

ahol $h(t)$ a mért impulzusválasz, t_1 az első visszaverődés beérkezési ideje. Ezt a mért impulzusválaszokra kiszámolva a zengő szoba visszhangjainak effektív értéke $P_{\text{visszhang}} = 72$ dB, míg visszhangkioltás után ez az érték $P_{\text{visszhang}} = 2,34$ dB. Az eltérés jelentős: a hangtér szintézissel tehát a terem visszhangja jó közelítéssel tökéletesen kioltható az időtartományban.

Megjegyezhető, hogy a hullámvezető hálóban végzett szimulációk során a gyorsabb szimuláció érdekében pusztán síkbeli hullámterjedési problémát vizsgáltam.



6.11. ábra. 3×3 m-es szoba nyomásválasza impulzus gerjesztésre (a) 3 ms (b) 5 ms (c) 9 ms időpillanatban bal oldalon zengő teremben, jobb oldalon aktív visszhangkioltással



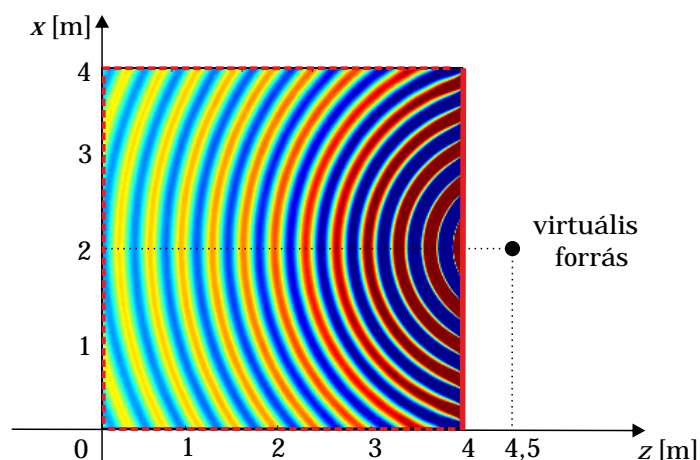
6.12. ábra. Zengő terem $x = 1,1$ m $z = 2,2$ m pontban mért impulzusválasza visszhangkioltással és visszhangkioltás nélkül

6.3.2. Hangtérszintézis szimulációja reflexiókioltással

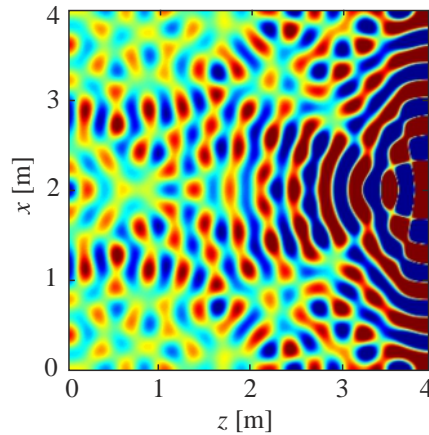
Láthattuk, hogy szimulációk is bizonyították: egy belső forrás visszhangkioltása a teljes, négy falon elhelyezkedő forráseloszlás segítségével lehetséges. Láthattuk azt is, hogy szélső esetben a kioltandó visszhangú forrás épp az egyik másodlagos forráselem. Ha tehát a visszhangkioltást minden másodlagos forrásra elvégezzük a hangtérszintézis megvalósítható zárt térben is, a másodlagos források visszhangja megszüntethető. A hangtérszintézis ilyen módú kiterjesztését a spektrális végelem módszer segítségével állandósult állapotban vizsgáltam:

A vizsgálatot ismét 1 kHz-en végeztem, 4×4 méteres szobában, amelynek falainak elnyelési tényezője ismét $\alpha = 0,1$, míg a plafon és a padló teljesen elnyelő.

A 6.13 ábrán a szimulált elrendezés látható: a virtuális forrás a $z = 4$ m fal mögött helyezkedik el $z = 4,5$ m, $x = 2$ m pontban, a szintézis referenciavonala $\Delta z_0 = 0,25$ m. Ekkor a forrás hangterének szintéziséhez használt aktív másodlagos források a $z = 4$ m fal menti források, az



6.13. ábra. Elrendezés a reflexiókompenzációt alkalmazó hangtérszintézis vizsgálatához



6.14. ábra. Monopólus terének szintézise zengő teremben 1 kHz-en

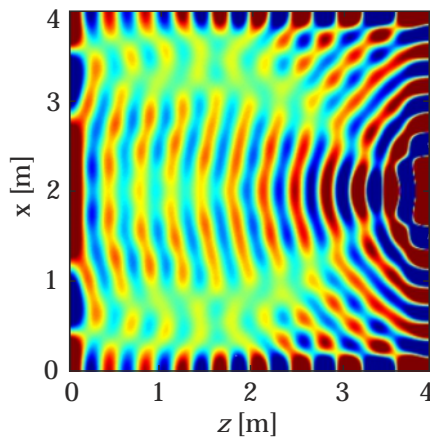
ábrán folyamatos piros vonallal jelölve. Ezek vezérlőoperátorai a klasszikus szintézisoperátorok. Az ábrán feltüntettem a szintézis ideális eredményét is. Természetesen ezt az eredményt csak végtelen térbe történő sugárzás esetén kapnánk.

A valóságban a terem zeng, az aktív másodlagos források reflexiói a kialakuló hangtérhez hozzáadódnak. A hangtér szintézis eredménye a valóságos, visszhangos teremben a 6.14 ábrán látható állandósult állapotban.

Látható, hogy a kialakuló hangtér az ideálistól jelentősen eltér, az interferencia jelenségek az egész térben jelen vannak, még a másodlagos forráseloszlás közelében is. Állandósult állapotban tehát az irányhelyes szintézis szinte lehetetlen, a hangtér teljesen eltorzul.

Az előző fejezetben bemutatott reflexiókompenzációs $Q'_m(\mathbf{r}, \omega)$ vezérlőoperátorok számíthatóak a négy fal mentén elhelyezkedő forrásokra, amelyek tehát a $z = 4$ m fal reflexióit oltják ki. A 6.13 ábrán folyamatos piros vonallal azok a források láthatók, amelynek vezérlőjele az eredeti hangtér szintetizáló operátorok és a reflexiókompenzációs operátorok összegeként áll elő, míg a szaggatott piros vonal a csak reflexiókioltásra alkalmazott másodlagos forrásokat jelzi.

A 6.15 ábrán az így vezérelt másodlagos források által kialakuló hangtér látható állandósult állapotban. Megfigyelhető, hogy a 6.14 ábrán is látható, a reflexiók miatt a létrejövő éles 90° -os fázisváltozás hatása a módszerrel nem szüntethető meg, a fázisváltozás megfigyelhető a visszhangkompenzált teremben is és hatására a sík egy részében a nyomástér minimális intenzitású. Ez az interferencia kép egy a másodlagos vonalforrás iránykarakteristikájaként is felfogható úgy, hogy a

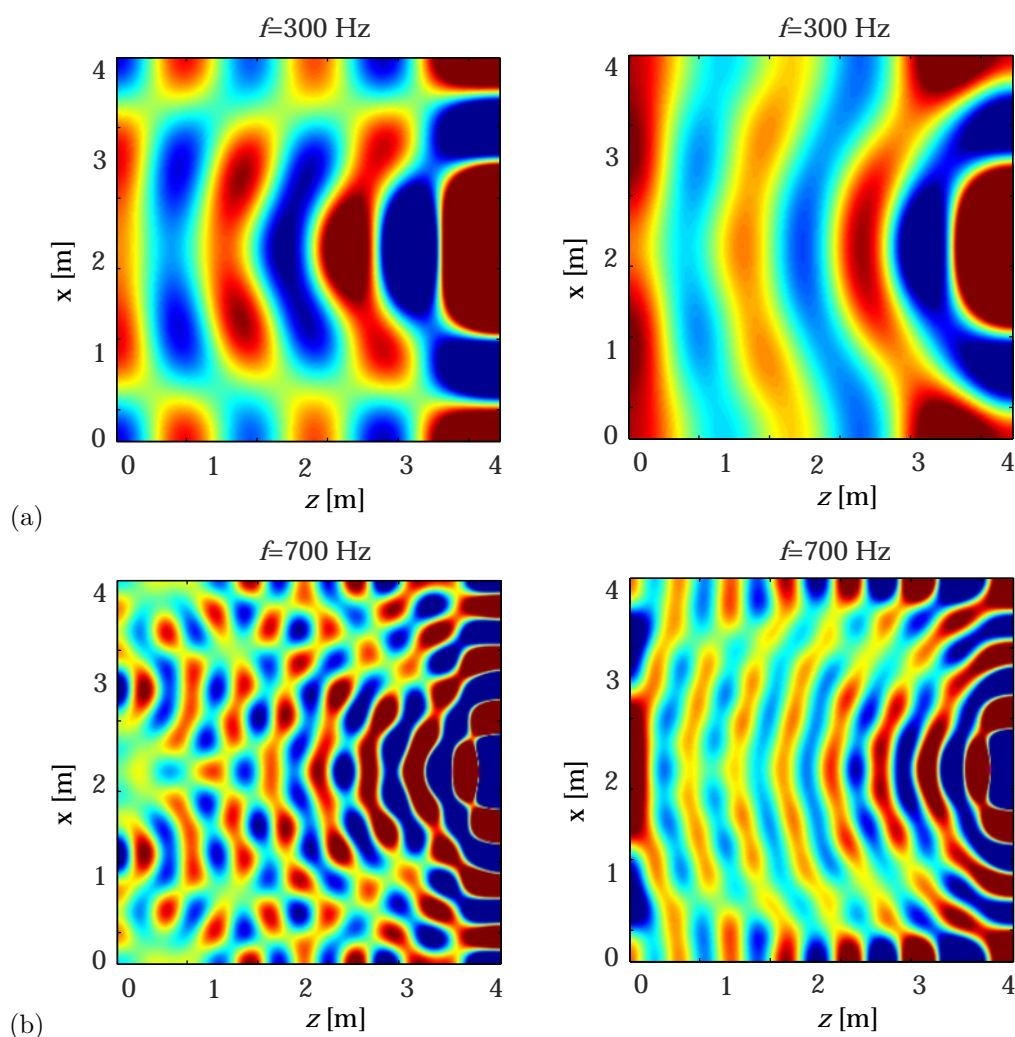


6.15. ábra. Monopólus terének szintézise zengő teremben reflexió kompenzációval 1 kHz-en

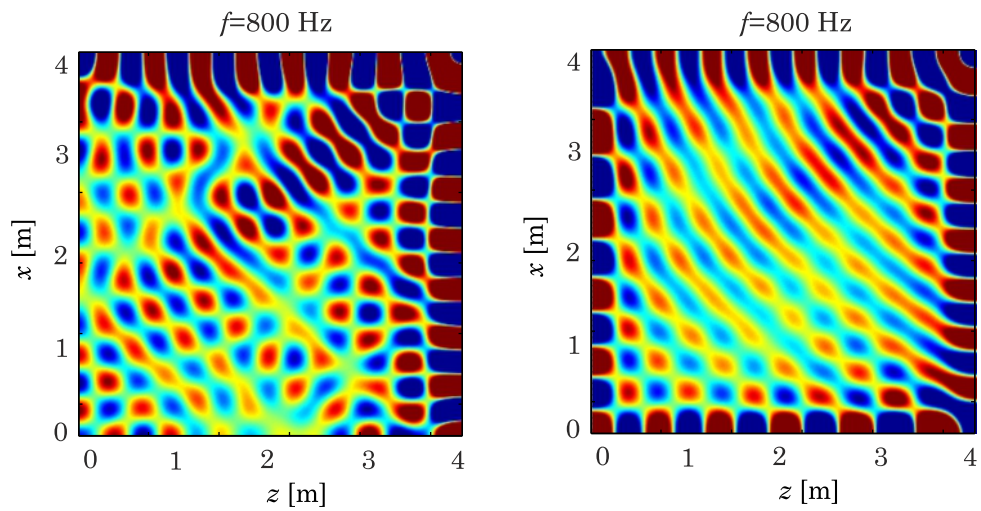
hangtér közepe az iránykarakterisztika főnyalábja. Ezt leszámítva azonban látható, hogy a reflexió-kompenzáció a szoba belsejének nagyrésztében – a főnyaláb által lefedett területen – sikeres, a 6.15 ábrán jól láthatóak a virtuális forrás hullámfrontjai. Ez azt jelenti, hogy a bemutatott módszer alkalmazásával a hallgatói terület nagyrészt a hangtér-szintézis lehetséges: a módszer bizonyos határok között működőképes.

A helyesen visszaállított hallgatói terület kisebb frekvenciákon egyre nagyobb, kisfrekvencián a tér szinte egészen biztosítható az eredeti hullámfront helyreállítása: analóg módon egy vonalforrás iránykarakterisztikájában a főnyaláb a frekvencia csökkenésével szélesedik. Erre látható néhány példa a 6.16 ábrákon reflexiókompenzáció alkalmazása nélkül és alkalmazásával: a 6.16 ábrákon az előző példában is alkalmazott elrendezés látható (a) 300 Hz-es és (b) 700 Hz-es gerjesztőjel mellett. Látható, hogy egyszerű hangtér-szintézis esetén, visszhangkompenzáció nélkül a teremben kialakuló nyomástér torz, az ideálistól jelentősen eltér. Reflexiókompenzációt alkalmazva látható, hogy a frekvencia csökkenésével a korrekt módon szintetizálható terület valóban nő: 300 Hz-en már a sík egészen biztosítható az eredeti hullámfront fázishelyes szintézise, a visszhangok kioltásával.

Végezetül egy olyan elrendezést vizsgáltam, amely esetben a virtuális forrás a teremtől jóval távolabb van az előző esethez képest, valamint a szintézishez nem csak egy fal járul hozzá. A 6.17 ábra bal oldalán az $\alpha = 0,1$ elnyelési tényezőjű oldalfalakkal határolt terem kialakuló nyomástér



6.16. ábra. Monopólus terének szintézise egy falról visszhangkioltás nélkül (bal oldal) és visszhangkioltással (jobb oldal), (a) 300 Hz-en és (b) 700 Hz-en



6.17. ábra. Közel síkhullám szintézise visszhangkioltás nélkül és visszhangkioltással

látható, ha a virtuális forrás pozíciója $z = 7$ m, $x = 6,5$ m. Ekkor a forrás terének szintetizálásában a $z = 4$ m és az $x = 4$ m falak egyaránt vesznek részt, a visszhangkioltáshoz az összes másodlagos forráselemmel ezeknek a tükörképeinek ellenfázisú terét kell a már ismeretett módon szintetizálni. A visszhangkioltás eredménye a 6.17 ábra jobb oldalán látható. Látható, az adott elrendezésben már a hallgatói terület csaknem egészen visszaállítható a közel síkhullámú hullámtér.

7. fejezet

Hangtér szintézis rendszer megvalósítása

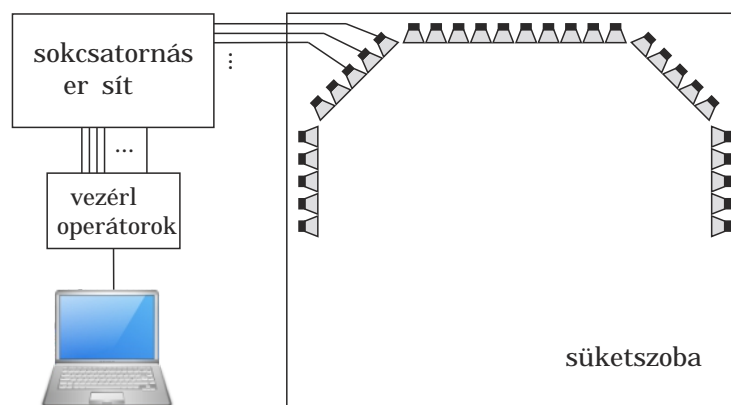
7.1. Bevezetés

A hangtér szintézis elméleti fejlesztése után az elmélet gyakorlatba ültetése volt célom. Ehhez egy laboratóriumi szintézis rendszer megvalósítására volt szükség. Ez összetett feladat, mind hardveres, mind szoftveres fejlesztési munkálatokat igényelt. A fejezetben bemutatom, hogy a rendszer megépítéséhez milyen feladatok megoldása szükséges, illetve bemutatom az ezekre alkalmazott megoldásaimat. Bemutatom az egyes fejlesztési szakaszokat, a megépített funkcionális blokkokat és az ezeken végzett mérések eredményeit.

A 7.1 ábrán a megvalósítandó rendszer látható: egyszerű esetben egy tetszőleges vezérlőjelű virtuális forrás hangterét kívánjuk szintetizálni. Ehhez az első fejezetben származtatott vezérlőoperátorokat kell számítani, amelyekkel a másodlagos forráseloszlást vezéreljük. Ez a másodlagos források számától függő különböző párhuzamos vezérlőjelet jelent. Ezek előállítására külső eszköz szükséges, hiszen a mai számítógépekkel nem lehetséges ennyi különböző kimenet előállítása.

Az előállított digitális vezérlőjelek ezután – D/A konverzió után – az analóg teljesítményerősítőre kerülnek, amely kimenő teljesítménye elegendő a hangforrások meghajtásához. Ehhez sok csatorna külön-külön erősítése szükséges, amely ugyanennyi külön áramkörrel valósítható csak meg. Épp ezért az alakhú jelátvitel mellett a minél olcsóbban, minél kisebb helyen céláramkör megvalósítása a cél.

Végezetül a jelek a másodlagos forráseloszlásra kerülnek, amelyek dobozolt hangszórók. Mind a



7.1. ábra. A megvalósítandó hangtér szintézis rendszer magas szintű rendszerterve

hangsugárzók megválasztása, mind a hangdoboz megfelelő méretezése fontos tervezési szempont, hiszen a rendszer frekvenciaátvittele és az iránykarakterisztika ezek függvénye, amely utóbbi a helyes szintézis fontos paramétere.

7.2. A másodlagos források vezérlőjének előállítás

7.2.1. A vezérlőjelek előállítása FPGA-val

A hangtér-szintézis gyakorlatba ültetése során egy másodlagos forráseloszlást – amely nagyszámú megfelelően megválasztott hangsugárzót jelent – kell vezérelni különböző vezérlőfüggvényekkel. A megvalósítás alapja a klasszikus vezérlőoperátorok időtartománybeli alakján alapul. Mint azt láthattuk, a monopólus vezérlőoperátorok alakja $S(\omega)$ vezérlőjelű virtuális forrásra

$$Q_m(x, \omega) = S(\omega) \sqrt{\frac{jk}{2\pi}} \sqrt{\frac{\Delta z_0}{z_0 + \Delta z_0}} \cos \varphi \frac{e^{-jkr}}{\sqrt{r}}. \quad (7.1)$$

A források időtartománybeli vezérlőfüggve ennek inverz Fourier-transzformáltja:

$$q_m(t, x) = \text{IFFT}\{Q_m(x, \omega)\} = s(t) \star h_{\text{IIR}}(t) \star y_n(t, x), \quad (7.2)$$

ahol

$$h_{\text{IIR}}(t) = \text{IFFT}\left\{\sqrt{\frac{jk}{2\pi}}\right\}, \quad (7.3)$$

valamint

$$y_n(t, x) = \text{IFFT}\left\{\sqrt{\frac{\Delta z_0}{z_0 + \Delta z_0}} \cos \varphi \frac{e^{-jkr}}{\sqrt{r}}\right\}. \quad (7.4)$$

A vezérlőfüggvények különválasztásának oka egyszerű: $h_{\text{IIR}}(t)$ spektrumformáló szűrő minden másodlagos forrásra azonos, így akár előzetesen, a számítógép oldalon megvalósítható. Ennek ekzakt formája azonban analitikusan nem számítható. A szűrő, mint azt az elméleti összefoglalóban láthattuk egy +3 dB/oktáv meredekségű, +45°-os állandó fázistolású szűrőt ír le nem fókuszált monopólus szintézis esetében. Ezt a szűrőt legfeljebb közelíteni tudjuk: a szakirodalom ajánlása az amplitúdó átvitel IIR szűrővel való közelítése, majd a fázistolás FIR szűrővel való beállítás [48].

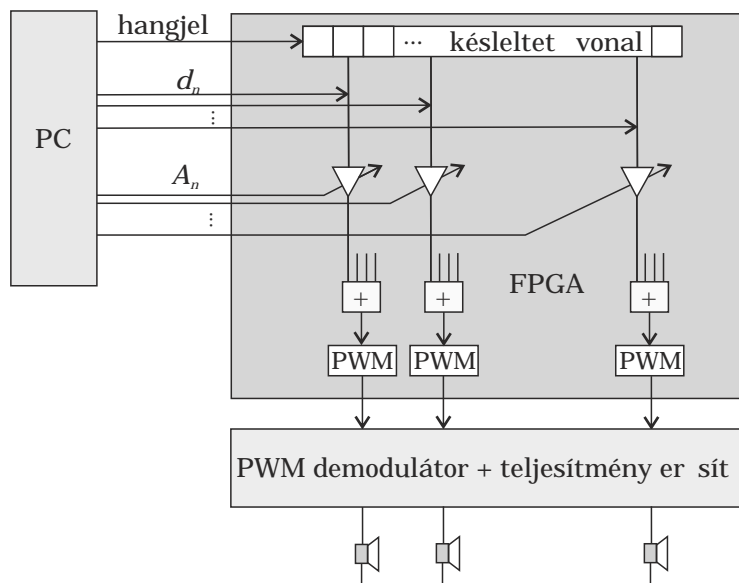
A minden másodlagos forrásra kiértékelendő $y_n(t, x)$ tag azonban analitikusan is számítható, alakja:

$$y_n(t, x) = \sqrt{\frac{\Delta z_0}{z_0 + \Delta z_0}} \frac{\cos \varphi_n}{\sqrt{r_n}} \delta(t - r_n/c) = A_n \delta(t - d_n) \quad (7.5)$$

Ez a kifejezés tehát a másodlagos forrás pozíciójától függő erősítést és késleltetést jelent az eredeti jelhez képest. Ez az időtartományban könnyen megvalósítható feladat, így ez a gyakorlati megvalósítás alapja.

A tervezett rendszer teljes rendszerterve a 7.2 ábrán látható. A feladat tehát az eredeti virtuális forrás jelének csatornánként különböző erősítése és késleltetése. Ez egy egyszerű FIR szűrőként is felfogható.

A hangtér-szintézis megjelenésekor a technikai korlátok nehezen voltak túlléphetők, a korai rendszerek magja DSP processzorok voltak, egy laboratóriumi rendszer felépítéséhez egyszerre 8 DSP alkalmazása volt szükséges [48]. Az utóbbi években jelentős fejlődésen mentek keresztül mind a programozható logikai blokkokból álló FPGA-k, mind a számítógépek grafikus megjelenítő eszközeinek magja, a GPU-k is. A hangtér-szintézis szempontjából azért fontos mindkét technológia, mivel az FPGA áramkörökben könnyedén valósítható meg a FIR szűrés, míg a GPU-k éppen párhuzamos feladatvégrehajtásra lettek kifejlesztve. Az utóbbi időben több cikk jelent meg a két technológia hangtér-szintézisre való alkalmazásának összehasonlítására [44, 45]. Mivel a fejlesztés során rendelkezésemre állt egy alapszintű FPGA fejlesztői kártya, ezért választásom erre a megoldásra esett.



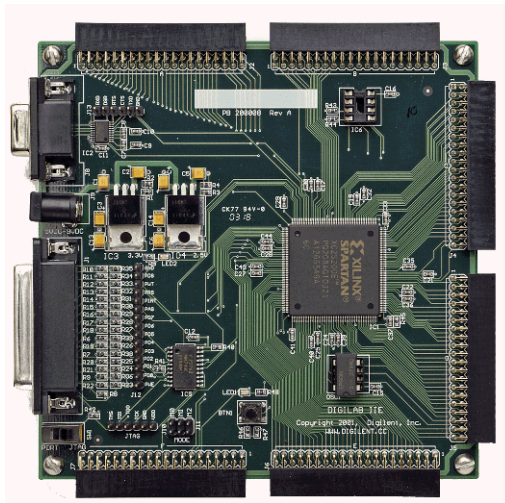
7.2. ábra. A megvalósítandó hangtér szintézis rendszer FPGA-val

Az alkalmazott FPGA kártya. A rendszer fejlesztése során a Digilent által főként laboratóriumi célokra fejlesztett Digilab 2E állt rendelkezésemre. A kártya a 7.3 ábrán látható. A kártya főbb jellemzői:

- A kártya alapja egy Xilinx Spartan IIE XCS200E FPGA chip, amely a Xilinx belépő szintű FPGA-i közé tartozott. Az áramkör akár 200 MHz órajellel működtethető és 200000 logikai kapu valósítható meg segítségével [54].
- A JTAG konfigurációs áramkörrel programozható szabványos párhuzamos LPT porton keresztül. Az FPGA-PC I/O kommunikáció ugyanezen az LPT porton, illetve szabványos soros porton történik.
- A kártya egy 2,5 VDA-ra és egy 3,3 VDC-ra beállított 1,5 A-ig terhelhető LM317 feszültség stabilizátorral dolgozik, a kimenetek logikai 1-es szintje így 3,3 V, ugyanez a feszültség szint adható bemenetére logikai magas szintként.
- A kártya egy 50 MHz-es DIP oszcillátort tartalmaz, ez tehát az FPGA alkalmazott órajele.
- A kártyán 6 darab 40 pin-es standart 2,54 mm-es pin távolságú tükörsor található, amellyel a perifériákkal való kapcsolat oldható meg az FPGA I/O lábain keresztül.

A feladatot tehát a megadott specifikációk által szabott lehetőségeken belül kellett megoldanom. Az alacsonyabb szintű rendszerterv a 7.2 ábrán látható. A rendszer megvalósítása Verilog leíró nyelven történt, Xilinx ISE fejlesztői környezetben. A következőekben fejlesztés során felmerülő megfontolásokat, feladatokat és problémákat megoldását mutatom be.

A FIR szűrés megvalósítása. Látható, hogy a tervezett rendszerben a különböző csatornák különböző késleltetését fix hosszúságú késleltető vonallal oldottam meg: a bemenő hangjel minden f_s órajel ciklusban belép a késleltető vonalba, az egyes csatornák késleltetését az határozza meg, hogy a késleltető vonal mely pozíciójából olvassuk ki az adatot. Ez az adat a vezérlőjel alapján meghatározott erősítéssel a kimenetre kerül, amelynek összeállítását a későbbiekben mutatom be. Látható, hogy minden másodlagos forráselemhez, azaz hangszóróhoz az FPGA különböző I/O lába tartozik. Mivel az adott Spartan II FPGA-nak 205 I/O lába van, így a feladat megoldására teljesen alkalmas.



7.3. ábra. Az alkalmazott Digilab 2E FPGA fejlesztő kártya

A késleltetések és az erősítések értékét a host számítógép számítja, és küldi le az FPGA kártyának, célszerűen csak akkor, ha azok változnak, azaz a virtuális forrás helye változik. Ezután minden f_s órajelben a késleltető vonal elemeit léptetjük. A leírt módon a FIR szűrés, tehát az eredeti cél megvalósítható. A 7.2 ábra egy virtuális forrás esetét mutatja. Természetesen több virtuális forrás esetén minden virtuális forráshoz külön késleltető vonalat rendelünk, amelyekből kiolvasott adatokat erősítés után a kimeneten összegezzük.

Ahhoz, hogy a FIR szűrő megcsapolási pontjai dinamikusan változtathatóak legyenek arra kellett megoldást találnom, hogy a megcsapolási pontok helyét regiszterekben tárolhassam: a regiszterek értéke könnyen módosítható ciklusonként, akár egy bemeneti érték alapján. A regiszter értéke ezután gyakorlatilag egy demultiplexer vezérlőszavaként funkcionál: a demultiplexer bemenete maga a késleltető vonal, kimenetei pedig a másodlagos forrásokat vezérlő kimenetek. Az, hogy az aktuális kimenetre melyik 8 bit adódik, a vezérlőszó dönti el, amely megmutatja, hogy a késleltető vonal hányadik 8 bites mintáját kell kiolvasni. A demultiplexert Verilog-ban case ciklusokkal valósítottam meg.

A kiolvasott mintákat ezután a vezérlőoperátorok alapján meghatározott értékkel erősíteni kell: ezeket az erősítéseket regiszterekben tárolhatjuk, így az értékeket dinamikusan változtathatjuk, és a demultiplexer adott kimenetével egyszerűen szorozhatjuk.

Az órajel megválasztása. Az f_s órajel meghatározása fontos lépés, hiszen ennek ütemében változnak a késleltető vonal elemei, így ez határozza meg az effektív mintavételi frekvenciát. Mivel a kártya órajele 50 MHz, ezért f_s egyszerű esetben csak ennek egész számmal vett hányadosa lehet. Kézenfekvő megoldás osztónak 2^{10} -t választani, így az effektív órajel értéke $f_s = 50 \times 10^6 / 2^{10} = 48,83$ kHz. A mintavételi tétel alapján ismert, hogy így átlapolódás nélkül akár 24,4 kHz hangjel feldolgozható, amely már az emberi hallásküszöb fölött van. Emellett az órajel egyszerűen implementálható, hiszen egy 10-bites számláló – amelyet a rendszer órajelével léptetünk – legmagasabb helyiértékű bitje a kívánt órajelet előállítja.

A késleltető vonal hossza. Az alkalmazott késleltető vonal hossza ismét fontos kérdés, hiszen fontos, hogy beférjünk a rendelkezésre álló belső memóriába, a feleslegesen hosszú késleltető vonal alkalmazása viszont erőforrás pocskékolás. Az alkalmazott FPGA chip adatlapja alapján 56K blokk RAM-ot tartalmaz.

A késleltető vonal hosszát az határozza meg, mekkora maximális késleltetés különbség léphet fel a másodlagos forráseloszlás egyes elemei között: ha pl. az összes másodlagos forrásra a késleltetés értéke 10-13 ms között mozog, elegendő 3 ms hosszú késleltető vonalat alkalmazni, a maradék

10 ms késleltetést pedig még PC oldalon, a leküldés előtt végrehajtani. Mivel a tervezett rendszer a BME Akusztikai laborjára lett méretezve, ezért a süketszoba méretei alapján az itt elhelyezett másodlagos forráseloszlás elemei között a maximális távolságot $s_{\max} = 3,5$ m-re becsültem. Ez $c = 343$ m/s hangsebességgel számítva $\Delta t_{\max} = \frac{3,5}{343} \approx 10$ ms késleltetésnek felel meg. Az előbb számított effektív mintavételi frekvenciával számítva ez a késleltetés $n_{\max} = \Delta t_{\max} f_S \approx 500$ mintának felel meg. A megszokás alapján kis felülbecsléssel a késleltetővonal hosszának így 512 mintát választottam. Ez $q = 8$ bit számábrázolás mellett 4096 bit teljes hosszúnak felel meg. Összességében tehát minden f_S órajel ciklusban a 4096 bit hosszú késleltetővonal minden elemét 8 bit-el jobbra shifteljük, majd az első 8 bit helyére az aktuális bemenő jel értékét másoljuk.

7.2.2. A bemenő jel átvitele

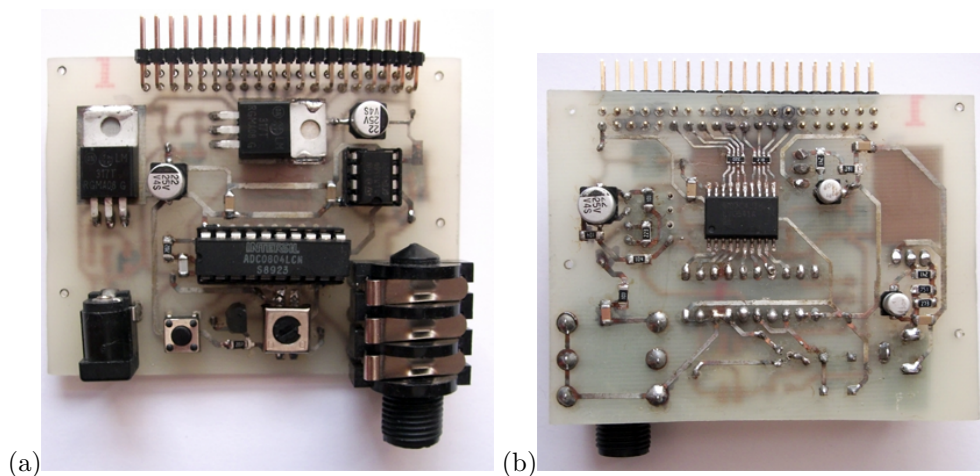
A bemutatott rendszerterven látható, hogy a bemenő jel optimális esetben a host számítógép felől érkezik digitálisan a másodlagos források erősítésével és késleltetésével együtt. Sajnos azonban, ahogy a specifikációk alapján is látható a rendelkezésemre álló FPGA kártya a host PC-vel csak LPT, vagy soros porton keresztül tud kommunikálni. Ezek közül egyik sem biztosít elegendően gyors átvitelt, így a fejlesztés során más megoldást alkalmaztam.

Az FPGA fejlesztői kártyára kívülről a LPT porton kívül csak a kivezetett I/O lábakon keresztül küldhető adat. Ehhez végül egy analóg-digitális konverter áramkört alkalmaztam, amely bemenő jelként tetszőleges analóg hangjelet kap, kimenete pedig az FPGA kártyához csatlakoztatható, erre kerül ki bizonyos időpillanatokban az analóg jel 8-biten ábrázolva. Ezután az FPGA kártyán már csak ezt a 8 bites számot kell minden órajel ciklusban beolvasni. Mivel rendelkezésemre állt egy ADC0804 típusú analóg-digitális konverter áramkör [38], ezért végül ezen a chipen alapuló céláramkört terveztem a kártyára való adatküldéshez. Az áramkör kapcsolási rajza és a nyomtatott áramkör terve a függelékben található. A megépített áramkör a 7.4 ábrán látható.

Az alkalmazott ADC0804 áramkör egy 8-bites szukcesszív approximáció alapú A/D átalakító. Tápfeszültsége 5 VDC. Az áramkör működtethető külső órajellel, de képes egy külső RC taggal beállított saját órajel Schmitt-triggeres előállítására is, amelynek frekvenciája [38] alapján: $f_{A/D} = \frac{1}{1,1RC}$. Mivel egy 8-bites átalakításhoz legalább 8 órajel szükséges, ezért az órajelnek legalább az FPGA-n alkalmazott effektív órajel 8-szorosának kell lennie. Az áramkört az adatlapon is bemutatott szabadon futó kapcsolatban alkalmaztam, így kimenetére minden A/D átalakítás után kikerülnek az aktuális értékek, az FPGA oldaláról semilyen egyéb vezérlőjel nem szükséges. Az egyetlen külső beavatkozás az átalakítás indítása: ez egy nyomógomb segítségével tehető meg.

Az áramkör referenciaszültsége a tápfeszültség (5 V) fele, amelyet a stabilitás érdekében egy LM336 stabilizátorral állítottam elő.

A külső jelforrás az áramkörhöz standart stereo 1/4"-es Jack csatlakozón keresztül csatlakoz-



7.4. ábra. A megvalósított A/D konverter panel

tatható. Az átalakító áramkör analóg bemenetére a jelet egy egyszerű LM358 műveleti erősítővel illesztettem: a bemeneti áramkört úgy méreteztem, hogy a vonalszintű jel 2,5 VDC egyenfeszültségre ültetve, a 0-5 V tartományra erősítve kerül az átalakító bemenetére.

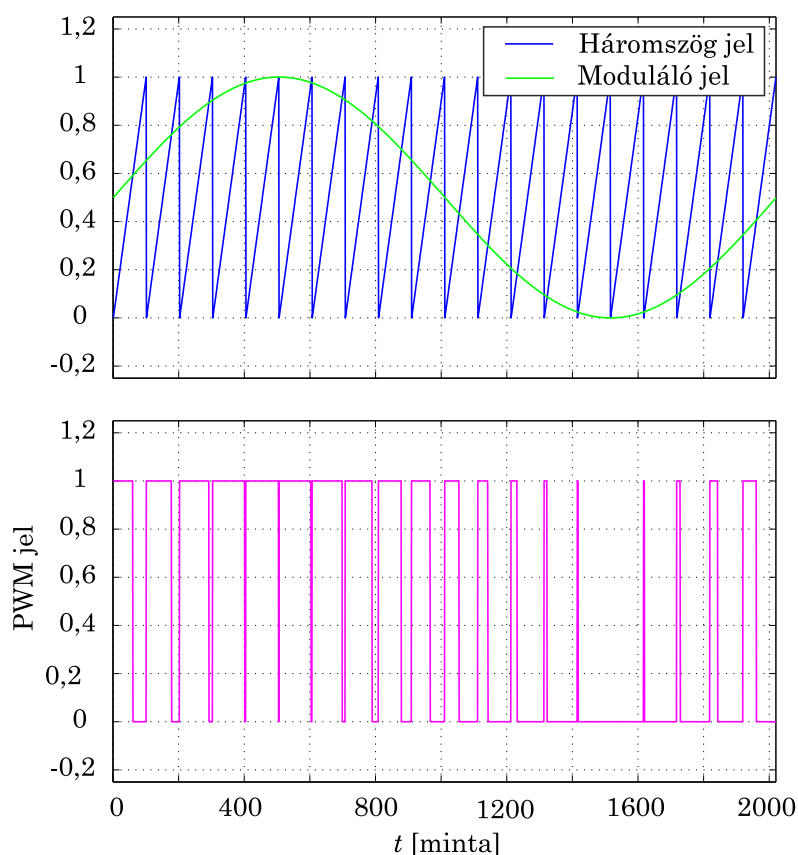
Fontos lépés a tápfeszültségek illesztése: az átalakító tápfeszültsége 5 VDC, míg az FPGA kártya bemenetére 0-3,3 VDC adható. A tápfeszültség konverzió egy SN74LVC541 8-bites vonalmeghajtó áramkörrel oldható meg: ennek tápfeszültsége 3,3 VDC, így a kimenetén ez a magas szint, azonban bemenete akár 5,5 VDC-vel is vezérelhető [19]. A szükséges tápfeszültségeket LM317 feszültségstabilizátorok megfelelő beállításával állítottam elő.

A bemenő jel tehát ezzel a megoldással az FPGA erőforrásainak igénybevétele nélkül rendelkezésünkre áll minden órajel ciklusban: egyedül a késleltető vonalba való beléptetés a feladatunk. Ezután a járulékos adatok, azaz az erősítések és késleltetések már az LPT porton átküldhetőek, ezeknek átvitelére elegendő az LPT átvitel gyorsasága. Sajnos az erre szolgáló protokoll megírása a dolgozat befejezéséig nem jutott idő. A bemenő jel átvitele és a statikus, előre beállított késleltetésekkel és erősítésekkel a rendszer működőképes, a kimeneteken a várt jelek voltak mérhetőek.

7.2.3. A kimenő jel összeállítása PWM-mel

Az FPGA kártya kimenetein a források vezérlőjelei párhuzamosan állíthatók elő. Mivel a teljesítmény erősítők az analóg jelet erősítik, ezért azok bemenetére kerülés előtt a jelet D/A konvertálni kell. Ehhez azonban annyi D/A átalakító céláramkörre lenne szükség, ahány másodlagos forrás van. Ez nem költséghatékony megoldás, ennek elkerülésére úgynevezett 1-bites D/A konverziót alkalmaztam, amelynek alapja a PWM moduláció.

A klasszikus PWM, vagyis impulzus szélesség moduláció esetén a moduláló jel aktuális értéke



7.5. ábra. Szinuszos jel PWM modulációja

egy periodikus impulzussorozat szélességével, azaz a periodikus jel kitöltési tényezőjével arányos. Hagyományos módon a PWM jel az eredeti jel egy periodikus háromszögjellel való komparálásának eredményeként állítható elő a 7.5 ábrán látható módon [43].

Az eredeti jel jelszintjét tehát a konstans amplitúdójú impulzus szélessége, így az impulzus alatti terület kódolja: az eredeti jel a PWM jel adott periódusidőre vett integráljával arányos. A PWM demoduláció ez alapján egy egyszerű integrálással végrehajtható. Ideális esetben az analóg integrátor műveleti erősítővel valósítható meg [24]. Egyszerűbb esetben a feladat elsőfokú aluláteresztő szűrővel, azaz egyetlen RC taggal megvalósítható. Ahogy a következőekben látható a rendszer fejlesztése során ezt a megoldást választottam.

Verilog leírónyelven a módosított PWM moduláció könnyen és hatékonyan valósítható meg: egy akkumulátor tartalmához minden PWM órajelben hozzáadjuk a kimeneti jelet, úgy, hogy kimenetünk az összeadás túlcscordulást jelző bitje. Könnyen belátható, hogy minél nagyobb az akkumulátorhoz hozzáadandó szám, annál gyorsabban csordul túl az akkumulátor tartalma. A bemenő jelszintet tehát ebben az esetben nem a PWM impulzus szélessége kódolja, hanem a periódusidőben az összes impulzus száma, amely – mivel a túlcscordulásokat jelzi – arányos a bemenő jelszinttel. Az így megvalósított PWM esetén a kimenet kitöltési tényezője azonos a klasszikus PWM kitöltési tényezőjével: ennek integrálja természetesen azonos a klasszikus PWM jel integráljával. Az itt leírt módszer Verilog nyelven igen könnyen implementálható.

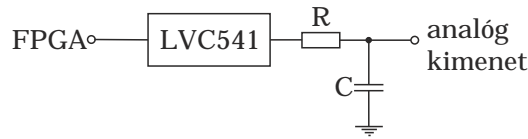
Az így létrehozott PWM jel spektrális leírása bonyolultabb, mint klasszikus esetben. Klasszikus esetben a PWM jel spektruma az eredeti, modulált jel spektruma az alapsávon kívül a modulációs frekvenciának egész számú többszöröseire eltolva is megjelenik. Általánosan elmondható, hogy a megfelelő visszaállíthatóság érdekében a PWM órajel legalább 10-szerese a maximális moduláló frekvenciának, amely ez esetben a már bemutatott effektív $f_S \approx 48$ kHz. Az FPGA saját órajele 50 MHz, ez bőven elegendő a PWM moduláció elvégzéséhez.

Az FPGA kimenetein tehát előállítható az egyes másodlagos források jele úgy, hogy azt egyszerű RC szűrővel analóg formába állíthatjuk vissza, így a csatornánkénti D/A konverzió végrehajtható. A kimenő jel természetesen maximálisan az FPGA tápfeszültsége, azaz 3,3 VDC lehet.

7.2.4. A kimenő jelek D/A konverziója

Az FPGA kártya tehát PWM modulálva teszi egyes kimeneteire a különböző csatornák vezérlőjelét. Az FPGA és a teljesítményerősítők közé egy átalakító panelt terveztem, amelynek több funkciója van:

- az FPGA kimenőjelét az A/D panelon is alkalmazott VLC541 vonal meghajtó fogadja. Ez biztosítja, hogy az FPGA még az erősítők meghibásodása – esetleges rövidzára – esetén is magas impedanciára dolgozhasson, így ne melegeghessen túl.
- A digitális jel továbbítása során az FPGA felől a jel a továbbítás során torzulhat. Ha ezt a fokozatot a teljesítményerősítőkbe integráljuk, a vonalmeghajtó gyakorlatilag visszaállítja torzulatlanra a PWM jelet: a magas szint ismét fix 3,3 VDC, míg az alacsony szint 0 VDC lesz.
- A vonalmeghajtó kimenete még digitális, míg az erősítők már analóg jelet várnak. Látható volt, hogy a PWM demoduláció egy egyszerű aluláteresztő szűrővel megvalósítható. Ugyan az alkalmazott dinamikus hangszórók eleve nem viszik át a 20 kHz fölötti frekvenciákat, így a demoduláció mindenképp megtörténne, az indukciós zavarok és a magas frekvenciák okozta erősítő túlmelegedéseket elkerülendő egy előzetes aluláteresztő szűrőt iktattam az erősítőfokozatok közé. Az ábrán is látható elsőfokú aluláteresztő szűrő törésponti frekvenciáját jócskán az átviteli sáv fölé méreteztem, hogy a magas hangok átvitelét ne rontsam.
- az RC tag soros ellenállás tagja az átviteli tartományban az erősítő R_{be} bemeneti impedanciájával egyszerű feszültségosztót alkot. Egyszerű közelítésben az átviteli sávban a kapcsolásból a kondenzátor elhagyható. Előrevetítve: az erősítők erősítése az alkalmazott alapkapcsolásban nem csökkenthető minden határon túl, a kapcsolás instabillá válhat. Ennek elkerülésére



7.6. ábra. A csatolópanel egy csatornája

tehát a minimális erősítés értékét be kell tartani, amely még mindig túl nagy, az erősítő túlvezérlődne. Az RC taggal tehát beállíthatunk egy előzetes feszültségosztást:

$$A_{be} = \frac{R_{be}}{R_{be} + R}. \quad (7.6)$$

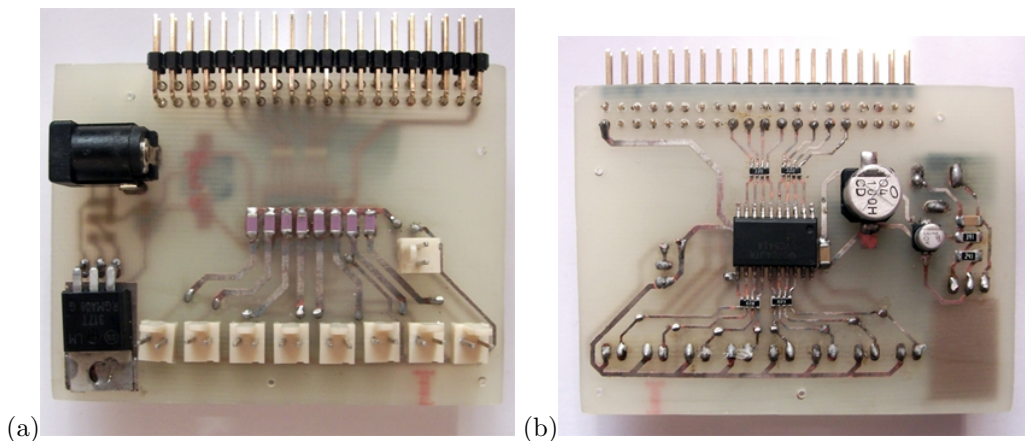
Ekkor ha a maximális bemenő jelszint U_{be} , amely jelen esetben a PWM magas szintjének fele, azaz 1,65 V, a teljesítmény erősítő erősítése A_e , és tápfeszültsége V_{CC} , akkor ahhoz, hogy maximális bemenő jel esetén se vezérlődjön túl az erősítő a következő egyenlőtlenségnek kell teljesülnie:

$$A_{be}A_eU_{be} \leq V_{CC}/2 \quad (7.7)$$

Így a megfelelő méretezéssel a későbbiekben a túlvezérlés elkerülhető.

A 8 csatornát demoduláló, közvetlenül az FPGA kártyához csatlakoztatható panel a 7.7 ábrán látható. Az itt bemutatott módszerekkel tehát előállítottam a bemenő jel tetszőlegesen eltolt és erősített változatát. A módszer működik, oszcilloszkóppal a 7.7 panel kimeneteit vizsgálva szinuszos gerjesztőjel esetén a kimeneteken torzulatlan szinuszos jelet mérhettem, illetve többcsatornás mérés esetén a csatornákat összehasonlítva a csatornák között a késleltetékülönbséget és erősítékülönbséget vizsgálhattam. A vártnak megfelelően a leírt módszerrel az egyes csatornák erősítése és késleltetése regiszterek értékével beállítható.

A módszert kevert zenei jelre is vizsgáltam: az analóg bemenet jelforrásául PC hangkártyájának analóg kimenete szolgált. Ezt a megépített A/D áramkörrel digitalizáltam, a digitális jel az FPGA kártya bemenő jeléül szolgált, majd beállított erősítéssel és késleltetéssel PWM modulálva került a kimenetekre. Ez a jel a szintén saját építésű D/A kártyára került, amelynek kimenetén a jel már analóg formában volt mérhető. Ezt a jelet Hi-Fi erősítővel kierősítve hallgattam: elmondható, hogy a módszer megfelelően működik: nagy hangerőknél a jel torzulás nélkül eredeti minőségében volt hallható. Kis hangerőknél lehetett enyhe kvantálási zajt hallani a kimeneten, ami a 8-bites fixpontos számábrázolásból eredhetett.



7.7. ábra. A megvalósított D/A konverter panel

7.3. A vezérlőjelek teljesítmény erősítése

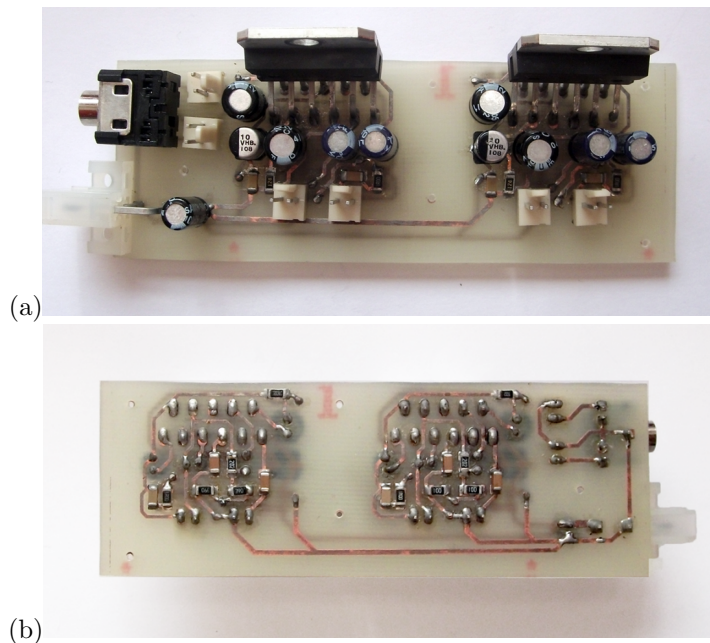
A bemutatott eszközökkel előállítottam párhuzamosan az összes másodlagos forrás vonalszintű vezérlőjelét. Természetesen a dinamikus hangszórókból felépített másodlagos forráseloszlás meghajtásához ezeket teljesítményben erősíteni kell. Ehhez terveztem tehát erősítőkapcsolást. Mivel minden csatorna külön erősítése szükséges, ez annyi erősítőáramkört jelent, ahány másodlagos forráselemmel dolgozunk. Emiatt a tervezés során a céloom minél olcsóbb és minél kisebb erősítők megvalósítása volt alakhú jelátvitel mellett. Több áramkör (TDA2003, TDA2030) kipróbálása után választásom végül a TDA2005 nevű 20 W teljesítményű műveleti erősítő ajánlott alapkapcsolására esett.

Az áramkör egy tokban két, audio célokra kifejlesztett, egyenként 10 W teljesítményű műveleti erősítőt tartalmaz. Az IC segítségével minimális külső alkatrész alkalmazásával megfelelő teljesítményű erősítőkapcsolás valósítható meg alacsony áron.

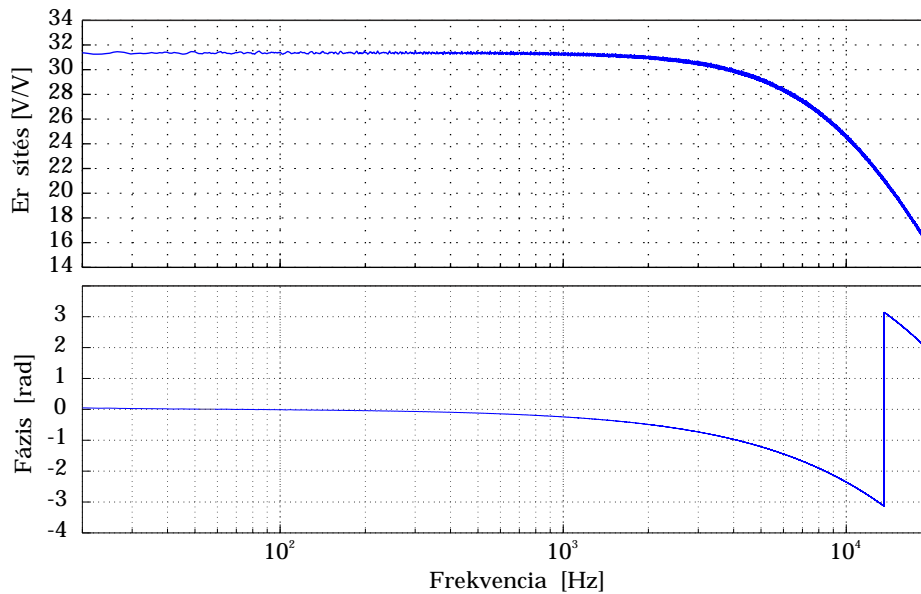
A tervezés során gondot jelentett a megfelelő teljesítményű feszültségforrás biztosítása. Mivel csatornánként 20 W teljesítményt várunk, így 50 csatornára számítva ez 1 kW összteljesítményt jelent. Az áramkört autórádiók erősítőjének tervezték, ezért tápfeszültsége ideálisan 12 V (amit az autó akkumulátorok biztosítanak), valamint a tápfeszültségben fellépő zavarokra kevésbé érzékeny. Az általánosan használt ATX számítógép táp nagy teljesítményen tud biztosítani 12 V állandó tápfeszültséget, ezért az erősítők tápfeszültségének biztosítása ATX tápegységekkel lehetséges.

Az áramkört az adatlapján megtalálható hídkapcsolásban építettem meg [41]. A kapcsolási rajz a függelékben megtalálható. A kapcsolat előnye, hogy aszimmetrikus tápfeszültségről működtethető, szemben a legtöbb audio célokra alkalmazott erősítőkapcsolásokkal, amelyek tápfeszültségként ± 12 V-ot várnak. Az áramkör erősítése az adatlapon megadott módon az ellenállások értékeinek megfelelő megválasztásával beállítható. Szemelőtt tartandó azonban, hogy az adatlap alapján a teljes, visszacsatolt áramkör erősítésének 32 dB fölött kell maradnia az erősítő stabilitása érdekében. Az előző bekezdésben látható feszültségosztás nélkül tehát az erősítő túlvezérlődne. Az adatlap alapján az erősítő bemeneti impedanciája $R_{be} = 70 \Omega$ a sávközépi 1 kHz-en. Ennek ismeretében a teljes erősítés méretezhető.

A kapcsolásból készített nyomtatott áramköri rajz tervezése során fő szempont volt a kapcsolat minél kisebb területen történő megvalósítása. Épp ezért, ahogy az előző panelok során is, a kapcsolat megvalósításához SMD 1206 tokozású alkatrészeket alkalmaztam. A megépített két csatornás



7.8. ábra. A kétcsatornás TDA2205 alapú erősítő



7.9. ábra. A TDA2005 alapú kapcsolás átvitelének amplitúdó- és fáziskarakterisztikája

erősítőkapcsolás a 7.8 ábrán látható. Látható, hogy a kapcsolást sikerült alig 3×2 cm-es területen megvalósítanom. Természetesen nem szabad elfeledkezni a erősítők megfelelő hűtéséről: az áramkörök tesztelése során jelentősen túlméretezett hűtőbordákat alkalmaztam, de helytakarékosságból a későbbiekben kiszámítható, mekkora minimális felületű hűtőborda alkalmazása szükséges a túlmelegedés elkerülése érdekében.

A megépített erősítőkapcsolás induktív terhelés alatt mért frekvenciaátvitel a 7.9 ábrán látható. Elmondható, hogy az erősítő megfelelően lapos, egyenletes frekvenciaátvitelt biztosít az átviteli sávban, elegendő teljesítményerősítés mellett. A meghallgató tesztek ugyanezt bizonyították: megfelelő hangszóróra kötve az erősítők megfelelő hangminőséget reprodukáltak, messze jobbat a többi kipróbált áramkörnél. Fontos megjegyezni, hogy az egyes csatornák átvitelének szigorúan egyformáknak kell lennie, hiszen a hangtér-szintézis szempontjából épp a csatornák közötti amplitúdó és fáziskülönbség pontos beállítása a cél. Épp ezért a megépített két csatorna átvitelét összehasonlítottam. Elmondható, hogy a két csatorna tökéletesen azonos átvitelt biztosít.

Az erősítőkapcsolást minden másodlagos forráshoz külön megépítve már rendelkezésünkre állnak a források vezérlőjelei teljesítményben is erősítve. A kitűzött céloom eredetileg rack szekrényhez dobozolt 15 csatornás erősítőblokkok megvalósítása volt, blokkonként egy ATX tápegységgel. Ezek megvalósítására a dolgozat leadásáig sajnos már nem maradt időm.

7.4. A másodlagos források realizációja

7.4.1. A másodlagos forrásválasztásának szempontjai

A hangtér-szintézis megvalósítása szempontjából az egyik legfontosabb szerepe a másodlagos forráseloszlásnak van. Láhattuk, hogy a másodlagos forráseloszlás tagjainak iránykarakterisztikája közvetlen kapcsolatban van a forrás k_x tartománybeli átvitelével, amely megfelelő megválasztásával az átlapolódásmentes – így irányhelyes – szintézis megvalósítható.

Látható volt, hogy az elektrosztatikus hangszórók membránjának alakja tetszőlegesen megválasztható, így ez lehetőséget ad az iránykarakterisztika tervezésére [48]. Sajnos ezek a hangszórók jelenleg drágák és hangminőségben sem érik utol az egyszerű, dinamikus hangszórókat. Történtek próbálkozásaira a legújabb, ún. elosztott-módú hangszórók (DML: Distributed Mode Loudspeaker) hangtér-szintézisre való alkalmazására. Ezek teljesen sík hangszórók, amelyek felületén hajlítóhul-

lámok jönnek létre a sík módusainak megfelelően, a vezérlő Lorentz-erő hatására [47]. A sugárzók lapos síkok, így akár a fal elemei is lehetnek, amely igen kedvező tulajdonság a hangtér-szintézis szempontjából. Sajnos azonban a technológia igen drága, így nem állt módomban munkám során ezekkel dolgozni. Végül kézenfekvő módon a másodlagos forráseloszlás tagjainak dinamikus hangszórókat választottam. Választás során szempont volt a hangszóró ára, teljesítménye, minél jobb frekvenciaátvittele és mérete is.

Ez utóbbi két szempont sajnos egymásnak ellentmondó feltételek: a vonatkozó irodalom alapján [42, 50] az emberi irányhallást leginkább a fülhöz érkező, kb. 20-1500 Hz frekvenciájú hullámok helyes lokalizációja határozza meg. Ahhoz, hogy eddig a frekvenciáig legalább az $\alpha = 90^\circ$ irányból érkező hullámokat átlapolódás nélkül szintetizálhassuk a források közötti távolság legfeljebb $\Delta x = c/2f \approx 12$ cm lehet. Ez természetesen azt jelenti, hogy ez az alkalmazott hangszóró maximális átmérője is. A szintézis természetesen folytonos forráseloszlás segítségével lenne tökéletes. Az átlapolódás elkerülése érdekében tehát a minél kisebb, minél közelebb elhelyezett hangszórók lennének az optimálisak.

A hangszóró átmérője azonban meghatározza, hogy mekkora a legkisebb lesugározható frekvencia: minél kisebb a membrán hatásos felülete, annál kevésbé tudja a hangszóró a mély hangokat lesugározni. Emellett ismert, hogy minél nagyobb a membrán, annál irányítottabban sugároz. Láthattuk, hogy a megfelelő k_x tartománybeli szűrés eléréséhez nagy frekvencián minél irányítottabb forrás szükséges. Ez azt jelenti tehát, hogy ezen szempontok alapján minél nagyobb felületű membránnal ellátott forrásra lenne szükségünk.

A megfelelő eredmény érdekében kompromisszumot kell kötnünk, hogy részben mindkét feltételnek eleget tegyünk. Választásom végül a Visaton FR10HM típusú dinamikus hangszóróra esett. A hangszóró egy 10 cm-es membránátmérőjű duplapillés szélessávú hangszóró. Mérete alapján tehát a hangszóró épp megfelelő a kitűzött célra. A hangszóró névleges teljesítménye 30 Watt, zenei teljesítménye 20 Watt, így a tervezett erősítőáramkörhöz épp optimális. A hangszóró 4 és 8 Ω -os változatban is kapható. Mivel a TDA2005 alapú teljesítményerősítő illesztetten 4 Ω terhelésre dolgozik, ezért ezt az impedanciájú változatot alkalmaztam.

A hangszóró átviteli sávja az adatlap alapján 95-22000 Hz, érzékenysége 1 Watt-on, 1 m-re 85 dB [49]. Ez azt jelenti, hogy a mélyhangok jó reprodukciójára a hangszóróval nincs lehetőségünk, de ez minden hasonló méretű hangszóróról elmondható. Szükség esetén az erősítő blokkokon egy vonalszintű mélyszűrt kimenet beiktatható, amely az erősített csatornák középső jelét adja ki kimenetét 0-100 Hz-re sávkorlátozva: a mintavételi tétel értelmében a mélyhangok helyes reprodukciója sokkal kevesebb csatornával megvalósítható. Emellett mély hangokon a pontos szintézis amúgy sem lehetséges, mivel ebben a tartományban már a szoba korábban bemutatott modális viselkedése a meghatározó [48]. A kiegészítő mély csatorna aktív mélyszűrt hangszórókkal erősíthető. A tervezett rendszerben minden erősítőblokk egy mélyszűrt kimenetettel rendelkezik.

7.4.2. A hangláda tervezése

A hangszórót természetesen dobozolni kellett, hiszen enélkül a membrán körül kisméretű akusztikai rövidzár alakul ki: a nyomáskülönbség egyszerűen kiegyenlítődik a membrán körül, (gyakorlatilag ha a hullámhosszhoz képest a membrán kis méretű, a membrán a hullám számára „láthatatlan”, így az ellenfázisban interferáló hullámok eredője zérus) így a hangszóró kisméretűen alig sugároz. Fontos lépés a tervezés során a hangláda méretezése.

A láda térfogatának meghatározása. A hangszóró, mint mechanikai rendszer kisméretű akusztikai egyszerű másodfokú rezgőkörként modellezhető, amely tagjai

- a membrán és a lengőcséve együttes tömege, mint M_{AD} tehetetlenségi tag,
- a felfüggesztés, vagyis rim C_{AS} kapacitív akusztikai engedékenysége és
- a rimen fellépő súrlódást modellező R_{AS} veszteségi ellenállás

sorosan kapcsolva egymáshoz. A membrán az azt lezáró Z_{AR} mechanikai impedanciára dolgozik, amely értékét főleg a membrán előtt elhelyezkedő légtömeg határozza meg: $Z_{AR} \approx j\omega M_{AR}$. Ez és M_{AD} tehetlenség soros kapcsolata az eredő M_A tömeg. A rezgőrendszer jellemezhető a rezonancia-frekvenciájával és jósági tényezőjével

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{M_A C_A}}, Q_0 = \frac{1}{R_A} \sqrt{\frac{M_A}{C_A}}. \quad (7.8)$$

A sugárzónak ezen a frekvencián erős kiemelése van, a kiemelés nagyságát jellemzi a jósági tényező. A hangszóró adatlapja alapján az alkalmazott hangszóró rezonancia-frekvenciája $f_0 = 120$ Hz, jósági tényezője $Q_0 = 1,44$ radm/ Ω .

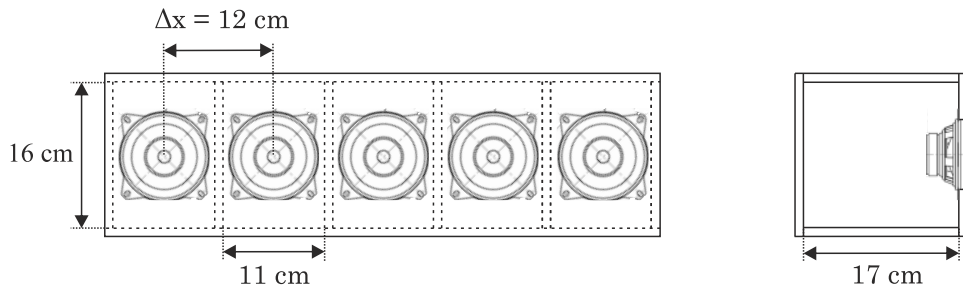
Ha a hangszórót dobozoljuk a doboz mérete, illetve a bezárt levegő térfogata a membrán mögött fellépő terhelő $Z_{AB} = R_{AB} + j\omega M_{AB} + \frac{1}{j\omega C_{AB}}$ impedanciaként modellezhető, amely ismét akusztikai elemek soros kapcsolataként hat a membránra. A bezárt levegő engedékenysége [5] alapján:

$$C_{AB} = \frac{V_B}{\kappa p_0}, \quad (7.9)$$

ahol $\kappa = 1,4$ a levegő adiabatikus állandója, $p_0 = 10^2$ N/m². Mivel ez a rim engedékenységgel soros kapcsolásban áll, így a dobozolás hatására C_A eredő akusztikai engedékenység csökken. Emiatt a dobozolt hangszóró esetén a rezonancia-frekvencia nő: minél nagyobb a doboz térfogata, annál kisebb a rezonancia-frekvencia és a jósági tényező értéke, így annál kisebb a kiemelés. Az erős kiemelés „dobozhangot” eredményez, így ebből a szempontból előnyösebb minél nagyobb doboz választása. Természetesen mivel igen nagyszámú doboz megépítésére lesz szükség, így a doboz mérete ésszerű keretek között tartandó, a méret megválasztásánál kompromisszum szükséges.

Az hangszóró Thiele-Small paraméterei a hangszóró adatlapján megtalálhatóak. Ez alapján létrehoztam WinISD nevű hangláda méretező szoftverben a hangszóró kisjelű modelljét, amelyben a hangláda térfogatának változtatásának hatása jól megfigyelhető a frekvenciaátvitelen. A 7.12 ábrán zöld színnel a 2 liter, piros színnel a 3 liter térfogatú dobozba dobozolt hangforrás által létrehozott hangnyomásszint látható a forrástól 1 m távolságra, 1 Watt kimenő teljesítmény mellett. Látható, hogy a két görbe között jelentős különbség van, így ez alapján a 3 literes hangláda tervezése mellett döntöttem.

A 3 liter doboztérfogatot természetesen végtelen számú oldalhossz variációval érhetjük el. A láda oldalhosszainak megválasztásánál különböző, főként gyakorlati szabályok vannak, ilyen pl. a három oldal hosszának arany metszés szerinti megválasztása. A gyakorlatban inkább fontosabb, hogy ne válasszunk két oldalt egyenlő hosszúnak, mivel ilyenkor a modális kiemelés az ehhez tartozó hullámhosszon túlságosan befolyásolná az átvitelt. A végleges doboztervek a 7.10 ábrán láthatóak. A megvalósításhoz 9 mm vastagságú rétegelt lemezt alkalmaztam. Praktikus okokból a másodlagos forráseloszlás tagjait az ábrán látható módon 5-ösével terveztem dobozolni, így egy 15 csatornás erősítőblokk 3 ilyen hangszóró halmazt hajt meg. A források között válaszfal beiktatása szükséges az akusztikai csatolás elkerülésére.



7.10. ábra. Az 5-csatornás dinamikus hangszóróhalmazok egy elemének terve



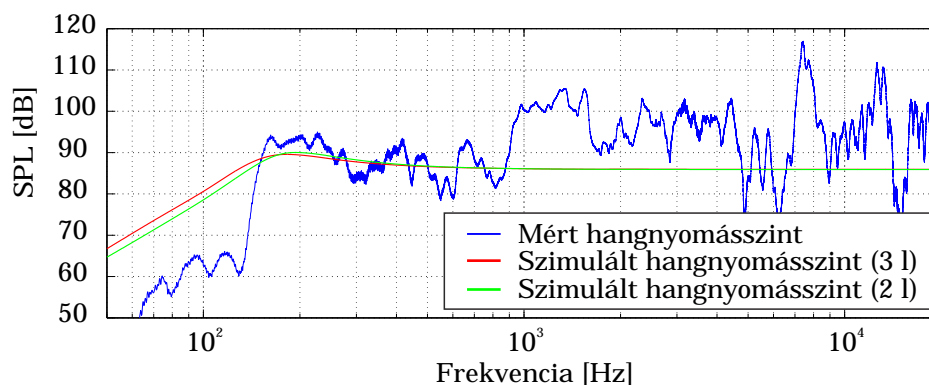
7.11. ábra. A másodlagos forráseloszlás egy megvalósított eleme

7.4.3. A másodlagos forráseloszlás vizsgálata

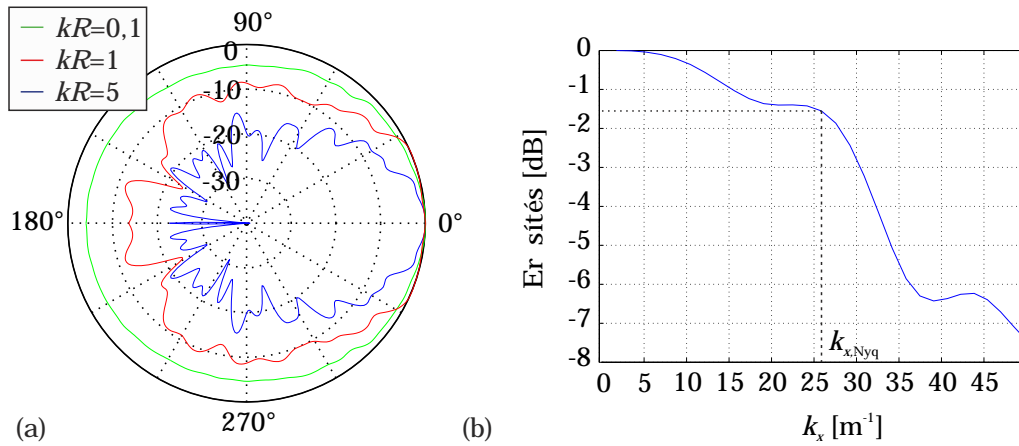
A tervezett forráseloszlásnak egy megvalósított tagja a 7.11 ábrán látható. A láda súrlódásból eredő R_{AB} veszteségi ellenállásának értéke növelhető a dobozban elhelyezett vattával, illetve a dobozon fúrt apró lyukkal, amelyben a levegő tömege elhanyagolható. A veszteségi ellenállás növelésével a jósági tényező és így a rezonancia-frekvencián a kiemelés csökkenthető. Épp ezért, a dobozban akusztikai vattát helyeztem el. Az így kialakuló, végleges mért frekvenciaátvitel a 7.12 ábrán látható kék színnel. A mérés alapján sikerült a rezonancia csúcsot elegendően csillapítani, a rezonancia-frekvencián a kiemelés minimális.

Láthatunk, hogy a hangforrások közötti távolság fontos tényezője a szintézisnek, hiszen közvetlenül meghatározza a $k_{x,s}$ mintavételi hullámszámot, amelynek fele $k_{x,Nyq} = \pi/\Delta x$. A végleges tervekben tehát a hangszóró távolság $\Delta x = 0,12$ m, amely alapján a mintavételezett hullám spektruma $k_{x,s} = 52,36$ m⁻¹-enként ismétlődik. Ez alapján $k_{x,Nyq} = 26,18$ m⁻¹.

A dobozolt hangszóró akusztikai laborban mért iránykarakterisztikája $kR = 0,1, 1$ és 5 értékeken a 7.13 ábrán látható. Ebből a k_x tartománybeli átvitel közvetlenül felrajzolható a maximális mért hullámszámig. A $kR = 5$ mérésből számított átvitel látható a 7.13 (b) ábrán. Látható, hogy a Nyquist-hullámszámon a forrás átvitele $-1,5$ dB. Ez az átlapolódás elkerüléséhez a vártnak megfelelően nem elegendő csillapítás, így a nagy szögekből érkező nagyfrekvenciás hullámok szintézise során átlapolódásra számíthatunk. Ezt a jelenséget mutatja be a 7.14 ábra. Az ábrán az itt bemutatott másodlagos forráseloszlás segítségével végrehajtott szintézist mutatja be $k_x k$ tartományban. Az ábra $k_{x,Nyq}$ -ra sávkorlátozott monopólus terének szintézisét mutatja. Látható, hogy



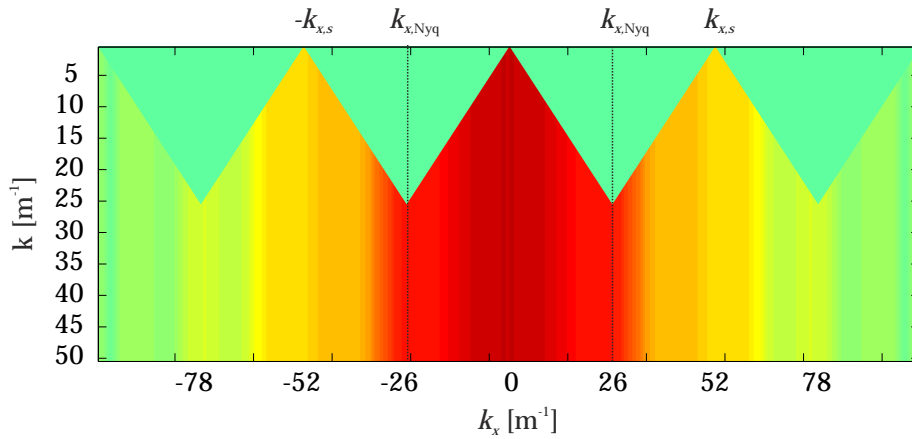
7.12. ábra. A hangdoboz szimulált és mért átviteli függvények



7.13. ábra. A hangdoboz (a) iránykarakterisztikája és (b) k_x átvitele

az ideálistól eltérően a szintetizált hullámtér spektruma nem csak $\pm k_{x,Nyq}$ tartományon tartalmaz komponenseket, ennek pedig hallható következményei lesznek.

Az átlapolódás hatása a bemutatott térbeli konvolúciós módszer segítségével esetlegesen csökkenthető, de az alkalmazott hangszórók segítségével teljesen nem megszüntethető. Az átlapolódás teljes elkerüléséhez a vonatkozó fejezetben bemutatott lehetőségek kínálkoznak.



7.14. ábra. A tervezett másodlagos forráseloszlás segítségével szintetizált monopólus spektruma

7.5. Összegzés

A fejezetben bemutatottam az általam tervezett hangtér-szintézis rendszert. Láthattuk, hogy a rendszer felépítéséhez három nagyobb feladat megvalósítása szükséges: a hangszórók vezérlőjének előállítását, ezek teljesítményerősítése, végül a szintézishez megfelelő másodlagos forráseloszlás kialakítása. Az általam alkalmazott megoldások működőképesek, a rendszer építőelemeit megépítettem és működését teszteltem. Sajnos a dolgozat írásáig a szükséges eszközök tömeggyártására nem jutott idő, így a teljes rendszer nem készülhetett el.

8. fejezet

Összefoglalás

Dolgozatomban egy „state-of-the-art” hangreprodukciós technikát mutattam be. Az elméleti alapok ismertetése után bemutattam a technika jelenlegi korlátait, vizsgálati módszereit is. Láthattuk, hogy a technikával tetszőleges hullámfront fázisban pontosan visszaállítható lenne egy síkban, a síkot határoló végtelen hosszú vonalforrás pontjainak megfelelő vezérlésével. Emellett az amplitúdóhelyes szintézis is biztosítható lenne az egész féltérben, a féltérrel határoló végtelen fal mentén elhelyezett forráseloszlás segítségével. A gyakorlatban azonban egy szoba falai mentén bizonyos magasságban egymáshoz közel helyezett hangforrásokkal tudjuk a hangteret reprodukálni. Ekkor sem a végtelen féltérbe való sugárzás, sem a végtelen vonalforrás feltételezése nem teljesül. Emiatt reflexiók és diffrakciós hatások lépnek fel a vizsgált teremben.

Dolgozatomban erre a két problémára dolgoztam ki megoldást, amelyek hatékonyságát mind állandósult állapotban, mind időtartományban szimulációk segítségével vizsgáltam. A végtelen vonalforrásból elhagyott elemek hatását a szomszédos falakon elhelyezett vonalforrásokkal pótoltam. A szintézisbe való több fal bevonását a klasszikus hangtérszintézisben is alkalmazzák, azonban alapjaiban eltérő módon az általam bemutatott módszertől. Emiatt míg a klasszikus módon több fal segítségével csak a besugározható terület növelhető, addig az itt bemutatott módszerrel a besugározható terület növelése mellett a diffrakciós hatások határesetben akár teljesen megszüntethetők. Az ideálshoz való közelítést egyedül a szintézis vezérlőfüggvényeinek számításigénye korlátozza.

Nagyobb problémát okoznak a szintézis során a falakról történő reflexiók, hiszen míg az előző diffrakciós hatások a szintetizált hullámfrontnál lényegesen kisebb amplitúddal jelentkeznek, addig a visszaverődések a szintézist állandósult állapotban teljesen ellehetetlenítik. Erre a problémára a tükröforrások módszere alapján dolgoztam ki megoldást: egy teremben egy belső forrás visszaverődő terét előre számítottam és ezt a teret a hangtérszintézis segítségével közelítőleg kioltottam. Ugyanez a módszer alkalmazható a másodlagos források visszhangzó terére, így a hangtérszintézis zárt térben, állandósult állapotban is lehetségessé válik. Módszeremmel a reflexiók hatása szemmel láthatóan jelentősen csökkenthető, azonban nem tűntethető el teljesen. Ahhoz azonban elegendő a javulás, hogy a hullámfrontot jellegre helyesen szintetizálhassuk zárt térben is, így a kívánt irányérzékelés a teremben biztosítható, ellentétben a kompenzációmentes esettel.

A módszerek vizsgálatához összetett szimulációs környezetre volt szükségem: szükség volt a nyílt térben kialakuló állandósult állapot, a zárt térben való állandósult állapot vizsgálatára is, valamint a hullámterjedés időtartománybeli modellezésére. Ezutóbbihoz saját szimulációskörnyezetet hoztam létre, ezért a megoldás alapját, a digitális hullámvezető hálót dolgozatomban részletesen bemutattam.

A dolgozatomban bemutatott módszerek több továbbfejlesztési lehetőséget is rejtnek magukban. Mindkét módszer leíró egyenletei integrálegyenletek. A módszerek vizsgálata során ezeket az integrálokat numerikusan értékeltem ki, a végtelen integrálási határokat kellően nagy számokig való számítással közelítve. Érdekes kérdés lehet a függvények analitikus kiértékelése, amely – mivel analitikusan nem integrálható függvényekről van szó – valamilyen közelítő formulával történhet. Ha ez sikerül a vezérlőfüggvények számítása jelentősen gyorsítható – akár valós idejűvé is tehető

– és a diffrakciós hatások teljesen megszüntethetők lennének.

A dolgozatban látható volt, hogy a reflexió kompenzációs hangtérszintézis még nem tökéletes. Ennek egyik oka, hogy a módszerben alkalmazott reflexiós tényező tökéletesen csak síkhullámok visszaverődését írja le. Általánosan a reflexiós tényező irány- és frekvenciafüggő. A reflexiókompenzáció elméletileg ennek figyelembevételével pontosítható.

Problémát jelent az is, hogy míg dolgozatomban a teremben a padlót és plafont tökéletesen elnyelőnek tekintettem, amely jelentős egyszerűsítésekre adott lehetőséget, addig a gyakorlatban az ezekről történő visszaverődések nem szüntethetők meg teljesen akár vastag hangelnyelő anyagokkal sem. A vertikális irányú reflexiók az itt bemutatott módszerrel egyáltalán nem szüntethetők meg. A vonatkozó szakirodalom alapján lehetséges a reflexiók hatásának adaptív szűréssel való aktív csökkentése [39]. A visszhangkioltás esetlegesen tökéletesíthető lenne a két módszer együttes alkalmazásával: a horizontális reflexiók általam bemutatott direkt kioltásával és a maradék visszaverődések adaptív csökkentésével.

Dolgozatom utolsó fejezetében a tervezett hangtérszintézis rendszert mutattam be. Láthattuk, hogy a számítógépen elvégezhető spektrumformálás mellett minden csatornán különböző erősítés és késleltetés beállítása szükséges. Ezeket FPGA segítségével valósítottam meg, amely a vezérlőjeleket csatornánként előállította. Ezeket teljesítményerősítés után megfelelően megválasztott dinamikus hangszórókkal sugároztam le a hangtérbe. A rendszer egyes elemei külön-külön működőképeseek voltak, azonban a teljes rendszer felépítésére a dolgozat írásáig nem maradt idő. Terveim között szerepel a rendszer befejezése. A tervezett rendszer hatékonyságát nagyban korlátozta az, hogy a rendelkezésre álló FPGA kártyával a kommunikáció csak LPT porton keresztül volt megoldható, amely csekély átviteli sebességet biztosít. A fejlesztés során kiderült azonban, hogy a jelek szétosztására és PWM modulációjára már egy egyszerűbb FPGA is kiválóan alkalmas. Gyors adatátvitel esetén (pl. USB 2.0 PC-FPGA kapcsolat) elegánsabb megoldás a dolgozatban bemutatottnál az egyes csatornák vezérlőjelét PC oldalon számítani, majd a vezérlőjeleket sorosan az FPGA kártyának küldeni. Így a külső eszköz csak a jelek szétosztását és PWM modulációját biztosítaná. Ez a megoldás jóval rugalmasabb PC oldali fejlesztést is lehetővé tenne, így a jövőbeli fejlesztéseimet ebbe az irányba kívánom elvinni.

Irodalomjegyzék

- [1] Milton Abramowitz and Irene A. Stegun. *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs and Mathematical Tables*. United States Department of Commerce, 1972.
- [2] Hafiz M. Atassi. The green's function. Note, 2007.
- [3] M Baker and Sutlief. Greens functions in physics. Technical report, 2003.
- [4] Alex Barnett. Greens function for wave equation. Lecture note, December 2006.
- [5] Leo Beranek. *Acoustics*. McGraw-Hill, 1954.
- [6] A.J. Berkhout. *Seismic Migration: Imaging of acoustic energy by wave field extrapolation*. Elsevier, 1982.
- [7] A.J. Berkhout. *Applied Seismic Wave Theory*. Elsevier, 1987.
- [8] Walton C.Gibson. *The Method of Moments in Electromagnetics*. Chapman & Hall, 2008.
- [9] A.J. Berkhout Diemer de Vries. Wave theoretical approach to acoustical focusing. *Journal of the Acoustical Society of America*, 70(3):740–748., September 1981.
- [10] Evert Walter Start Diemer de Vries. The wave field synthesis concept applied to sound reinforcement: restrictions and solutions. In *96th AES Convention*, February 1994.
- [11] Scott A Van Duyne and Julius O Smith III. A new approach to digital reverberation using closed waveguide networks. In *International Computer Music Conference*, pages 47–53, Vancouver, Canada, 1985.
- [12] Scott A Van Duyne and Julius O Smith III. Physical modeling with the 2-d digital waveguide mesh. In *International Computer Music Conference*, pages 40–47, Japan, 1993.
- [13] Leo Eisner and Robert W Clayton. A reciprocity method for multiple-source simulation. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 91(3):553–560, June 2001.
- [14] Stefan Enroth. Spatial impulse response rendering of digital waveguide mesh room acoustic simulations. Technical report, University of York, Department of Electronics, 2007.
- [15] Matthias Geier, Hagen Wierstorf, Jens Ahrens, Ina Wechsung, Alexander Raake, and Sascha Spors. Perceptual evaluation of focused sources in wave field synthesis. In *128th AES Convention*, May 2010.
- [16] I.S. Gradshteyn and I.M. Ryzhik. *Table of Integrals, Series, and Products*. Elsevier, 2007.
- [17] John K. Hunter. *Asymptotic Analysis and Singular Perturbation Theory*. Department of Mathematics, University of California at Davis, 2004.
- [18] Julius O Smith III. Physical modeling using digital waveguides. *Computer Music Journal*, 16(4):74–91, Winter 1992. Special issue on Physical Modeling of Musical Instruments, Part I.

- [19] Texas Instruments. *SN55LVC541A, SN74LVC541A Octal Buffers/Drivers with 3-states Outputs*, July 2003.
- [20] G. Jansen. Focused wavefields and moving virtual sources by wave field synthesis. Master's thesis, Delft University of Technology, 1997.
- [21] Matti Karjalainen and Cumhur Erkut. Digital waveguides versus finite difference structures: equivalence and mixed modeling. *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, 2004.
- [22] Heinrich Kuttruff. *Room Acoustics*. Spon Press, fifth edition edition, 2009.
- [23] Nagy Lajos. Determinisztikus beltéri hullámterjedési modellek. *Híradástechnika*, LXII.:2–12, 2007.
- [24] Dr. Pap László. *Elektronika*. Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, 2007. Egyetemi jegyzet.
- [25] Jack Mullen. *Physical Modelling of the Vocal Tract with the 2D Digital Waveguide Mesh*. PhD thesis, The University of York, Department of Electronics, 2006.
- [26] Damian Murphy, Antti Kelloniemi, Jack Mullen, and Simon Shelley. Acoustic modeling using the digital waveguide mesh. In *IEEE Signal Processing Letters*. In Press, 2007.
- [27] Richard A. Handelsman Norman Bleinstein. *Asymptotic Expansions of Integrals*. Holt, Rinehart and Winston, 1975.
- [28] Allan D. Pierce. *Acoustics: an introduction to its physical principles and applications*. Acoustical Society of America, 1989.
- [29] Fiala Péter. Az akusztikai peremelem módszer. Jegyzet, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Híradástechnikai Tanszék, 2007.
- [30] Fiala Péter. Puta toolbox for matlab. Jegyzet, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Híradástechnikai Tanszék, 2007.
- [31] Fiala Péter. Hangszerek fizikája. Jegyzet, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Híradástechnikai Tanszék, 2010.
- [32] Sacha Spors Rudolf Rabenstein. *Springer Handbook on Speech Processing*, chapter 53. Springer, 2007.
- [33] Jens Ahrens Sacha Spors, Rudolf Rabenstein. The theory of wave field synthesis revisited. In *Audio Engineering Society Convention Paper*, May 2008. AES 124th Convention, Amsterdam, The Netherlands.
- [34] Lauri Savioja. Interpolated rectangular 3-d digital waveguide mesh algorithms with frequency warping. *IEEE TRANSACTIONS ON SPEECH AND AUDIO PROCESSING*, 11(6):783–791, November 2003.
- [35] Lauri Savioja, Tapio Lokki, and Vesa Välimäki. The interpolated 3-d digital waveguide mesh method for room acoustic simulation and auralization. Technical report, Laboratory of Telecommunications Software and Multimedia, Helsinki University of Technology, 2002.
- [36] Lauri Savioja and Vesa Välimäki. Interpolated and warped 2-d digital waveguide mesh algorithms. In *Proceedings of the COST G-6 Conference on Digital Audio Effects*, Verona, Italy, 2000.
- [37] Lauri Savioja and Vesa Välimäki. Reduction of the dispersion error in the interpolated digital waveguide mesh using frequency warping. Technical report, Laboratory of Acoustics and Audio Signal Processing, Helsinki University of Technology, 2000.

- [38] National Semiconductors. *ADC0801/ADC0802/ADC0803/ADC0804/ADC0805 8-Bit uP Compatible A/D Converters*, July 2003.
- [39] Sacha Spors. *Active Listening Room Compensation for Spatial Sound Reproduction Systems*. PhD thesis, Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, 2005.
- [40] Sacha Spors. Extension of an analytic secondary source selection criterion for wave field synthesis. In *123th AES Convention*, October 2007.
- [41] ST. *TDA2005, 20W Bridge Amplifier for Car Radio*, October 1998.
- [42] Evert Walter Start. *Direct sound enhancement by wave field synthesis*. PhD thesis, Delft University of Technology, 1997.
- [43] S. Y. Suh. Pulse width modulation for analog fiber-optic communication. *Journal of Lightwave Technology*, LT-5(1):102–112, January 1987.
- [44] Dimitris Theodoropoulos. Multi-core platforms for beamforming and wave field synthesis. *IEEE TRANSACTIONS ON MULTIMEDIA*, 13:235–245, April 2011.
- [45] Dimitris Theodoropoulos, Catalin Bogdan Ciobanu, and Georgi Kuzmanov. Wave field synthesis for 3d audio: Architectural perspectives. Technical report, Computer Engineering Laboratory, Delft University of Technology, 2009.
- [46] Peter D’Antonio Trevor J. Cox. *Acoustic Absorbers and Diffusers*. Taylor & Francis, 2009.
- [47] Rik van Zon. Room compensation for wave field synthesis using map loudspeakers. Master’s thesis, Delft University of Technology, 2003.
- [48] Edwin Verheijen. *Sound Reproduction by Wave Field Synthesis*. PhD thesis, Delft University of Technology, 1997.
- [49] Visaton. *Main Catalogue, 2009/2010*, October 2009.
- [50] Peter Vogel. *Application of Wave Field Synthesis in Room Acoustics*. PhD thesis, Delft University of Technology, 1993.
- [51] Kees Wapenaar. Nonreciprocal green’s function retrieval by cross correlation. *Journal of the Acoustical Society of America*, (120):7–13, July 2006.
- [52] Kees Wapenaar, Jacob Fokkema, and Roel Snieder. Retrieving the green’s function in an open system by cross-correlation: A comparison of approaches. Technical report, Department of Geotechnology, Delft University of Technology, 2006.
- [53] Kees Wapenaar, Evert Slob, and Roel Snieder. Unified green’s function retrieval by cross-correlation. Technical report, Department of Geotechnology, Delft University of Technology, 2006.
- [54] Xilinx. *Spartan-IIE 1.8V FPGA Family Complete Data Sheet*, July 2003.
- [55] Prof. Robert A. York. Stationary phase method. Class handout, January 2003.

Függelék

F.1. A Green-tétel levezetése

A vektoranalízis Gauss-tétele alapján ha $\mathbf{u}(\mathbf{r})$ vektor-vektor függvény által meghatározott vektortér a V térfogaton differenciálható és nonszinguláris, fennáll, hogy

$$\int_V \nabla \cdot \mathbf{u}(\mathbf{r}) dV = \int_S \mathbf{u}(\mathbf{r}) \mathbf{n}_k dS. \quad (\text{F.1})$$

Itt $\nabla \cdot$ a skalárszorzással való gradiensképzés. Szemléletesen a vektortér teljes divergenciája (forrásokossága) egyenlő a tér által a felületen létrehozott normális irányú fluxussal. Mivel a gradiensképzés skaláris függvényt vektor függvénybe képez le, $\mathbf{u}(\mathbf{r})$ előállítható $v(\mathbf{r})$ és $w(\mathbf{r})$ szabadon választható skalár-vektor függvények kombinációjaként:

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}) = v(\mathbf{r}) \nabla w(\mathbf{r}) - \nabla v(\mathbf{r}) w(\mathbf{r}). \quad (\text{F.2})$$

A láncszabály alapján a skalárfüggvények szorzatának divergenciája

$$\nabla \cdot (v(\mathbf{r}) \nabla w(\mathbf{r})) = \nabla v(\mathbf{r}) \cdot \nabla w(\mathbf{r}) + v(\mathbf{r}) \nabla^2 w(\mathbf{r}) \quad (\text{F.3})$$

és ugyanígy

$$\nabla \cdot (\nabla v(\mathbf{r}) w(\mathbf{r})) = \nabla v(\mathbf{r}) \cdot \nabla w(\mathbf{r}) + \nabla^2 v(\mathbf{r}) w(\mathbf{r}), \quad (\text{F.4})$$

ezért

$$\int_V \{u(\mathbf{r}) \nabla^2 w(\mathbf{r}) - \nabla^2 v(\mathbf{r}) w(\mathbf{r})\} dV = \int_S \{v(\mathbf{r}) \nabla w(\mathbf{r}) - \nabla v(\mathbf{r}) w(\mathbf{r})\} \mathbf{n}_k dS, \quad (\text{F.5})$$

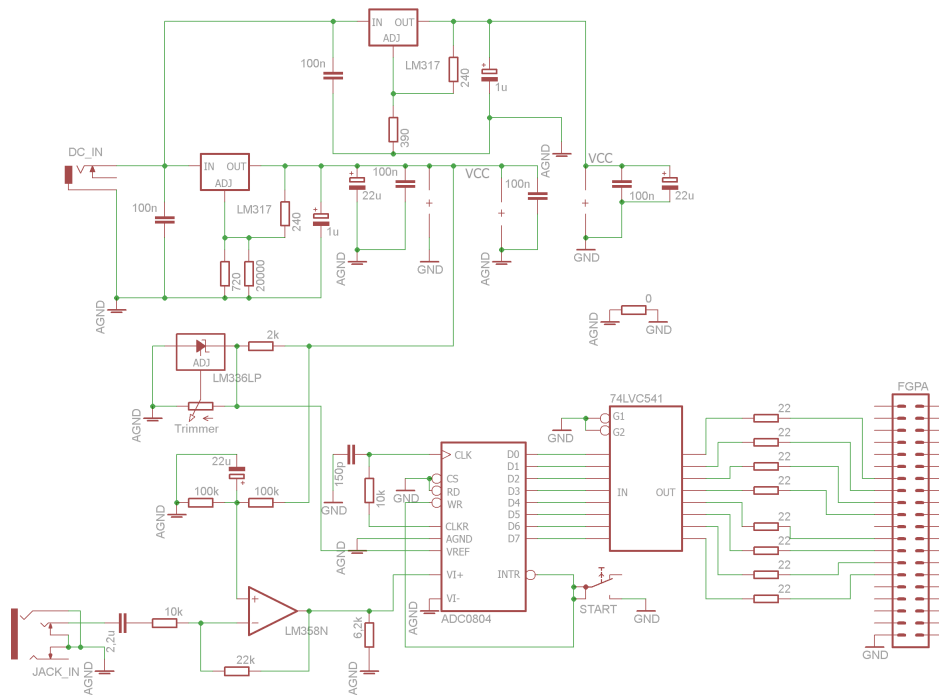
ahol \mathbf{n}_k az S határoló felület kifelé mutató normálisa. A vonatkozó fejezetben vizsgált geometriából következik, hogy célszerűbb a befelé mutató normálissal dolgozni, amely $\mathbf{n}_b = -\mathbf{n}_k$, így az egyenlet a következő alakot ölti:

$$\int_V \{u(\mathbf{r}) \nabla^2 w(\mathbf{r}) - \nabla^2 v(\mathbf{r}) w(\mathbf{r})\} dV = \int_S \{w(\mathbf{r}) \nabla v(\mathbf{r}) - \nabla w(\mathbf{r}) v(\mathbf{r})\} \mathbf{n}_b dS. \quad (\text{F.6})$$

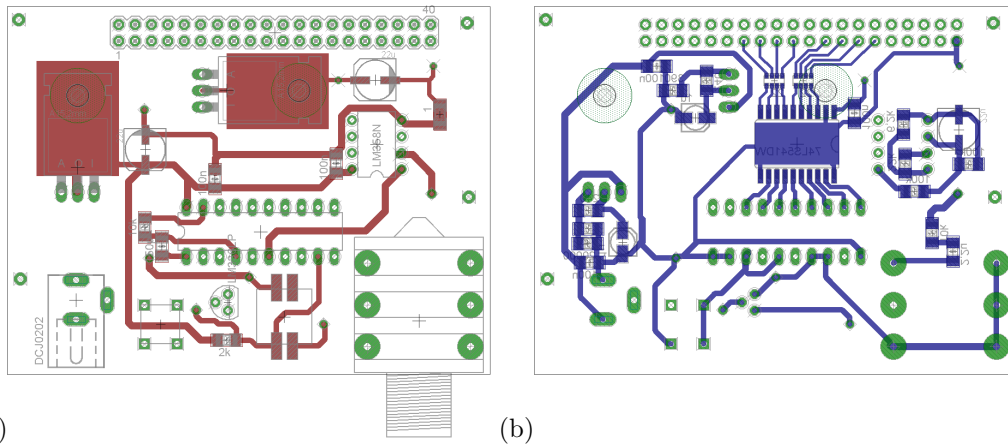
Ez pedig éppen a vektoranalízis *Green-tétele*.

F.2. Kapcsolási rajzok és paneltervek

F.2.1. Az alkalmazott A/D panel kapcsolási rajza és panelterve

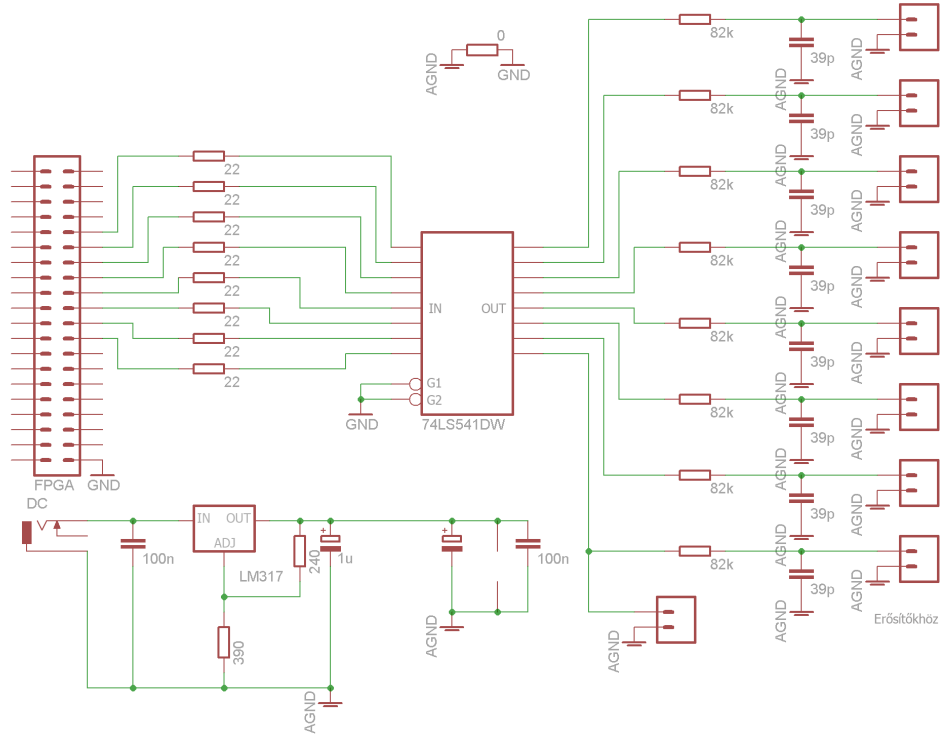


F.1. ábra. A tervezett AD panel kapcsolási rajza

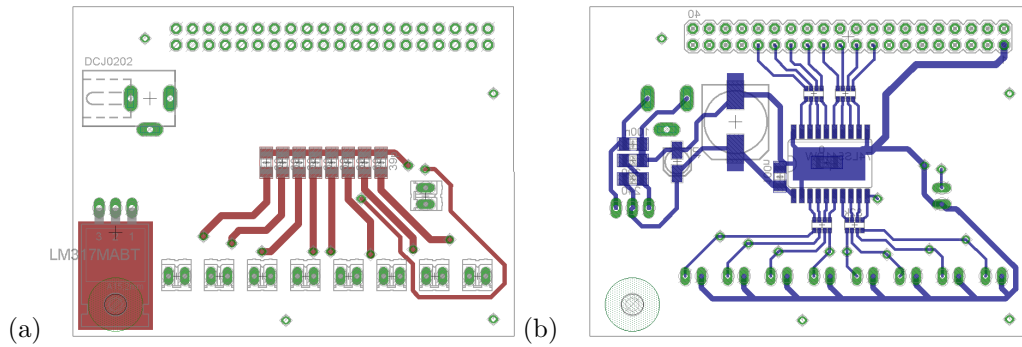


F.2. ábra. A megvalósított ADC0804 alapú A/D áramkör nyomtatott áramköri terve kicsinyítve ($M = 0,85 : 1$)

F.2.2. Az alkalmazott D/A-csatoló panel kapcsolási rajza és panelterve

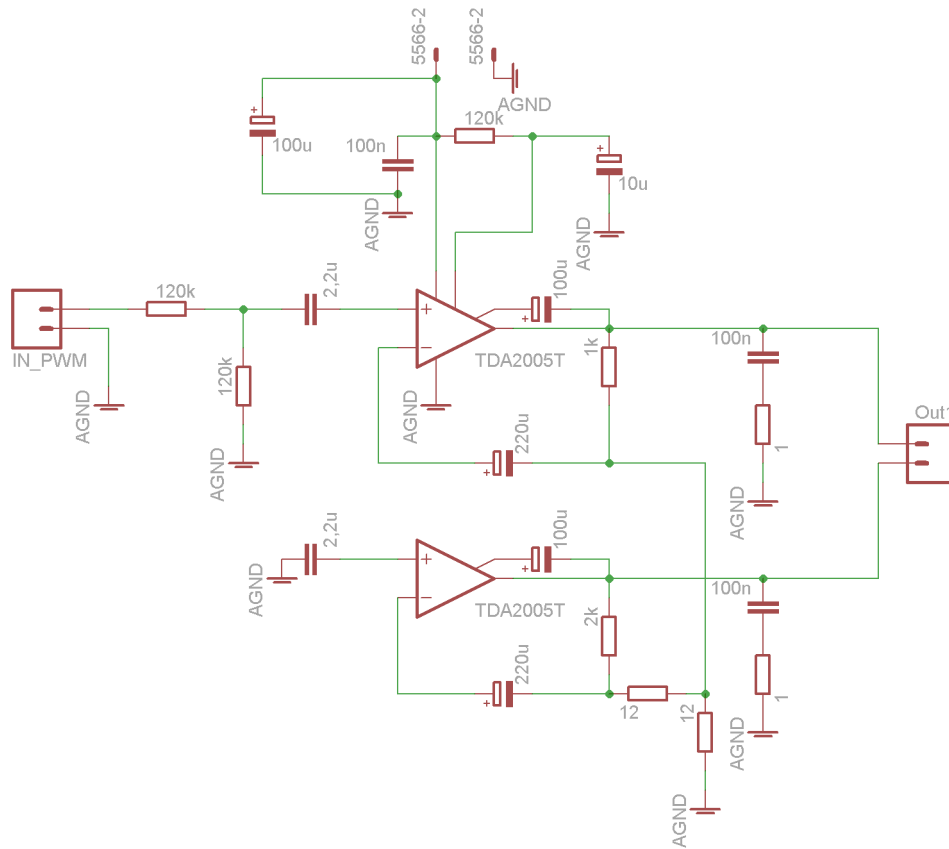


F.3. ábra. A tervezett DA átalakító panel

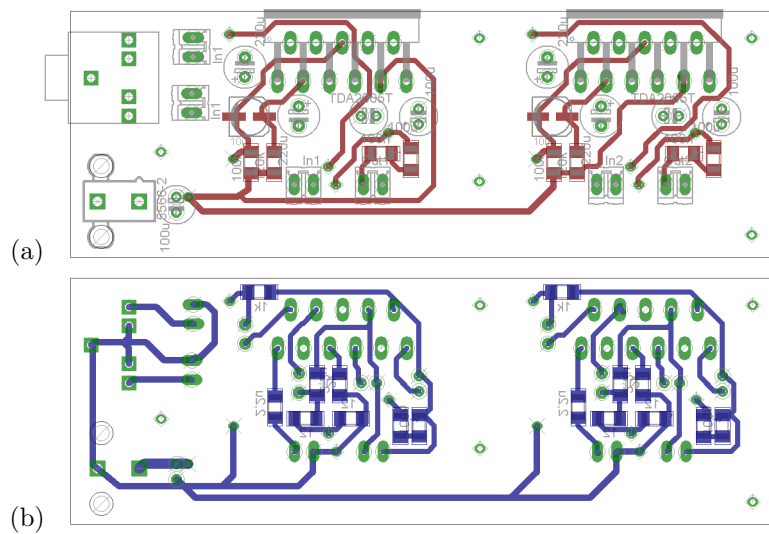


F.4. ábra. A megvalósított vonalmeghajtó és PWM demodulátor panel nyomtatott áramköri terve kicsinyítve ($M = 0,85 : 1$)

F.2.3. A teljesítményerősítők kapcsolási rajza és panelterve



F.5. ábra. A TDA2005 műveleti erősítőpár hídkapcsolása



F.6. ábra. A megvalósított TDA2005 teljesítményerősítők nyomtatott áramköri terve (M = 1 : 1)