

---

# Képfeldolgozás

## 4. előadás

**Konvolúció, élkereső eljárások.**

**Fotometriai alapok**

Benedek Csaba és Szirányi Tamás

---

# Ismétlés: konvolúciók

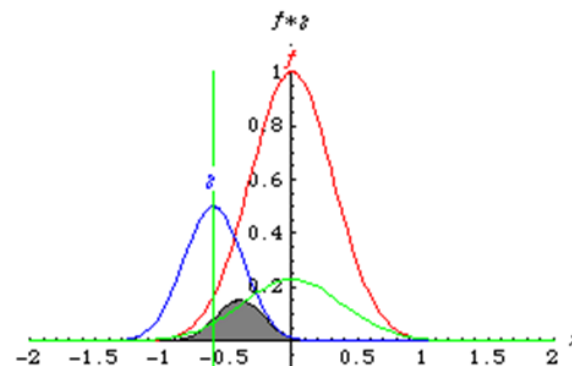
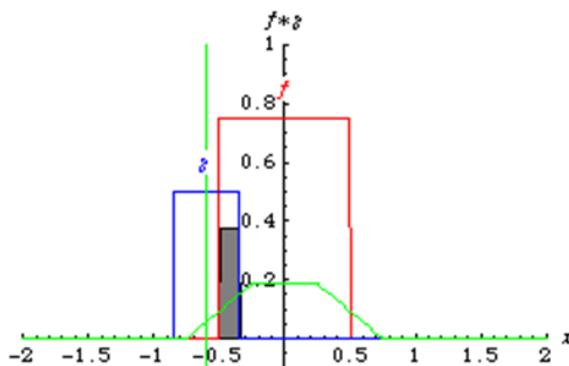
- <http://mathworld.wolfram.com/Convolution.html>
- Súlyozott összeg-képzés

$$(f * g)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)g(t - \tau)d\tau$$

$$f * g = F \cdot G$$

(Fourier térben szorzás)

$$G(m_1, m_2) = \sum_{n_1=-\infty}^{\infty} \sum_{n_2=-\infty}^{\infty} K(n_1, n_2)F(m_1 - n_1, m_2 - n_2)$$



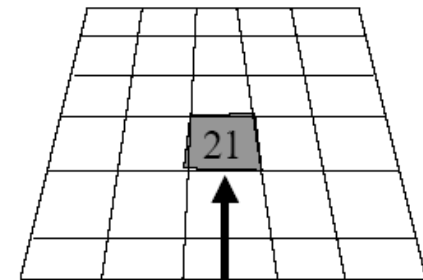
# Konvolúciók

- Súlyok mátrixban, egyszerű tárolás, műveletek

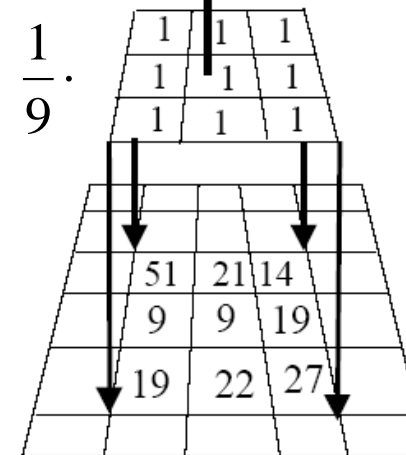
$$\begin{aligned}
 G(m_1, m_2) &= \\
 &= \sum_{n_1=-r_1}^{r_1} \sum_{n_2=-r_2}^{r_2} \text{„Kernel”} F(m_1 - n_1, m_2 - n_2) = \\
 &= \sum_{n_1=-r_1}^{r_1} \sum_{n_2=-r_2}^{r_2} K^*(n_1, n_2) F(m_1 + n_1, m_2 + n_2)
 \end{aligned}$$

↑
↑

„Kernel”
Eredeti kép



G



$\frac{1}{9} \cdot K^*$

F

Itt K egy 3x3-as kernel:  $r_1=r_2=1$

$K^*$  a K kernel 180 fokos elforgatottja:

K:

$a_{-1-1}$	$a_{0-1}$	$a_{1-1}$
$a_{-10}$	$a_{00}$	$a_{10}$
$a_{-11}$	$a_{01}$	$a_{11}$

$K^*$ :

$a_{11}$	$a_{01}$	$a_{-11}$
$a_{10}$	$a_{00}$	$a_{-10}$
$a_{1-1}$	$a_{0-1}$	$a_{-1-1}$

# Konvolúciók

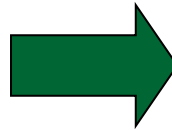
- Alkalmazás: szűrések
  - Elmosások - zajszűrések
  - élszűrések (gradiens), élkiemelések
- Konvolúciós mátrix együtthatóinak összege:

- 1: átlagoló típus
- 0: élszűrő típus

$$\longrightarrow K=1/9 * \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\downarrow \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

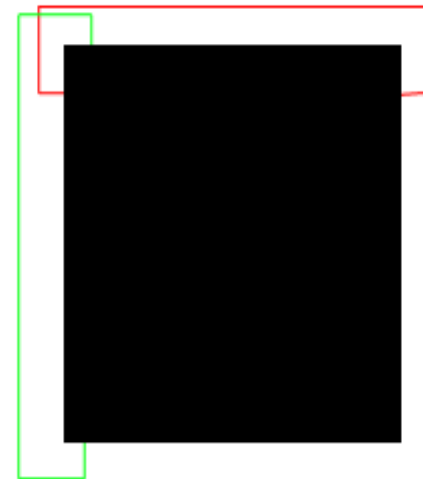
# Egyszerű (átlagolós) elmosás



Konvolúciós kernel mérete: 11x11

# Konvolúciók

- Kép szélein kicsúszás – különféle megoldások
  - oldal-tükrözés
  - körbejárás
  - konstanssal feltöltés
  - stb.



# Konvolúció-tulajdonságok

- Felcserélhetőség, linearitás
  - $f * g = g * f$
  - $f * (g * h) = (f * g) * h$
  - $f * (g + h) = f * g + f * h$
  - $a(f * g) = (af) * g = f * (ag)$
  - $F(f * g) = F(f)F(g)$  -> Fourier térben szorzás

---

## Műveleti igény:

- $k_s$  kernelméret és  $P$  képméret (itt pixelben mért terület mindkettő) esetén általában  $\sim k_s P$  db művelet kell.
- Nagy kernelméret esetén a művelet végrehajtása lassú lehet (lásd gyakorlat)



# Konvolúciók – műveleti igény csökkentés közelítő megoldással

- Szeparálhatóság – műveletigény csökkentése
  - $(2r_1+1) \times (2r_2+1)$  és  $(2r_3+1) \times (2r_4+1)$  –es méretű kernelekkel végzett konvolúciók egymásutánja megfeleltethető egy  $[2(r_1+r_3)+1] \times [2(r_2+r_4)+1]$
  - $5 \times 7$  és  $7 \times 13$  konv =  $11 \times 19$  konv
    - Műveleti igény 2 egymásután konvolúciónál:  
 $(5 \times 7 + 7 \times 13)P = 126P$  (P a pixelek száma)
    - 1 „nagy” kernelű konvolúciónál:  $(11 \times 19)P = 209P$
  - $7 \times 7 \rightarrow 49$ ,  $3 \times 3 + 5 \times 5 \rightarrow 34$  (pl. Prewitt, blur, stb.)
- Kérdés: egy nagy kernel hogy dekomponálható két kisebb kernelre? (elmosásoknál közelítés is lehet elég)

# Egyszerű (átlagoló) elmosás műveleti igényének csökkentése

- Integrálkép: köztes reprezentáció  $f \rightarrow I_f$

$$I_f(x, y) = \sum_{i=1}^x \sum_{j=1}^y f(i, j)$$

1	0	2	1
2	0	1	0
3	1	1	0
1	0	1	4

$f$

- Pl:  $I_f(3,3) = a$  ■ pixelek értékeinek összege: 11

1	0	2	1
2	0	1	0
3	1	1	0
1	0	1	4

$I_f$

1	1	3	4
3	3	6	7
6	7	11	12
7	8	13	18

# $I_f$ számítása: dinamikus programozással $\sim P$ időben:

Segéd-segédkép:  $t(x, y) = \sum_{j=1}^y f(x, j)$

$t(x, 1) := f(x, 1), x = 1 \dots w$        $t(x, y) = t(x, y - 1) + f(x, y)$

$I_f(1, y) := t(1, y), y = 1 \dots h$

$I_f(x, y) = I_f(x - 1, y) + t(x, y)$

$4 + 7 = 11$

$f$  :

1	0	2	1
2	0	1	0
3	1	1	0
1	0	1	4

$t$  :

1	0	2	1
3	0	3	1
6	1	4	1
7	1	5	5

$I_f$

1	1	3	4
3	3	6	7
6	7	11	12
7	8	13	18

# Integrálkép felhasználása

- Tetszőleges téglalap által lefedett pixelek értékeinek összege az integrálkép segítségével 3 db additív művelettel számítható:

$$\sum_{i=a}^c \sum_{j=b}^d f(i, j) = I_f(c, d) - I_f(a-1, d) - I_f(c, b-1) + I_f(a-1, b-1)$$

Megj: itt a definíció szerint  $I_f(0, y) = 0$ , és  $I_f(x, 0) = 0$ , minden  $x$  és  $y$ -ra

- Példa ( $a=2, b=2, c=3, d=3$ ):  $11-6-3+1=3$

$f$

1	0	2	1
2	0	1	0
3	1	1	0
1	0	1	4

$I_f$

1	1	3	4
3	3	6	7
6	7	11	12
7	8	13	18

# Integrálkép felhasználása simításhoz (egyszerű átlagolás esetén)

$$\tilde{f}(x, y) = \frac{1}{(2r+1)^2} \sum_{i=-r}^r \sum_{j=-r}^r f(x+i, y+j) \quad \begin{array}{l} (2r+1)^2 \text{ összeadás} \\ + 1 \text{ osztás} \end{array}$$

**Pl: r=5 → Teljes képre a műveleti igény ~122P**

$$\tilde{f}(x, y) = \frac{1}{(2r+1)^2} (I_f(x+r, y+r) - I_f(x-r-1, y+r) - I_f(x+r, y-r-1) + I_f(x-r-1, y-r-1)) \quad \begin{array}{l} 3 \text{ összeadás} \\ +1 \text{ osztás} \end{array}$$

**Pl: r=5 → Teljes képre a műveleti igény ~ 2P+4P=6P**

# Szorgalmi feladat (ez most nem konvolúció)

- Írj hatékony lokális kontrasztszámító algoritmust az integrálkép felhasználásával!  
A kontraszt a  $(2r+1)^2$  szomszédságban található pixelek szórásaként számítandó.



$$\sigma^2(x, y) = \frac{1}{(2r+1)^2} \sum_{i=-r}^r \sum_{j=-r}^r [f(x+i, y+j) - \tilde{f}(x, y)]^2$$

ahol: 
$$\tilde{f}(x, y) = \frac{1}{(2r+1)^2} \sum_{i=-r}^r \sum_{j=-r}^r f(x+i, y+j)$$

**Segítség:**

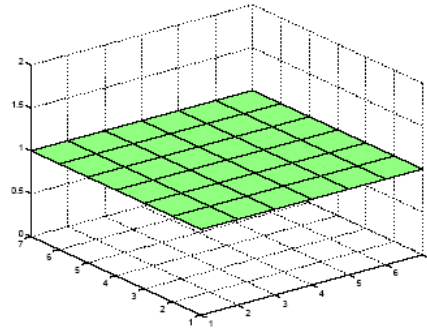
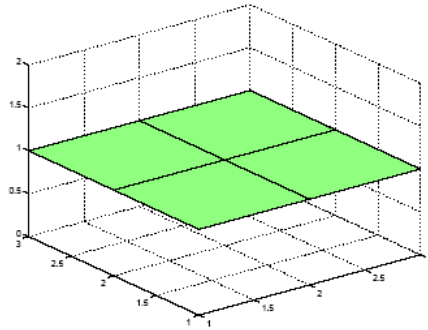
$$\sigma^2(x, y) = \left\{ \frac{1}{(2r+1)^2} \sum_{i=-r}^r \sum_{j=-r}^r [f(x+i, y+j)]^2 \right\} - [\tilde{f}(x, y)]^2$$

---

# Konvolúció alkalmazásai

- Élszűrések (élkeresés)
- Élkiemelések (crispening, sharpening)
- Zajszűrések
  - egyenletes, Gauss (impulzusra nem jók)

# Konv. példák - elmosás - blur



$$K=1/9 * \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$



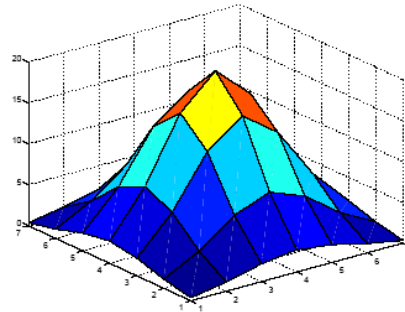
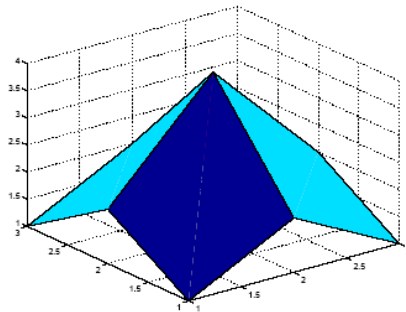
Input Image



Average blur



# Konv. példák - elmosás – Gauss



$$K=1/123 * \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 7 & 11 & 7 & 2 \\ 3 & 11 & 17 & 11 & 3 \\ 2 & 7 & 11 & 7 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$



Input Image



Gaussian blur

# Elmosások

- Elmosásnak meg kell tartania az átlagot
  - a konvolúciós együtthatók összege 1
- Nem okozhat eltolódásokat
  - legyen szimmetrikus
- Izotróp
  - irány-érzéketlen, minden irányban ugyanolyan hatású

# Elmosások

Átlagolás (box filter):

Erős élből lankás élt csinál(hat)

$$\begin{array}{cccccc}
 & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \\
 \dots & 0 & 0 & 1 & 1 & \dots \\
 \dots & 0 & 0 & 1 & 1 & \dots \\
 \dots & 0 & 0 & 1 & 1 & \dots \\
 & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \\
 \end{array}
 * \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} =
 \begin{array}{cccccc}
 & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \\
 \dots & 0 & 1/3 & 2/3 & 1 & \dots \\
 \dots & 0 & 1/3 & 2/3 & 1 & \dots \\
 \dots & 0 & 1/3 & 2/3 & 1 & \dots \\
 & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \\
 \end{array}$$

eltüntethet azonos frekv. mintát

$$\begin{array}{cccccc}
 & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 1 & -2 & 1 & 1 & -2 & 1 & \dots \\
 1 & -2 & 1 & 1 & -2 & 1 & \dots \\
 1 & -2 & 1 & 1 & -2 & 1 & \dots \\
 & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 \end{array}
 * \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} =
 \begin{array}{cccccc}
 & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\
 & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 \end{array}$$

Minta erősségét csökkenti

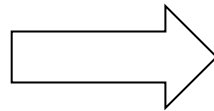
$$\begin{array}{cccccc}
 & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \\
 \dots & 1 & -1 & 1 & -1 & \dots \\
 \dots & 1 & -1 & 1 & -1 & \dots \\
 \dots & 1 & -1 & 1 & -1 & \dots \\
 & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \\
 \end{array}
 * \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} =
 \begin{array}{cccccc}
 & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \\
 \dots & -1/3 & 1/3 & -1/3 & 1/3 & \dots \\
 \dots & -1/3 & 1/3 & -1/3 & 1/3 & \dots \\
 \dots & -1/3 & 1/3 & -1/3 & 1/3 & \dots \\
 & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \\
 \end{array}$$

# Zajszűrés

Zajos kép



5x5 blur



---

# Élkeresés

---

# Élkeresés - Tartalom

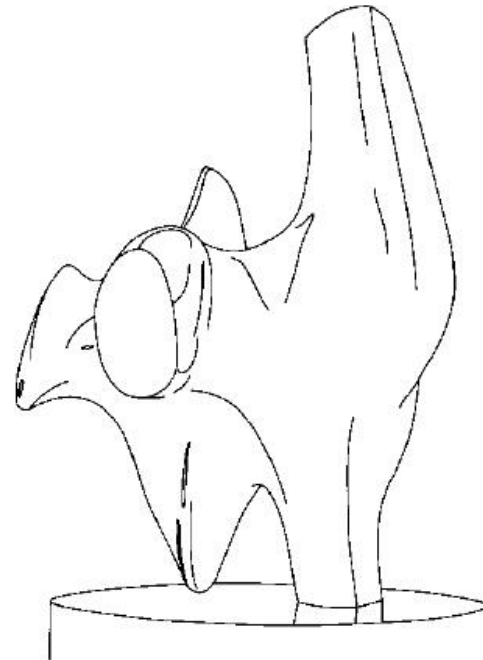
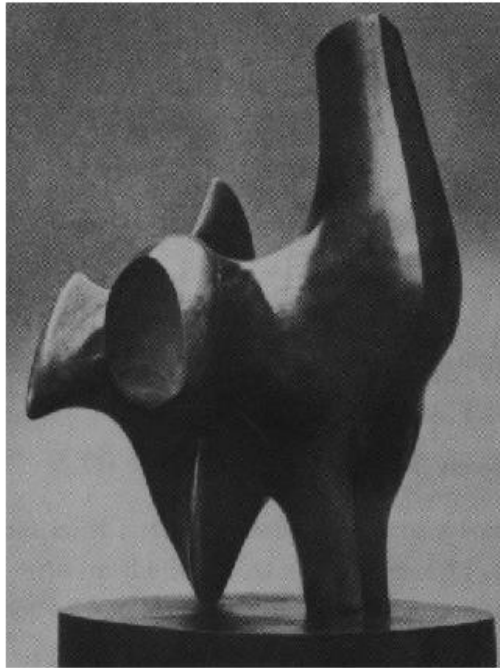
- Élkeresés – célok
- Módszerek áttekintése
- Elsőrendű módszerek
- Másodrendű módszerek
- Canny algoritmus

# Élkeresés célok

- Cél: objektumok kontúrjainak meghatározása
- Él-pontok: a fényesség ugrásszerűen változik



# Éldetekció

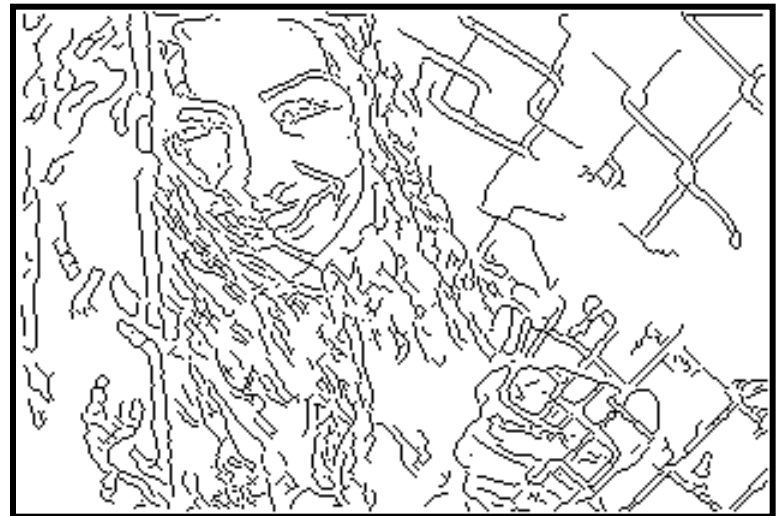


- Cél: a 2D képből görbék kinyerése
  - Szegmentálás, karc-szűrés, felismerések
  - A pixeleknél kompaktabb reprezentálása a tartalomnak



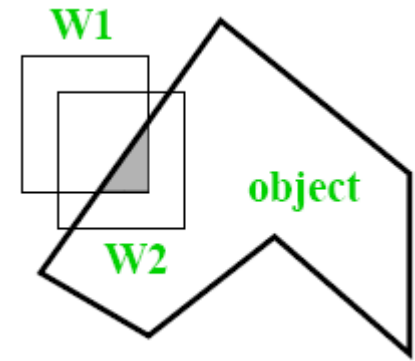
# Élkeresés célja

- Képi információk, struktúra kinyerése
  - Sarkok, vonalak, határok
- Nem mindig egyszerű



# Élkeresés

- „Jó” élszűrő filter tulajdonságai:
  - homogén területeken (konstans intenzitás) nem ad választ
  - izotróp: a szűrő válasza független az él irányától (~ minden élt megtalál)
  - jó detekció:
    - minél kevesebb zaj által okozott hamis élt találjon
    - minél kevesebb valódi élt hagyjon ki
  - jó lokalizáció: a detektált élek minél közelebb legyenek a valódi élekhez



# Alapstruktúrák

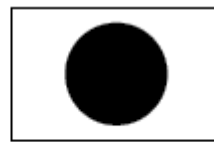
- Él: drasztikus intenzitás-váltás (ugrás-szerű, folyamatos)
- Vonal: vékony, hosszú, kb. azonos szélességű, azonos intenzitású tartomány
- Folt: zárt alakzatot képező azonos intenzitású régió
- Sarok: kontúrvonal/él törése/irányváltása



**Edge**



**Line**

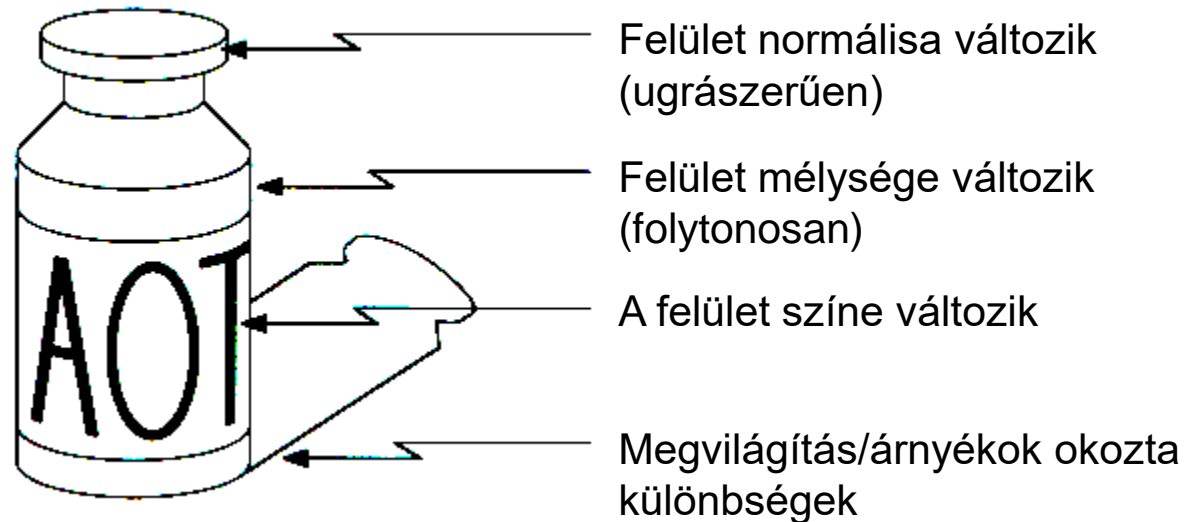


**Blob**



**Corner**

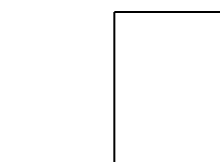
# Élek eredete



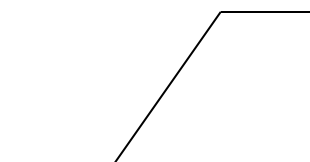
- Változatos jelenségek okozhatnak „éleket”

# Élek típusai

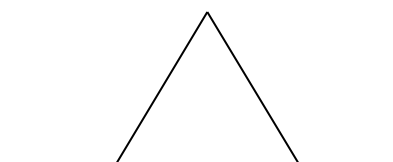
Intenzitásfüggvény a kép egy adott egyenesé mentén:



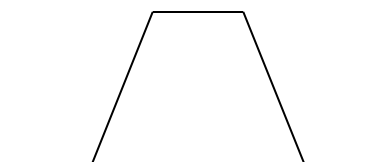
lépcső,



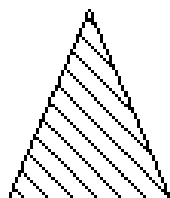
rámpa



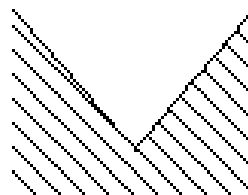
háztető



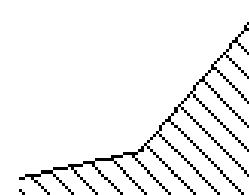
vonal



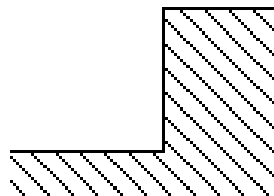
(a) Convex roof edge



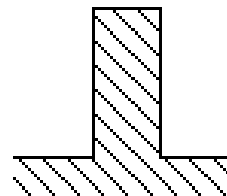
(b) Concave roof edge



(c) Concave ramp edge



(d) Step edge

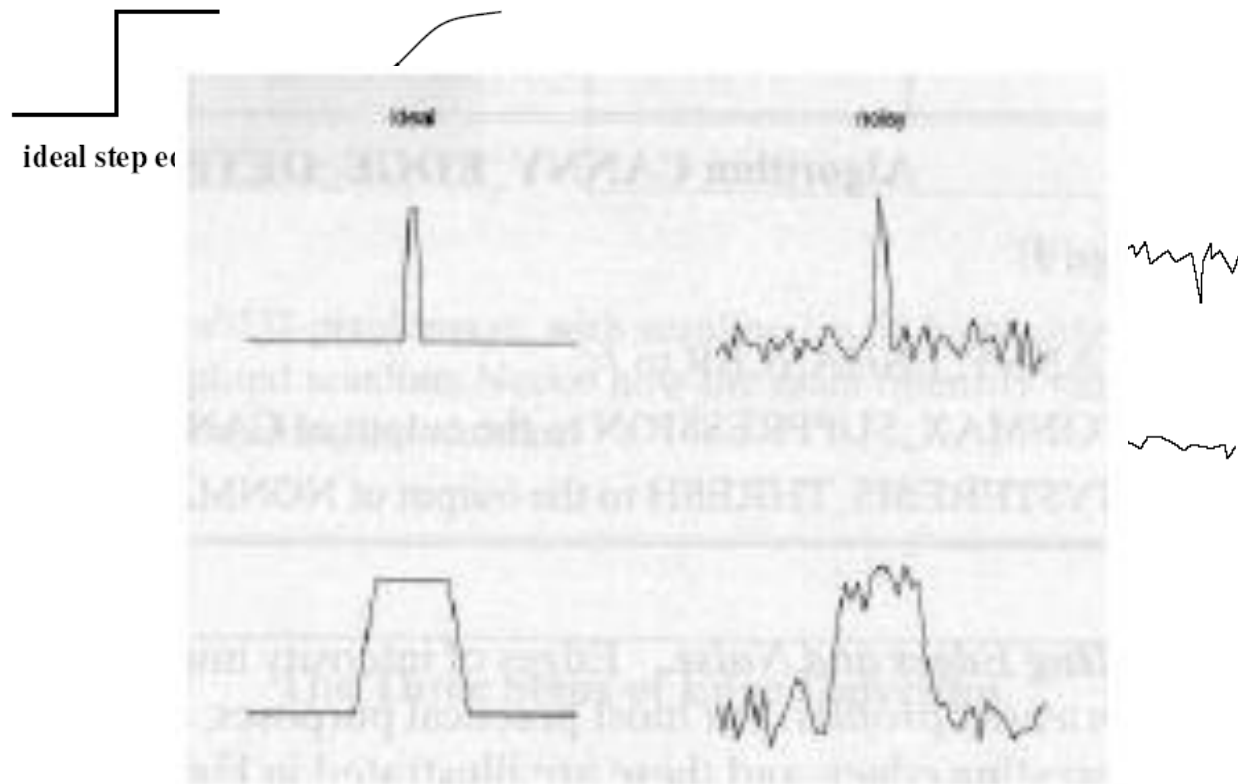


(e) Bar edge

# Élek zajosságának jellemzése

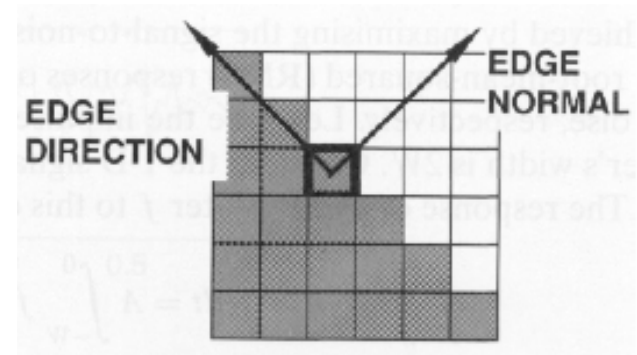
SNR: magasság/zajszórás

$$SNR_{edge} = \frac{h}{\sigma}$$



# Élek jellemzői

- Normális: vektor ami merőleges az élre és a legnagyobb intenzitásváltozás irányába mutat
- Irány: a vonal irányába mutató vektor
- Helyzet, középpont
- Erősség: intenzitásának aránya a környező kontraszttal



# Élkeresés - módszerek

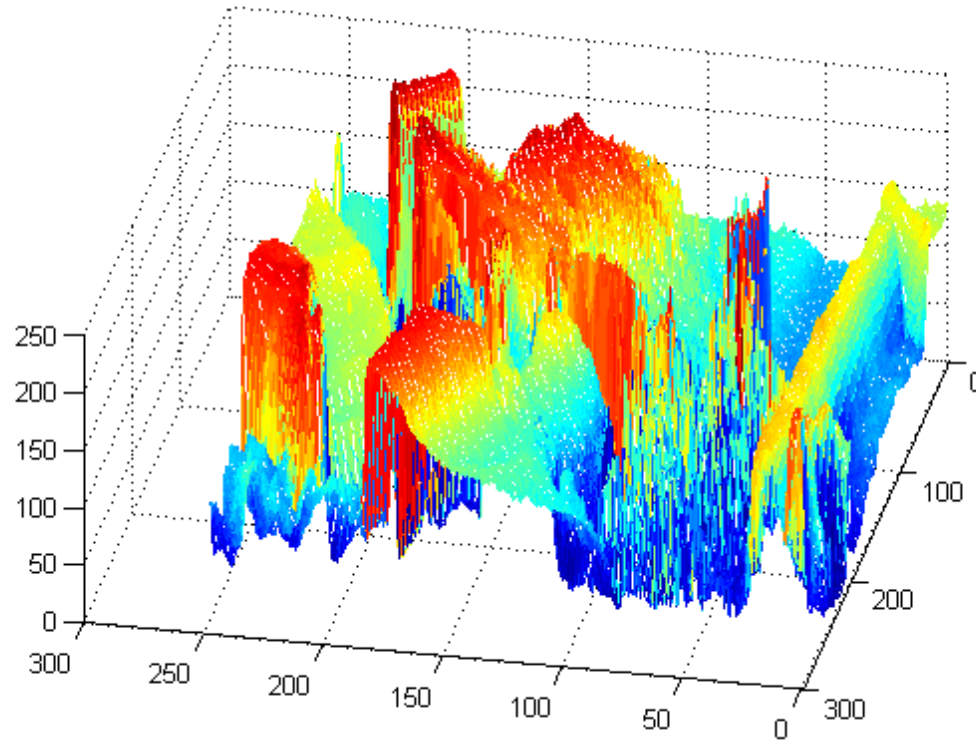
- Kép reprezentáció: szürkeségi érték az  $x$  és  $y$  koordináta függvénye (fényesség-függvény)

$$f(x, y)$$

- Élkeresési módszerek
  - Csak gradiens alapú:
    - Elsőrendű: a fényesség-függvény első deriváltját vizsgálja
    - Másodrendű: a fényesség-függvény második deriváltját vizsgálja
  - Összetett
    - Pl: Canny



# Kép-kétváltozós függvény megfeleltetés



# Elsőrendű módszerek/1

- Gradiensvektor

$$\nabla f = \left[ \frac{\partial f}{\partial x} \quad \frac{\partial f}{\partial y} \right]^T$$

- A gradiensvektor hossza

$$\|\nabla f\| = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}$$

- $x$  szerinti parciális derivált közelítése

$$\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{i,j} \cong \frac{f(i+1, j) - f(i-1, j)}{2v}$$

$v$ : két szomszédos pixel középpontjának távolsága

# Elsőrendű módszerek/2

- x irányú „gradienskép”

$$d^x(i, j) = f(i+1, j) - f(i-1, j)$$

- Megfelelő konvolúciós kernel:

-1	0	1
----	---	---

- Zajérzékenység – y irányú szűrés

-1	0	1
----	---	---

 $\otimes$ 

1
1
1

 = 

-1	0	1
-1	0	1
-1	0	1

X irányú  
PREWITT  
operátor

# Elsőrendű módszerek/3

- y irányú gradiensképzés

$$d^y(i, j) = f(i, j+1) - f(i, j-1)$$

- y irányú PREWITT kernel

-1	-1	-1
0	0	0
1	1	1

$$\partial/\partial y$$

# Elsőrendű módszerek/4

- „Gradienskép”:

$$\|\nabla f\|_{ij} \propto d(i, j) = \sqrt{[d^x(i, j)]^2 + [d^y(i, j)]^2}$$

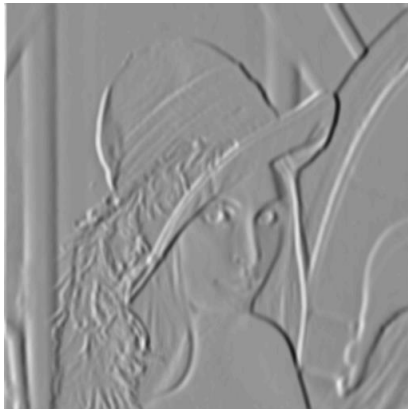
- Egyszerűsítés:

$$d(i, j) = |d^x(i, j)| + |d^y(i, j)|$$

# Eredmények – (elsőrendű) Prewitt gradiensképzés



y irányú gradiens



x irányú gradiens



Összesített gradiens  
kép

# További elsőrendű módszerek/1

- Sobel operátor

-1	0	1
-2	0	2
-1	0	1

$\partial/\partial x$

-1	-2	-1
0	0	0
1	2	1

$\partial/\partial y$

- Roberts operátor

+1	
	-1

$g_1$

	+1
-1	

$g_2$

45 fokos éleket emeli ki

# Sobel eredmények



Sobel vízszintes:



Sobel függőleges:



# Élkeresés – compass filter

- pl. Kirsch

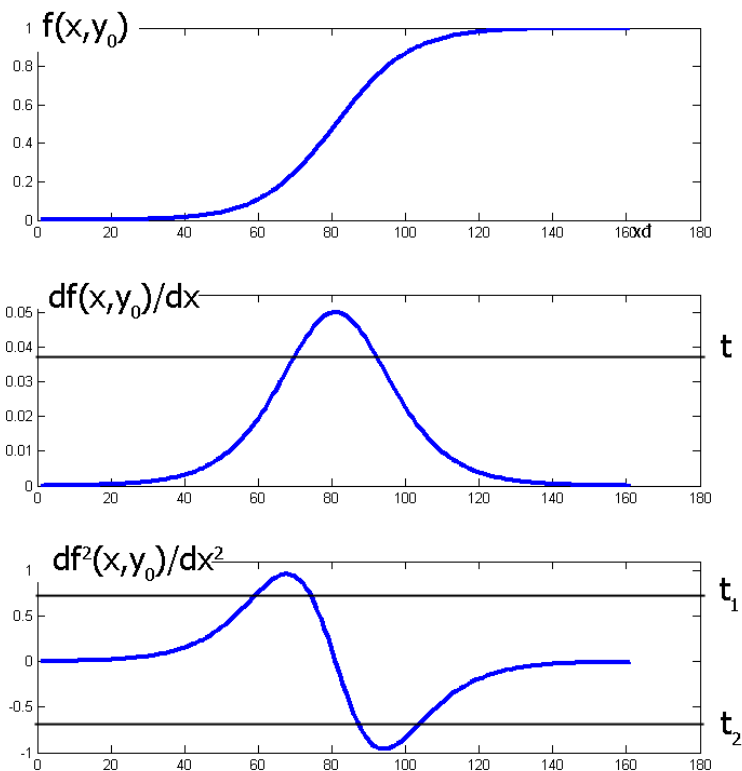


$$\begin{bmatrix} 5 & -3 & -3 \\ 5 & 0 & -3 \\ 5 & -3 & -3 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -3 & -3 & -3 \\ 5 & 0 & -3 \\ 5 & 5 & -3 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -3 & -3 & -3 \\ -3 & 0 & -3 \\ 5 & 5 & 5 \end{bmatrix} \quad \dots$$



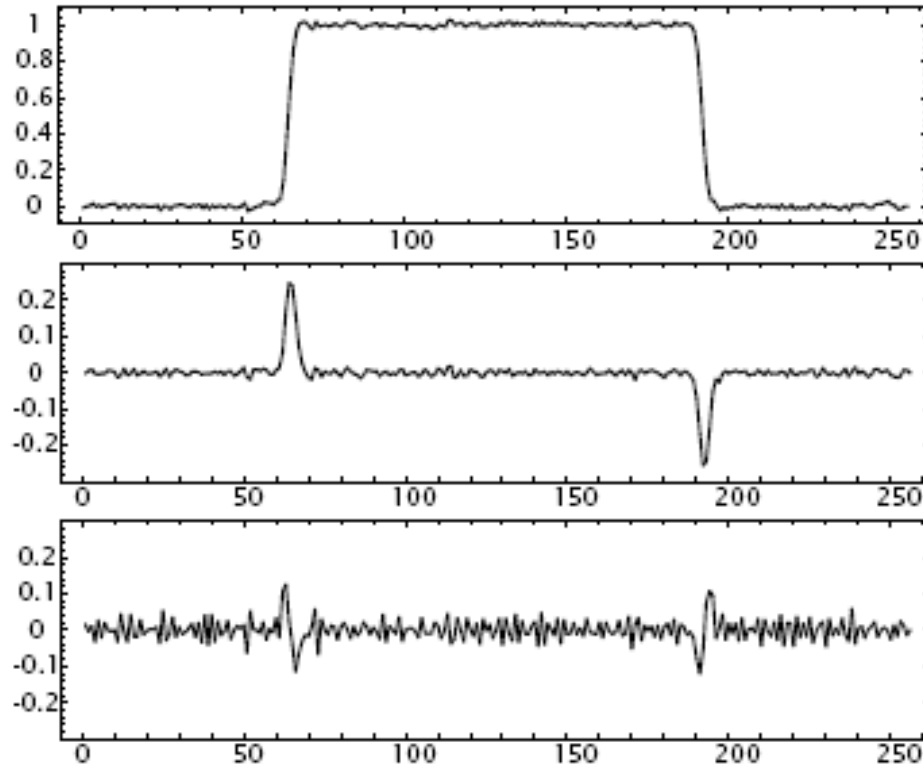
# Másodrendű élkeresés: motiváció

Vízszintes élkeresés  
az alábbi képen:



A fényességi függvény (fenn), valamint  $x$  szerint első (középen) és második (lenn) deriváltjának alakulása egy adott egyenes mentén.

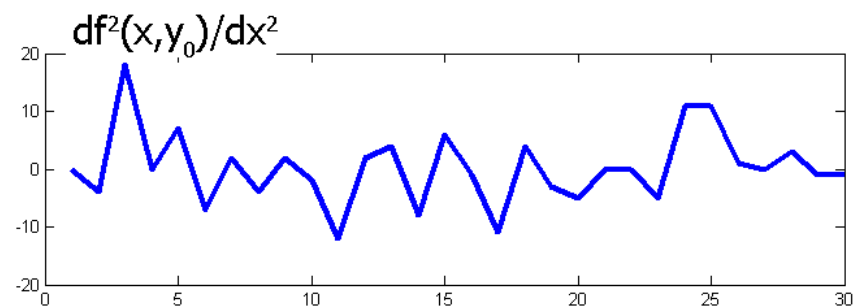
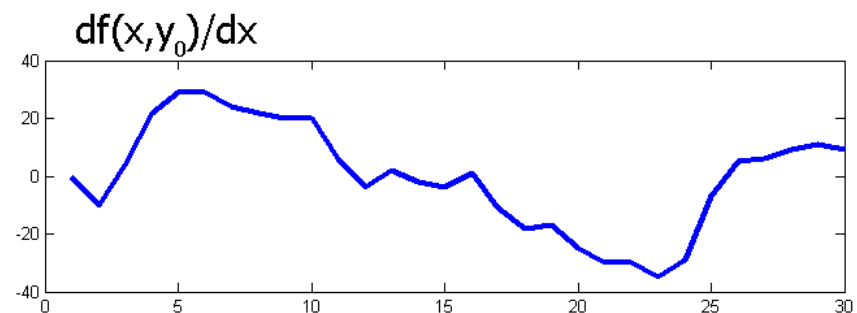
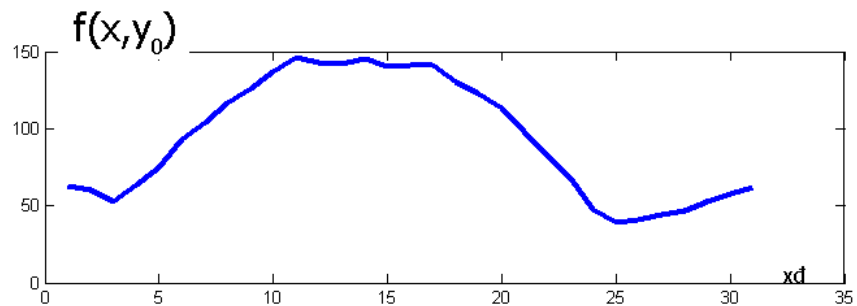
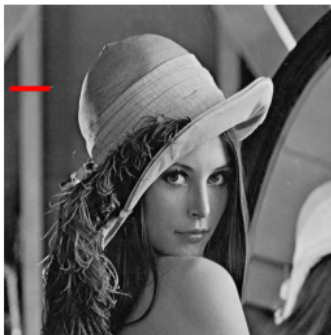
# Másodrendű eset: szélsőérték helyett 0 átmenet keresése



szélsőérték

zero crossing

# Valós kép: piros vonal alatti rész intenzitás függvénye



# Másodrendű módszerek/1

- A gradiensvektor divergenciájának képzése

$$\begin{aligned}\nabla^2 f &= \left( \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} \right) f \\ &= \frac{\partial^2}{\partial x^2} f + \frac{\partial^2}{\partial y^2} f\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x^2} &\cong \frac{\frac{f(x+1, y) - f(x, y)}{v} - \frac{f(x, y) - f(x-1, y)}{v}}{v} = \\ &= \frac{f(x+1, y) - 2f(x, y) + f(x-1, y)}{v^2}\end{aligned}$$

## Másodrendű módszerek/2

- Az  $x$  irányú második derivált közelítése ( $y$  irány hasonló):

$$\begin{aligned}\frac{d^2 f}{dx^2} &\approx [f(x+1) - f(x)] - [f(x) - f(x-1)] \\ &= f(x+1) - 2f(x) + f(x-1)\end{aligned}$$

- A Laplace operátor konvolúciós mátrixa:

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & -2 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & -2 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline 1 & -4 & 1 \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline \end{array}$$

# Variációk: másodrendű éldetekciós kernelek

- 1. változat: „Másodrendű Prewitt”

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 0.5 & 0.0 & 0.5 \\ \hline 1.0 & -4.0 & 1.0 \\ \hline 0.5 & 0.0 & 0.5 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0.5 & 1.0 & 0.5 \\ \hline 0.0 & -4.0 & 0.0 \\ \hline 0.5 & 1.0 & 0.5 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & -8 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array}$$

- 2- változat

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & -2 & 1 \\ \hline 1 & -2 & 1 \\ \hline 1 & -2 & 1 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline -2 & -2 & -2 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 2 & -1 & 2 \\ \hline -1 & -4 & -1 \\ \hline 2 & -1 & 2 \\ \hline \end{array}$$

# Első és másodrendű élkeresés eredmények összevetése



Laplace másodrendű:



Prewitt másodrendű:



Sobel vízszintes:

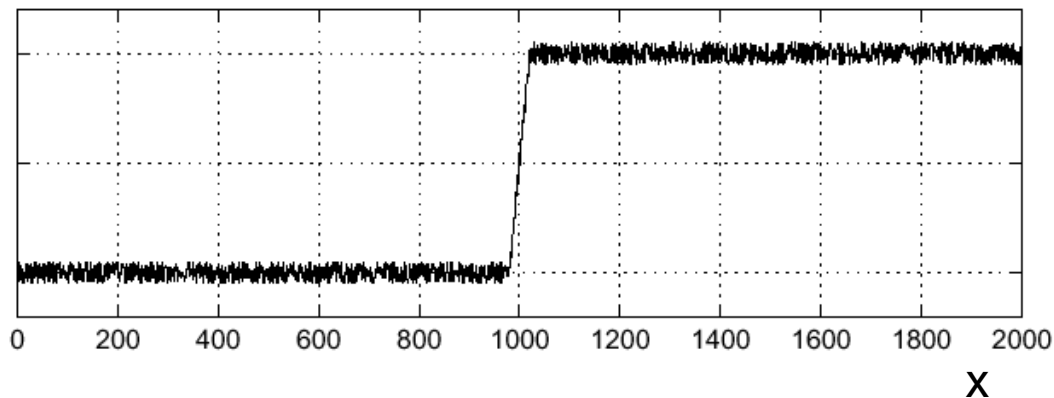


Sobel függőleges:

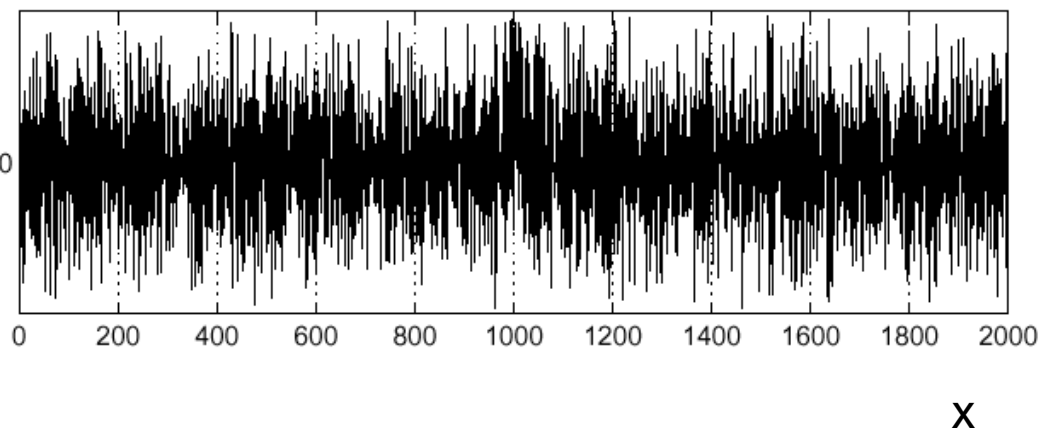


# Zajhatások szűrése (1D szemléltetés)

$f(x)$



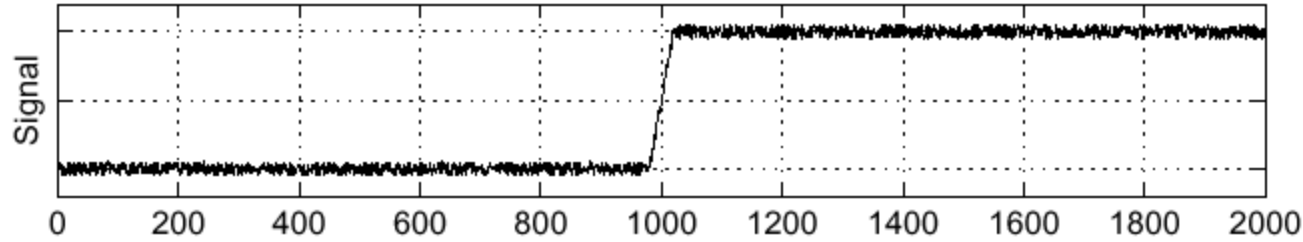
$\frac{d}{dx}f(x)$



- Hol az él?

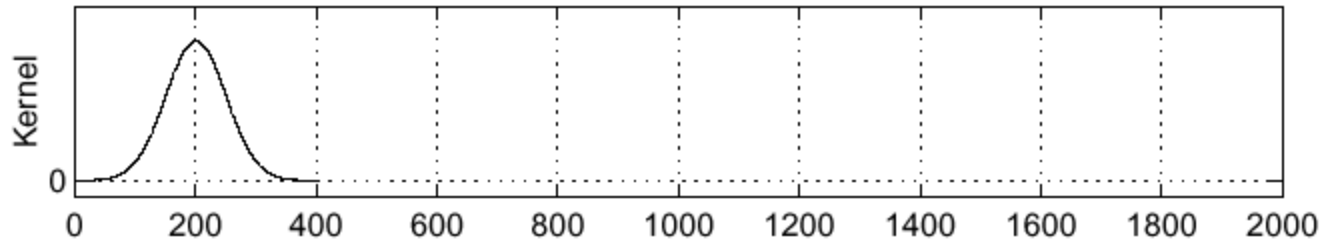
Sigma = 50

f



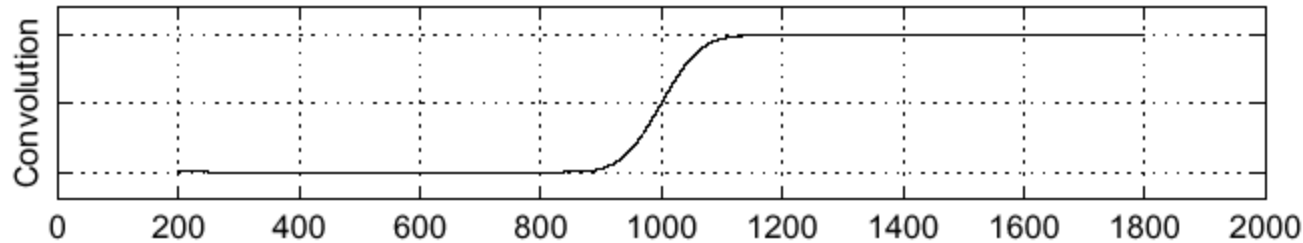
f: eredeti jel

h



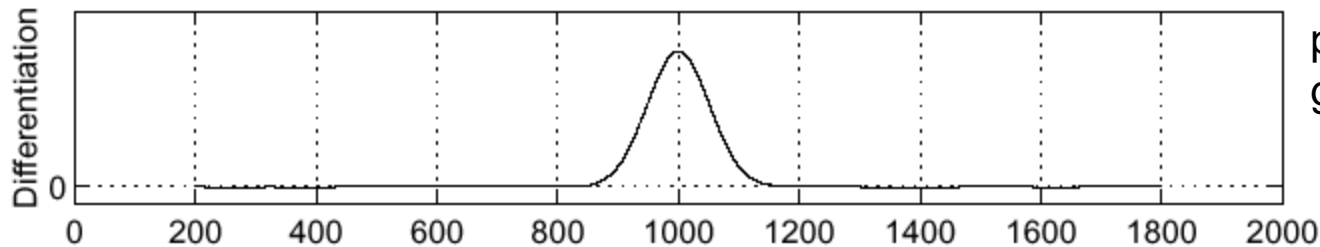
h: Gaussi elmosás kernel

$h*f$



$h*f$ : szűrt jel

$p*(h*f)$



p: Prewitt (elsőrendű gradiens kernel)

-1	0	1
----	---	---

A jel simítása Gaussi kernellel, majd elsőrendű Prewitt kernel használata

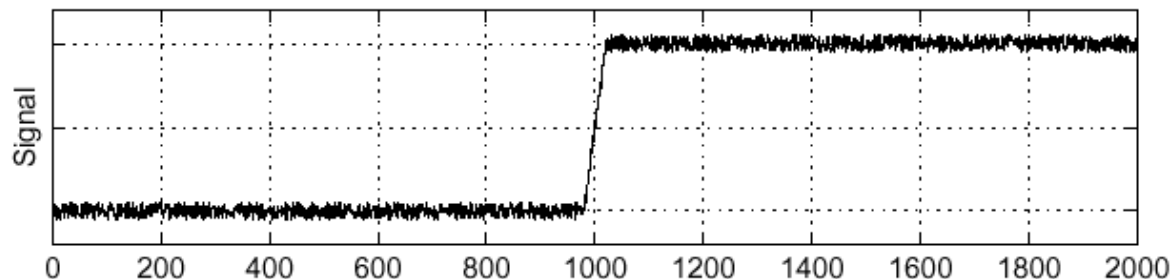
# Konvolúció asszociatív: $p^*(h*f)=(p*h)*f$

$$\frac{\partial}{\partial x}(h \star f) = \left(\frac{\partial}{\partial x}h\right) \star f$$

- Nem kell 2 konvolúciót használni csak 1-et a „Gauss deriváltja operátorral” (ami szintén egy kernel ami diszkrétizálható)

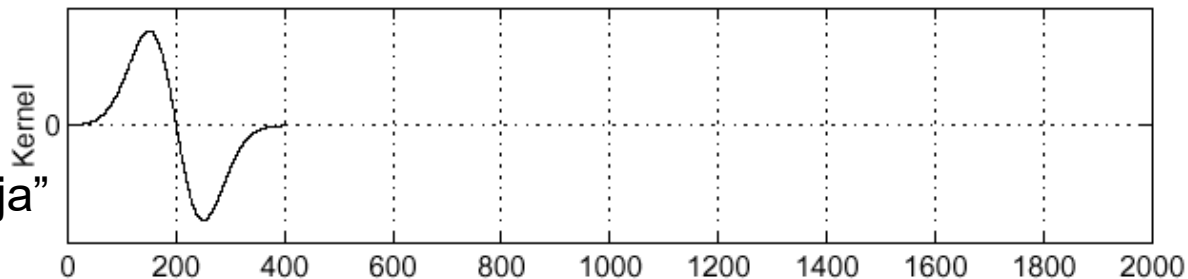
Sigma = 50

$f$

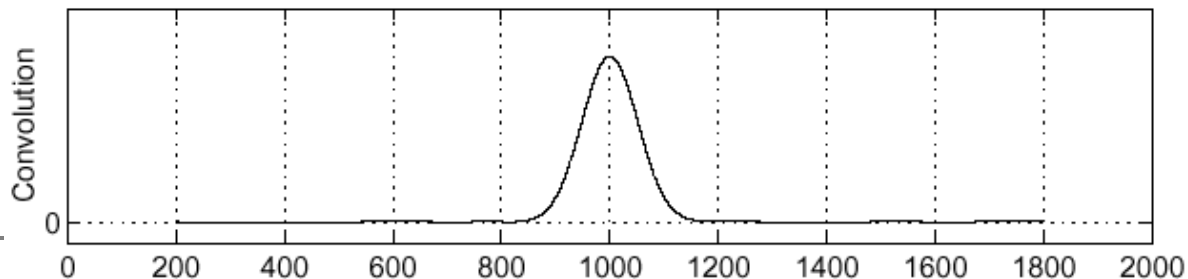


$$\frac{\partial}{\partial x}h \approx p \star h$$

Gauss kernel „deriváltja”



$$\left(\frac{\partial}{\partial x}h\right) \star f$$



# Másodrendű eset: Laplacian of Gaussian (LoG)

- Simítás+ Laplace = konv. A LoG operátorral

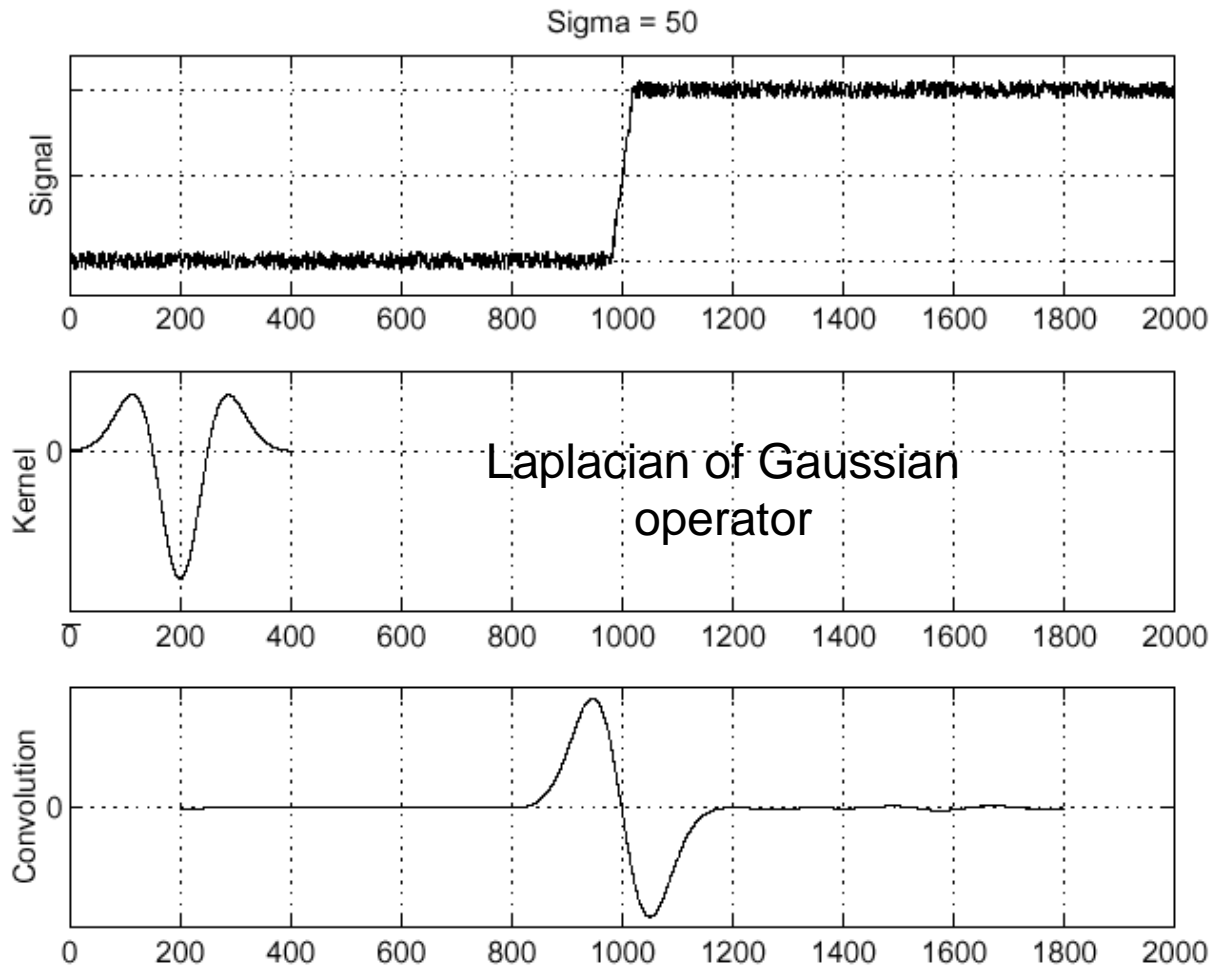
f

h: Gaussi simítás kernel

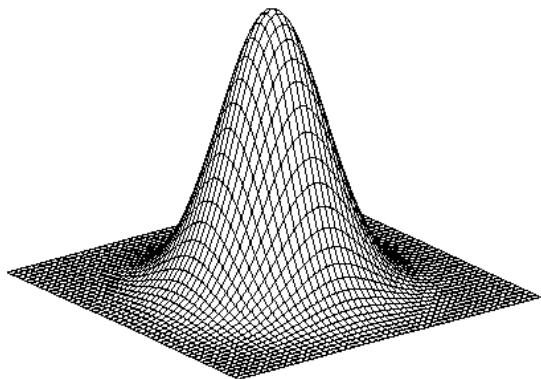
l: Laplace-kernel

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} h \approx l * h$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} h\right) * f$$

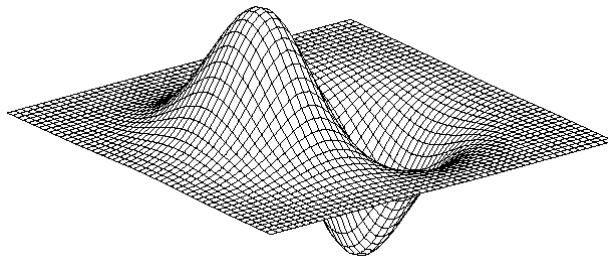


# 2D éldetekció szűréssel:



2D Gaussi simító kernel

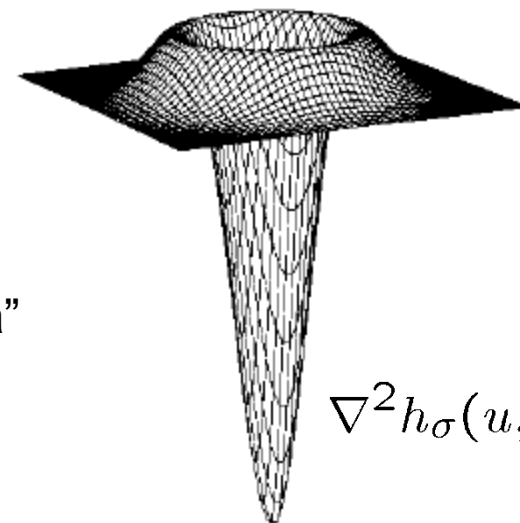
$$h_{\sigma}(u, v) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{u^2+v^2}{2\sigma^2}}$$



2D Gauss függvény „deriváltja”

$$\frac{\partial}{\partial x} h_{\sigma}(u, v)$$

Laplacian of Gaussian



$$\nabla^2 h_{\sigma}(u, v)$$

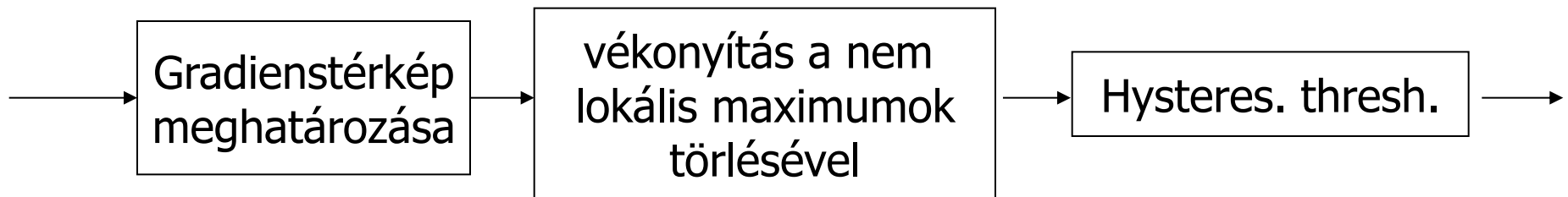
- fenn  $\nabla^2$  továbbra is a **Laplace** operátor:

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

- Kernelértékek meghatározása a függvény diszkrét helyeken történő approximációjával

# Canny éldetektor

- Cél: összefüggő, egységnyi vastagságú élhálózat létrehozása
- Főleg lépcsős éleket talál meg
- Gaussi zaj szűrésére képes
- Három lépést tartalmaz:



# Canny- 1. lépés

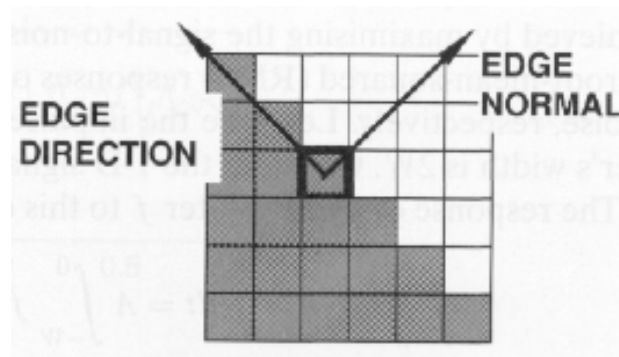
1. Konvolúció (mint eddig)
  - Simítás egy Gauss szűrővel
  - x és y irányú differenciaképzés
2. Az (i,j) pontokban a gradiens erőssége [d(i,j)] mellett az irányát [n(i,j) - élnormális] is meghatározzuk

$$\|\nabla f\|_{ij} \propto d(i, j) = \sqrt{[d^x(i, j)]^2 + [d^y(i, j)]^2}$$

$$n(i, j) = \arctan\left(\frac{d^x(i, j)}{d^y(i, j)}\right)$$

# Canny- 1. lépés kimenete, pixelenként

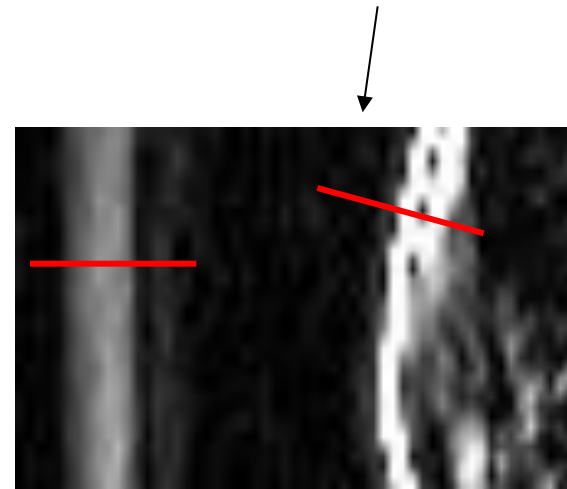
- $d(i,j)$  = élerősség (milyen „erős” az él, a gradiens nagyságával arányos)
- $n(i,j)$  = élnormális (milyen irányba mutat)
  - A normálist tartalmazza





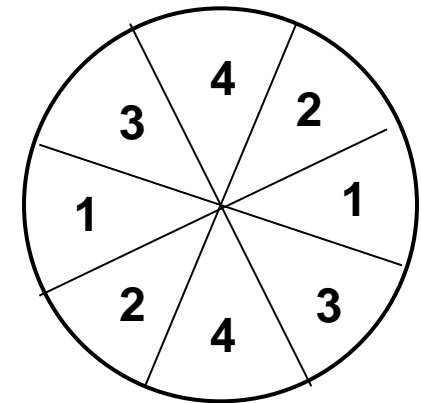
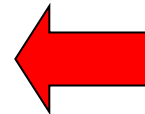
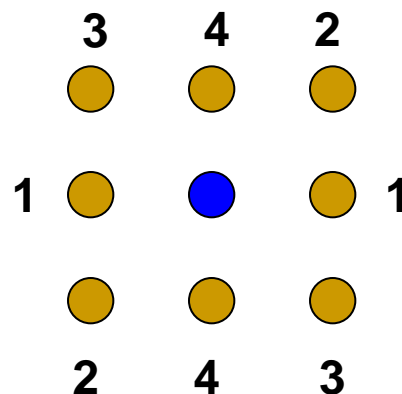
## 2. lépés: „Non-max Suppression”

- Fő cél az élek vékonyítása
- A gradiensképen „vastag” nagy gradiensű területek alakulhatnak ki. Ezeket a korábbi módszerek mind élpontnak definiálták.
- Az élekre merőleges (itt piros) vonalak mentén csak 1-1 pontot kellene potenciális élpontnak meghagyni: a lokálisan legvilágosabbat



## 2. Non-max Suppression-algoritmus

1. Meghatározzuk 4 főirányt: ( $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $135^\circ$ )
2. Minden  $(i, j)$ -re az  $n(i, j)$  lokális élnormális irányhoz a hozzá legközelebb eső főirány valamelyikét rendeljük
3. Ha  $d(i, j)$  élerősség kisebb, mint  $(i, j)$  bármelyik  $n(i, j)$  irányú szomszédjában, akkor  $G(i, j) := 0$ . Egyébként (lokális maximum):  $G(i, j) := d(i, j)$
4. Eredmény: „G” kép a „d” gradiens-erősség kép megfelelője, ám az él-kandidáns régiók elvékonyodnak



# 3. Thresholding

- Naív megoldás: „G” képet egy „t” threshold küszöbvel vágjuk el
  - Ha a küszöb túl kicsi akkor sok hamis élpont keletkezik. Ha túl nagy: igazi élek is eltűnnek
  - Ha az élek gradiens-értéke a küszöb körül ingadozik, akkor sok szakadás lehet
- Megoldás: **hysteresis küszöbölés**
  - 2 küszöbérték használata,  $t_1$  és  $t_2$  ( $t_1 < t_2$ ):
    - Ha  $G(x,y)$  értéke a felső küszöbnél nagyobb akkor  $(x,y)$  biztos él
    - Ha  $G(x,y)$  érték az alsó küszöbnél kisebb akkor  $(x,y)$  biztosan nem él
    - Ha a két küszöb között van, akkor vegyük fel élnek, ha az **élnormálisokra** merőleges irányban (tehát az élek futásával azonos irányban) az egyik szomszédja élpont

# Canny éldetektor: eredmény



- eredeti kép

# Canny éldetektor: eredmény



- Gradiens normája: „d”

# Canny éldetektor: eredmény



- Vékonyítás után (E) (non-maximum suppression)

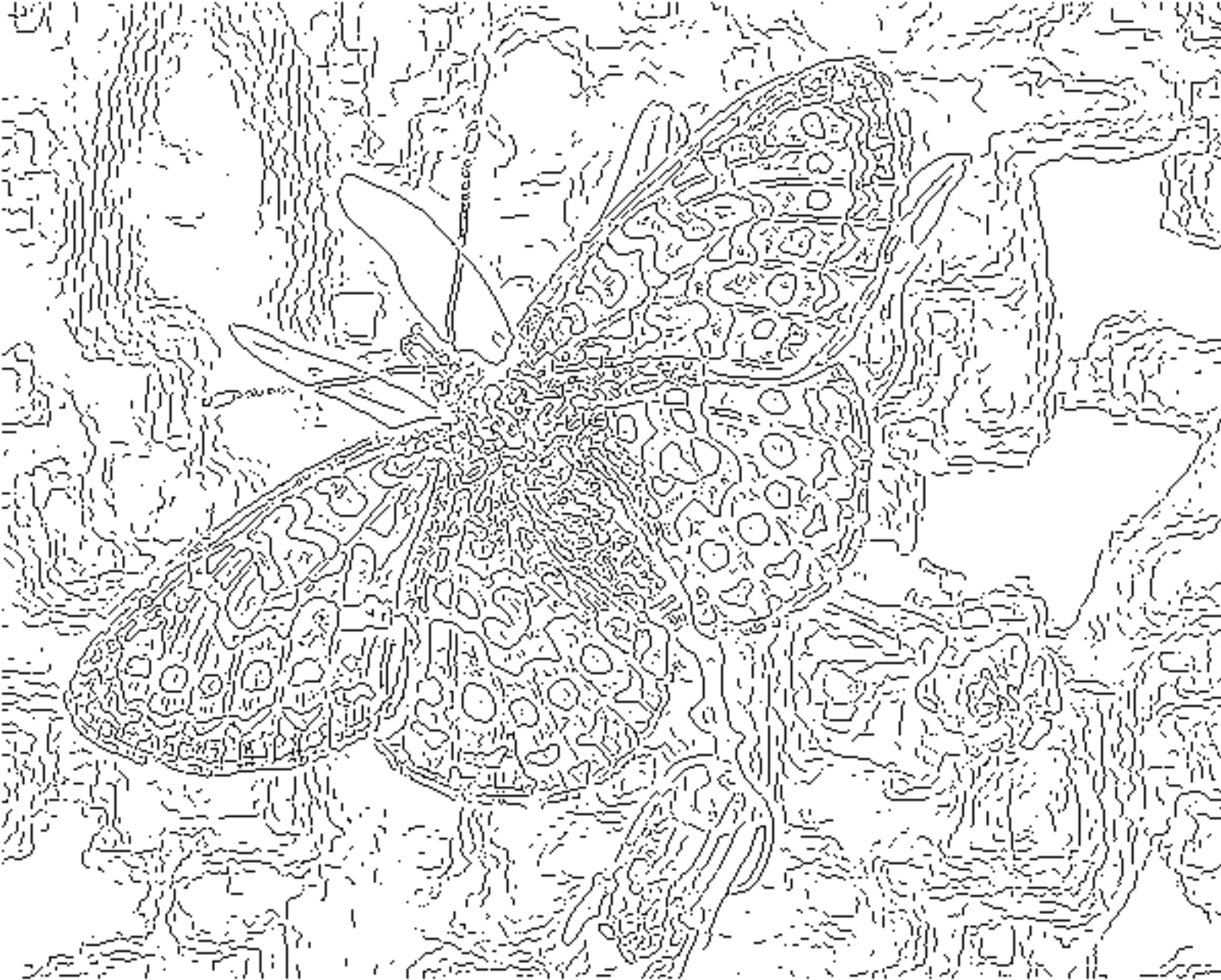
# Canny éldetektor: eredmény



hysteresis küszöbölés





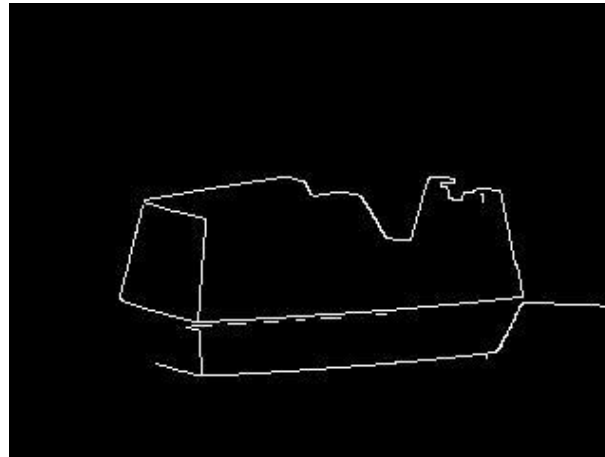


fine scale  
high  
threshold

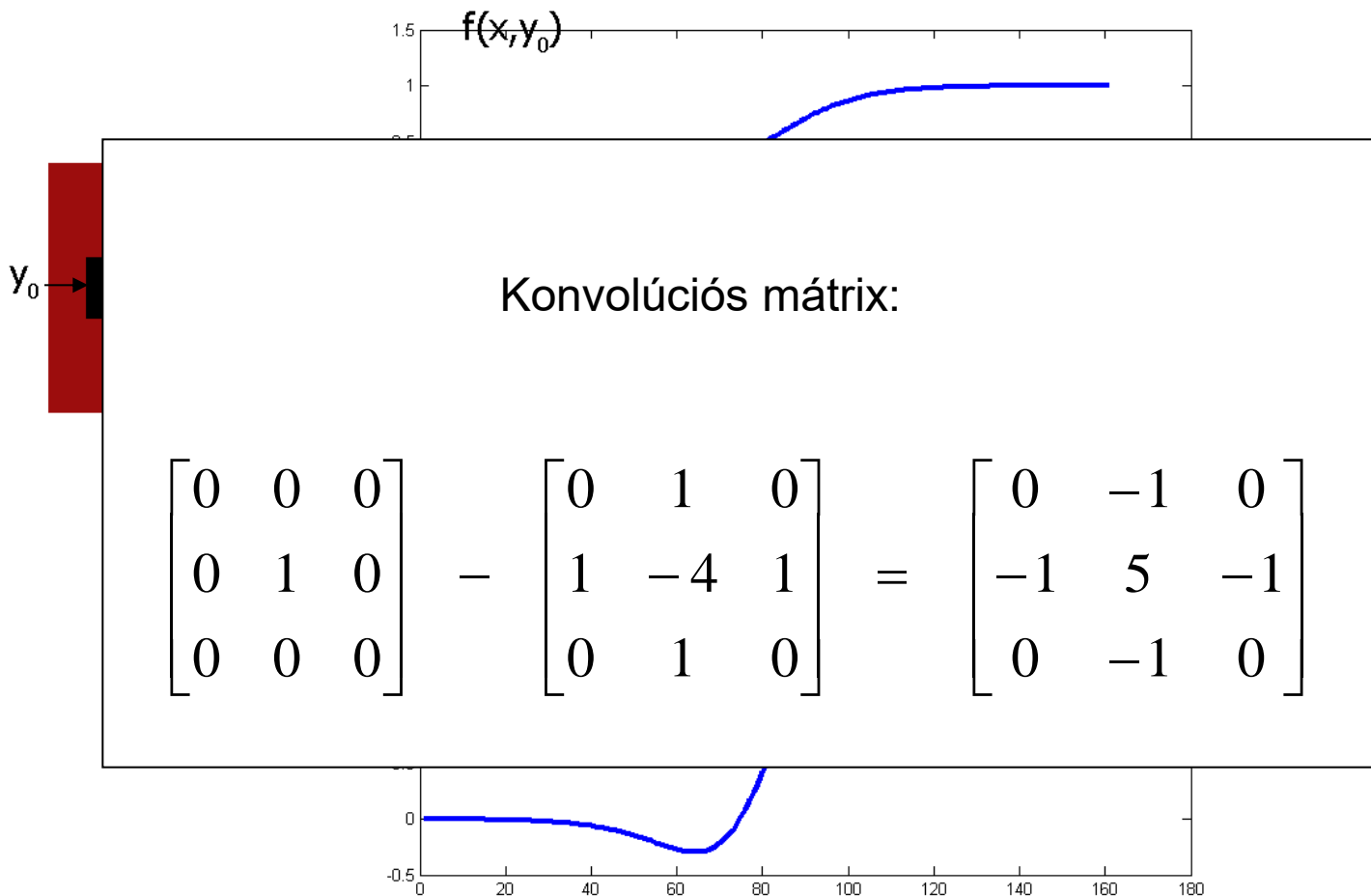


coarse  
scale,  
high  
threshold

# Canny éldetekció - eredmények



# Edge crispening - élerősítések

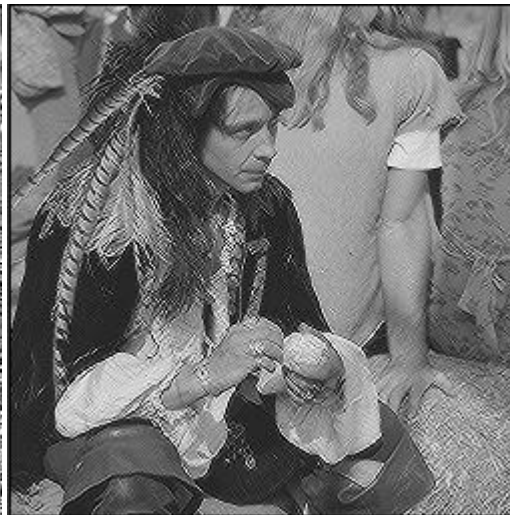


# Edge crispening - élerősítések



- gyakran „jobbá” teszi a képet

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 9 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 5 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$



- 
- Fotometriai alapok

# Fotometriai alapok: spektrális eloszlás

- Fényforrás jellemzője: spektrális energia eloszlás

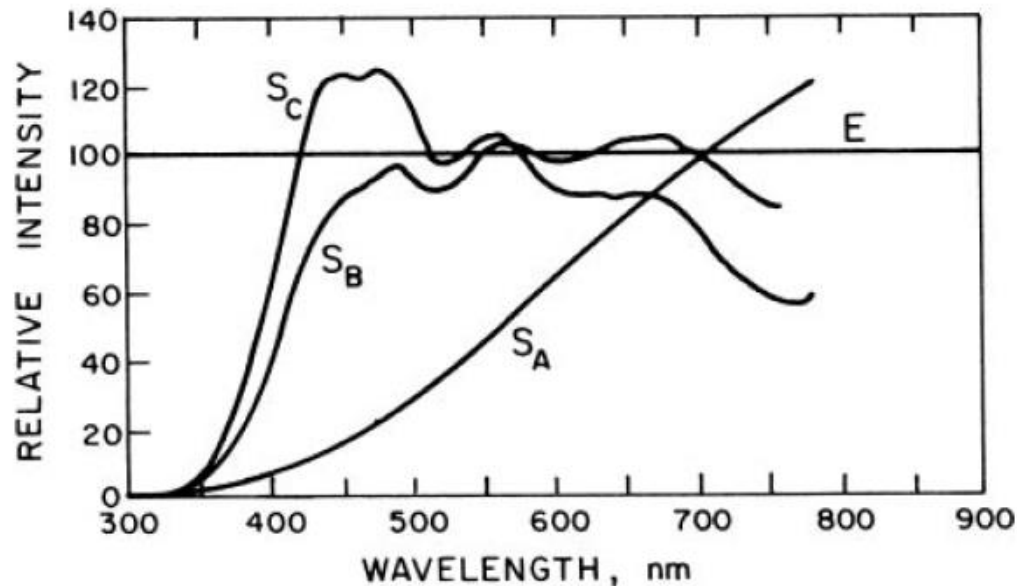
$$C(\lambda)$$

- időegységre eső kibocsátott energia (tehát: teljesítmény) „sűrűsége” az adott hullámhosszon (analógia: folytonos valószínűségi változó sűrűségfüggvénye)
- A fényforrás által kibocsátott össz teljesítmény:

$$P = \int_0^{\infty} C(\lambda) d\lambda$$

# Spektrális eloszlás

- CIE (Comission Internationale de l'Eclairage): fény és színnel kapcsolatos nemzetközi szabványokért felelős szervezet
  - Pár standard fényforrás spektrális energia eloszlása
    - $S_A$ : wolframszálal izzólámpa,
    - $S_B$ : napfény,
    - $S_C$ : borult égbolt





---

# Érzékelt fényesség

- Függ a szenzor  $V(\lambda)$  érzékenységi karakterisztikájától is

$$F = K_m \int_0^{\infty} C(\lambda) V(\lambda) d\lambda$$

---

# Trikromatikus színillesztés

- Tetszőleges szín megfeleltethető három megfelelő erősségű elemi színek komponens egymásra illesztésével.
  - Additív reprodukció (színes tv) a három (R,G,B) fényforrás ugyanarra a területre vetít.
  - Szubtraktív reprodukció (fényképészet, nyomtatás)

# Additív színillesztés

Adott C fény és W referencia fehér fény, valamint R,G,B „keverő” fények. Cél: R,G,B-ből állítsuk össze C-t illetve W-t!

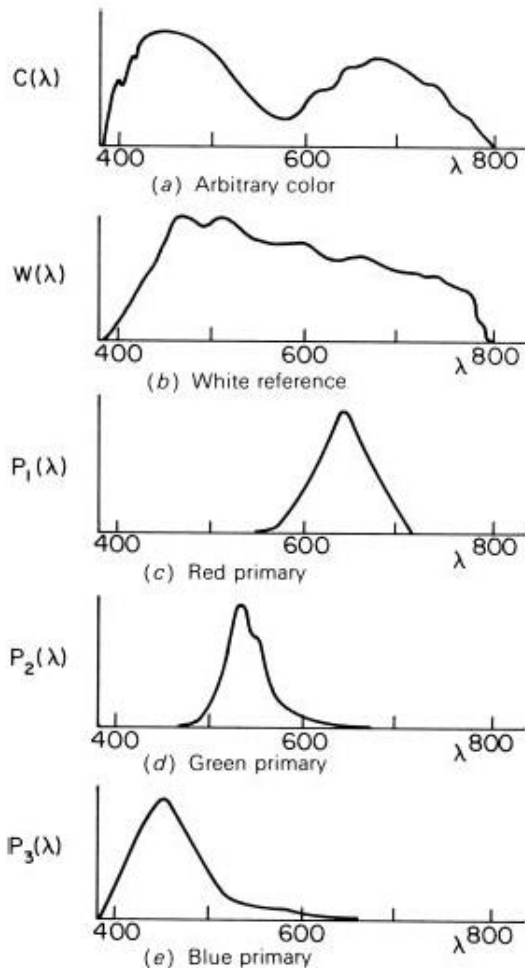
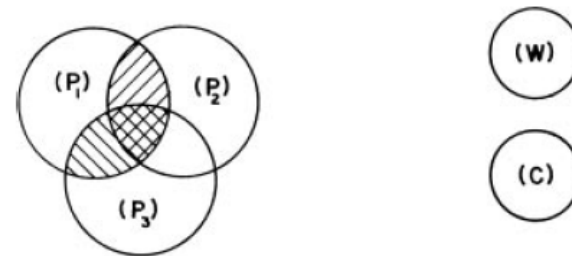


FIGURE 3.2-2. Spectral energy distributions.

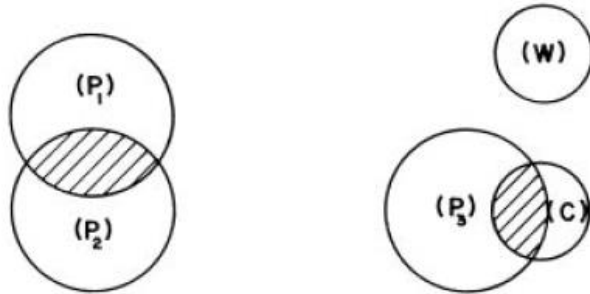


Tristimulus értékek C-hez:  $T_1(C)$ ,  $T_2(C)$ ,  $T_3(C)$

$$T_1(C) = \frac{A_1(C)}{A_1(W)} \quad T_2(C) = \frac{A_2(C)}{A_2(W)} \quad T_3(C) = \frac{A_3(C)}{A_3(W)}$$

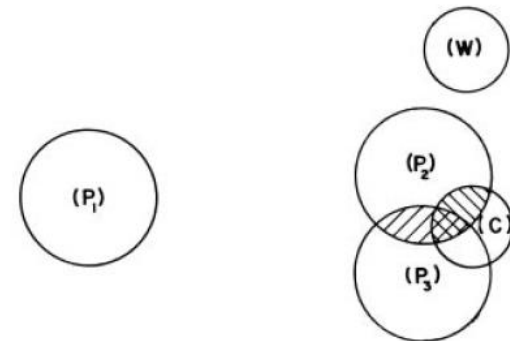
pl.  $A_1(C)$  = az első keverő komponens erőssége a C szín összeállításakor

# Additív színillesztés



(b) Two primary match

$$T_1(C) = \frac{A_1(C)}{A_1(W)} \quad T_2(C) = \frac{A_2(C)}{A_2(W)} \quad T_3(C) = \frac{-A_3(C)}{A_3(W)}$$



(c) One primary match

$$T_1(C) = \frac{A_1(C)}{A_1(W)} \quad T_2(C) = \frac{-A_2(C)}{A_2(W)} \quad T_3(C) = \frac{-A_3(C)}{A_3(W)}$$

# A színillesztés axiómái (1/2) (Grassman)

1. Any color can be matched by a mixture of no more than three colored lights.
2. A color match at one radiance level holds over a wide range of levels.
3. Components of a mixture of colored lights cannot be resolved by the human eye.
4. The luminance of a color mixture is equal to the sum of the luminance of its components.
5. *Law of addition.* If color ( $M$ ) matches color ( $N$ ) and color ( $P$ ) matches color ( $Q$ ), then color ( $M$ ) mixed with color ( $P$ ) matches color ( $N$ ) mixed with color ( $Q$ ):

$$(M) \diamond (N) \cap (P) \diamond (Q) \Rightarrow [(M) \oplus (P)] \diamond [(N) \oplus (Q)] \quad (3.2-4)$$

6. *Law of subtraction.* If the mixture of ( $M$ ) plus ( $P$ ) matches the mixture of ( $N$ ) plus ( $Q$ ) and if ( $P$ ) matches ( $Q$ ), then ( $M$ ) matches ( $N$ ):

$$[(M) \oplus (P)] \diamond [(N) \oplus (Q)] \cap [(P) \diamond (Q)] \Rightarrow (M) \diamond (N) \quad (3.2-5)$$

7. *Transitive law.* If ( $M$ ) matches ( $N$ ) and if ( $N$ ) matches ( $P$ ), then ( $M$ ) matches ( $P$ ):

$$[(M) \diamond (N)] \cap [(N) \diamond (P)] \Rightarrow (M) \diamond (P)$$

## A színillesztés axiómái (2/2)

8. *Color matching.* (a)  $c$  units of  $(C)$  matches the mixture of  $m$  units of  $(M)$  plus  $n$  units of  $(N)$  plus  $p$  units of  $(P)$ :

$$c \bullet C \diamond [m \bullet (M)] \oplus [n \bullet (N)] \oplus [p \bullet (P)] \quad (3.2-7)$$

or (b) a mixture of  $c$  units of  $C$  plus  $m$  units of  $M$  matches the mixture of  $n$  units of  $N$  plus  $p$  units of  $P$ :

$$[c \bullet (C)] \oplus [m \bullet (M)] \diamond [n \bullet (N)] \oplus [p \bullet (P)] \quad (3.2-8)$$

or (c) a mixture of  $c$  units of  $(C)$  plus  $m$  units of  $(M)$  plus  $n$  units of  $(N)$  matches  $p$  units of  $P$ :

$$[c \bullet (C)] \oplus [m \bullet (M)] \oplus [n \bullet (N)] \diamond [p \bullet (P)] \quad (3.2-9)$$

# Érzékelt (mért) szín modellje

$s_i(\lambda)$ : receptor érzékenysége

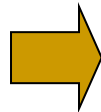
$e_j(C)$ : receptor válasza

$$e_1(C) = \int C(\lambda) s_1(\lambda) d\lambda$$

$$e_2(C) = \int C(\lambda) s_2(\lambda) d\lambda$$

$$e_3(C) = \int C(\lambda) s_3(\lambda) d\lambda$$

$$T_j(C) = \frac{A_j(C)}{A_j(W)}$$



$$e_1(C) = \sum_{j=1}^3 T_j(C) A_j(W) \int P_j(\lambda) s_1(\lambda) d\lambda$$

$$e_2(C) = \sum_{j=1}^3 T_j(C) A_j(W) \int P_j(\lambda) s_2(\lambda) d\lambda$$

$$e_3(C) = \sum_{j=1}^3 T_j(C) A_j(W) \int P_j(\lambda) s_3(\lambda) d\lambda$$

$$C(\lambda) \diamond \sum_{j=1}^3 T_j(C) A_j(W) P_j(\lambda)$$

$$k_{ij} = \int P_j(\lambda) s_i(\lambda) d\lambda$$

Kapcsolat egy adott bázissal mért tristimulus hármás (színkeverés!) és egy adott receptor-hármás (színmérés!) válaszai között

$$k_{ij} = \int P_j(\lambda) s_i(\lambda) d\lambda$$

$$\begin{bmatrix} e_1(C) \\ e_2(C) \\ e_3(C) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1(W) & 0 & 0 \\ 0 & A_2(W) & 0 \\ 0 & 0 & A_3(W) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1(C) \\ T_2(C) \\ T_3(C) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{e}(C) = \mathbf{KAt}(C)$$



# R,G,B alapszínek

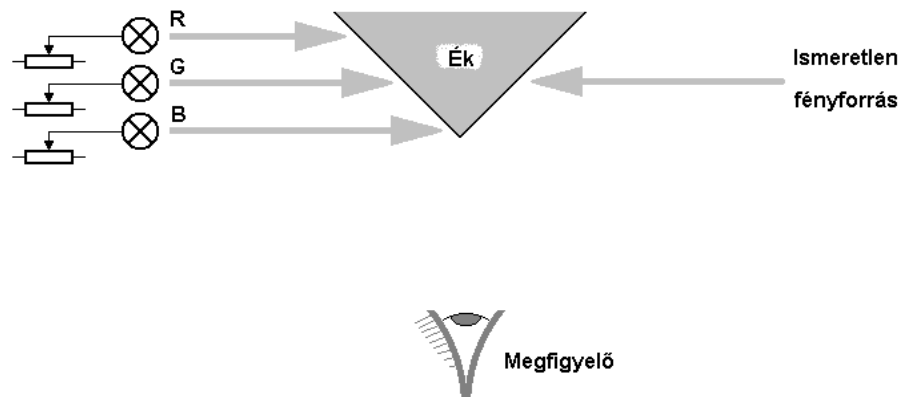
Az alapszínek megválasztása részben önkényes, a könnyű előállíthatóság is szempont volt. Higanygőzlámpa spektrumvonalalaiból szűrőkkel elkülöníthető az alábbi három szín:

	R	G	B
Hullámhossz [nm]	700,?	546,1	435,8
Intenzitás [rel]	1	4,59	0,06

Az intenzitás azt a relatív intenzitás arányt adja, amely mellett a három alapszín összege azonos színűnek látszik a látható tartományban egyenletes spektrumú, fehér fénnel.

CIE (Commission Internationale d'Éclairage) szabvány, 1931.

# R,G,B alapszínek

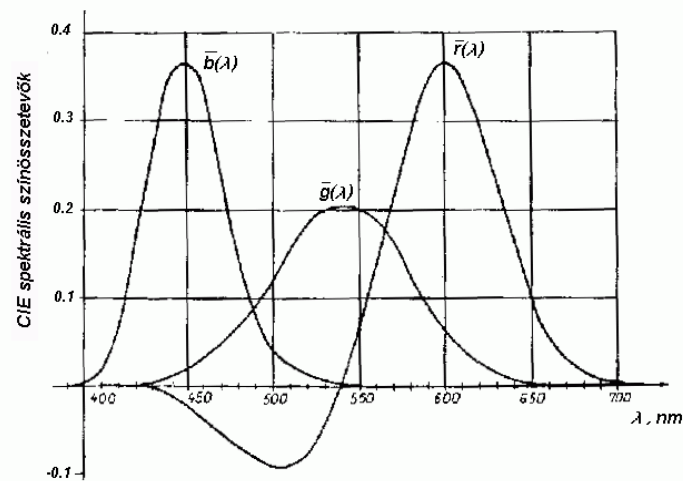


Spektrumszínek:

$$C(\lambda) = C_0 \delta(\lambda - \lambda_0)$$

(azaz olyan hullámok, melyek spektruma Dirac-delta)

R, G és B értékei  $\lambda_0$  függvényében



Forrás: Székely V, BME

# Tetszőleges $\varphi(\lambda)$ spektrum-eloszlással rendelkező szín kikeverése

$$R = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\lambda) \bar{r}(\lambda) d\lambda$$

$$G = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\lambda) \bar{g}(\lambda) d\lambda$$

$$B = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\lambda) \bar{b}(\lambda) d\lambda$$

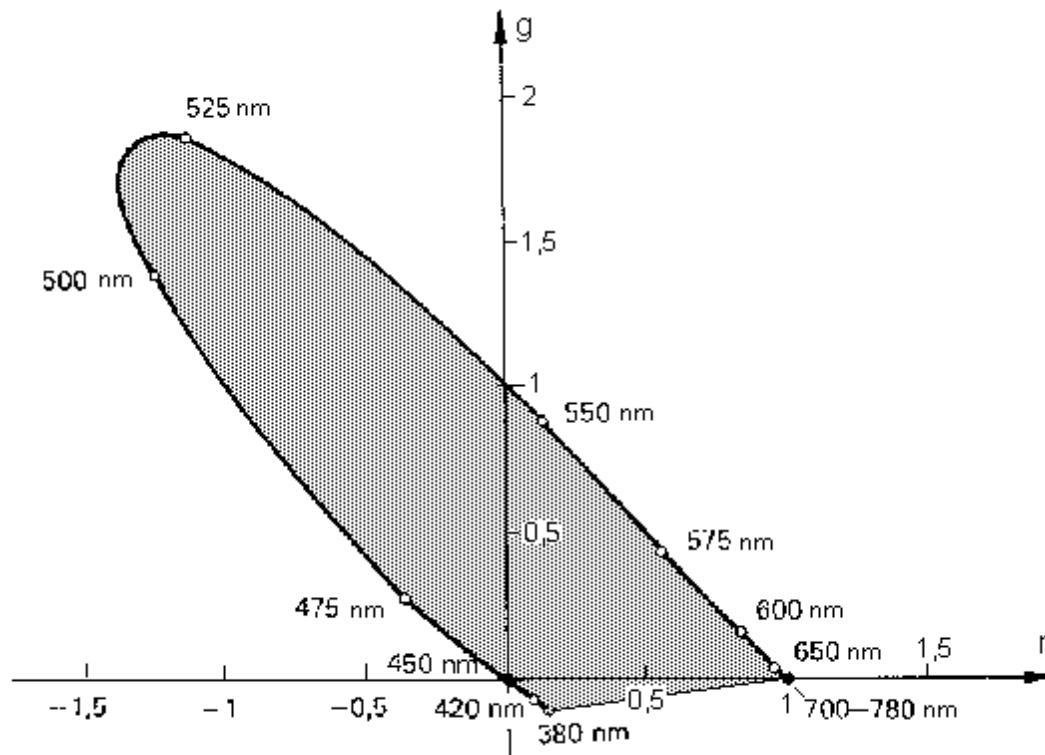
## r,g koordináták

$$r = \frac{R}{R + G + B} \quad g = \frac{G}{R + G + B} \quad b = \frac{B}{R + G + B}$$

- $r + g + b = 1$  miatt elég két koordinátát megadni (pl r és g). Ezek a koordináták nem tartalmazzák az intenzitás információt.

# r-g sík:

(A valóságos színek tartományát a diagramon árnyalás jelzi)



Forrás: Székely V, BME

# CIE x-y koordináta rendszer

- Affin transzformáció: az  $R, G, B$  koordináta-rendszer leképezése le egy újabb, szintén lineáris  $X, Y, Z$  koordinátarendszerre, úgy, hogy
  - minden valós színingernek pozitív színösszetevők feleljenek meg,
  - az  $R=G=B$  fehérnek  $X=Y=Z$  feleljen meg,
  - az  $Y$  összetevő egyúttal adja ki a fénysűrűséget.

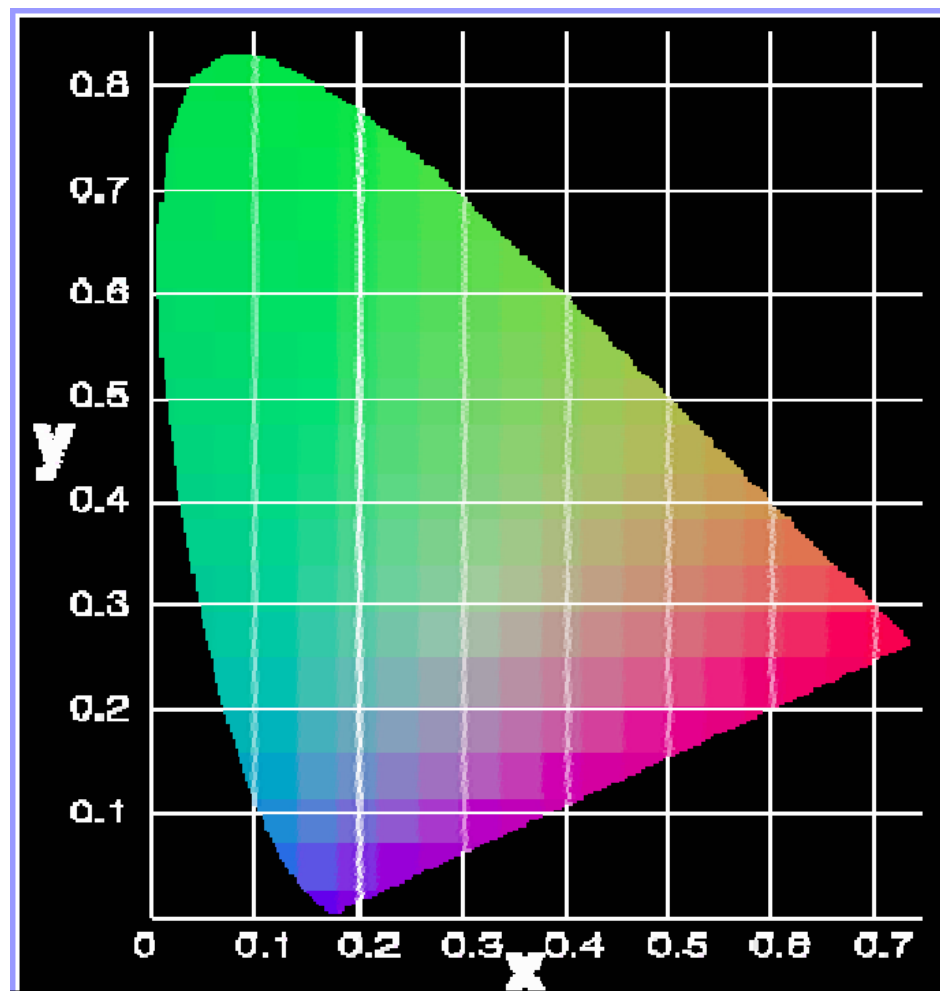
$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,769 & 1,752 & 1,130 \\ 1,000 & 4,590 & 0,060 \\ 0 & 0,057 & 5,599 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix}$$

# CIE x-y koordináta rendszer

$$x = \frac{X}{X + Y + Z}$$

$$y = \frac{Y}{X + Y + Z}$$

$$z = \frac{Z}{X + Y + Z}$$



Forrás: Székely V, BME

# Színterek

- Csak „krominancia” (luminancia-független) színterkepek:  $rg$ ,  $C_1C_2C_3$
- Minden komponens függ a luminanciától: RGB, XYZ
- Vegyesen luminancia függő és krominancia komponensek: HSV, HSI, CIE  $L^*a^*b$ , CIE  $L^*u^*v^*$



# 2 Colour

## HSI színtér

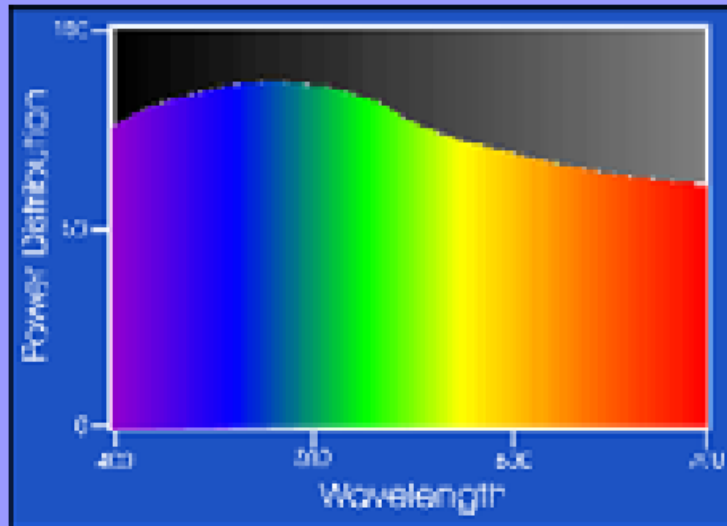
### Fundamentals of colour science

#### Spectral power distribution

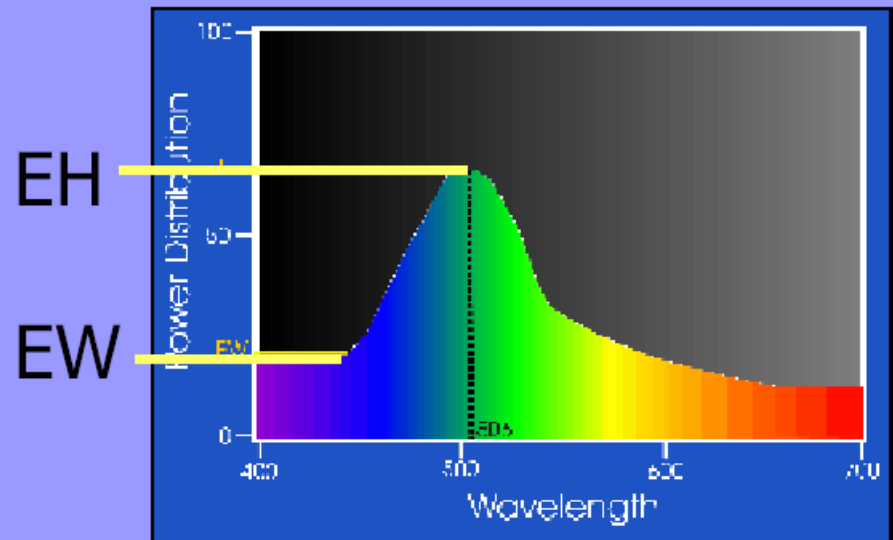
Hue: dominant wavelength of the Spectral Power Distribution: EH

Saturation: purity of the colour: EH-EW

Intensity: brightness of the colour: EW



White light



Green light

# 2 Colour

## HSI színtér

The measurement of colour

Colour camera: H,S,I definitions

Intensity:

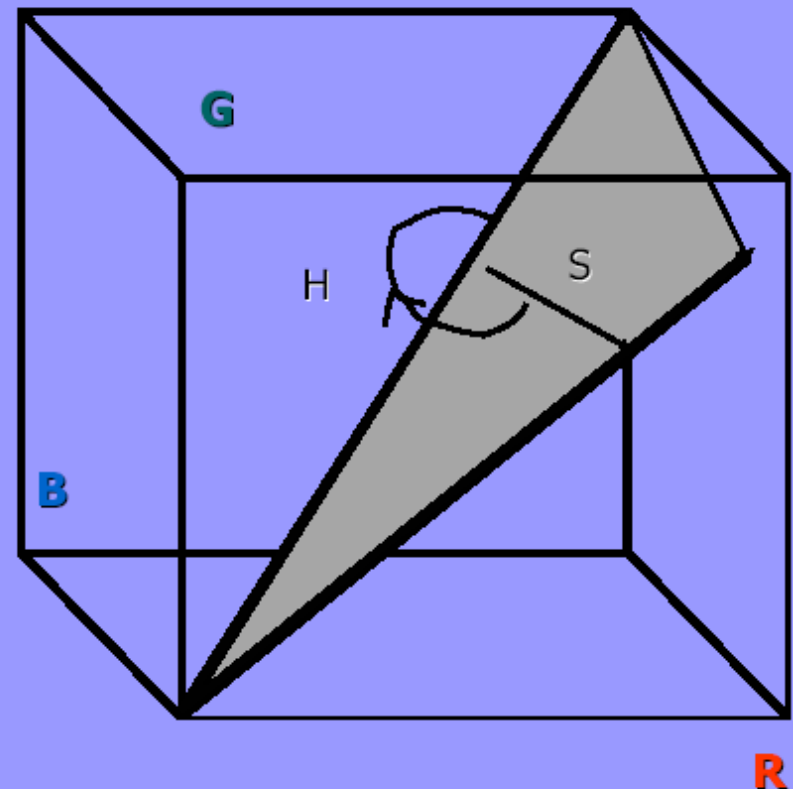
$$I(R, G, B) = R + G + B$$

Saturation:

$$S(R, G, B) = 1 - \frac{\min(R, G, B)}{R + G + B}$$

Hue:

$$H(R, G, B) = \arctan\left(\frac{\sqrt{3}(G - B)}{(R - G) + (R - B)}\right)$$



# CIE L\*a\*b\*

- Színek  
euklideszi  
távolsággal  
összehasonlít-  
hatók

$$L^* = \begin{cases} 116 \left( \frac{Y}{Y_o} \right)^{1/3} - 16 & \text{for } \frac{Y}{Y_o} > 0.008856 \\ 903.3 \frac{Y}{Y_o} & \text{for } 0.0 \leq \frac{Y}{Y_o} \leq 0.008856 \end{cases}$$

$$a^* = 500 \left[ f \left\{ \frac{X}{X_o} \right\} - f \left\{ \frac{Y}{Y_o} \right\} \right]$$

$$b^* = 200 \left[ f \left\{ \frac{X}{X_o} \right\} - f \left\{ \frac{Z}{Z_o} \right\} \right]$$

$X_o, Y_o, Z_o$ :  
referencia  
fehér pont

where

$$f(w) = \begin{cases} w^{1/3} & \text{for } w > 0.008856 \\ 7.787(w) + 0.1379 & \text{for } 0.0 \leq w \leq 0.008856 \end{cases}$$

# CIE $L^*u^*v^*$

- Színek  
euklideszi  
távolsággal  
összehasonlí-  
thatók

$$L^* = \begin{cases} 25 \left( 100 \frac{Y}{Y_o} \right)^{1/3} - 16 & \text{for } \frac{Y}{Y_o} \geq 0.008856 \\ 903.3 \frac{Y}{Y_o} & \text{for } \frac{Y}{Y_o} < 0.008856 \end{cases}$$

$$u^* = 13L^*(u' - u'_o)$$

$$v^* = 13L^*(v' - v'_o)$$

where

$$u' = \frac{4X}{X + 15Y + 3Z}$$

$$v' = \frac{9Y}{X + 15Y + 3Z}$$

# C1C2C3 színtér (bezárt szögeket mér RGB-ben, luminancia-független)

## 2 Colour



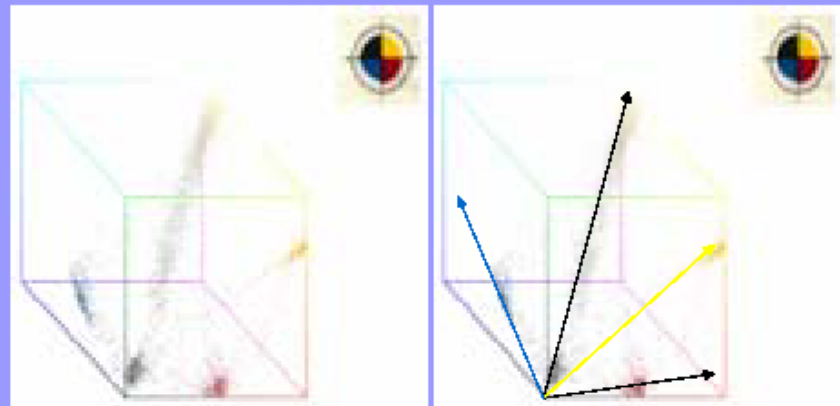
### Colour invariance c1c2c3 space



$$c_1(R, G, B) = \arctan \frac{R}{\max\{G, B\}}$$

$$c_2(R, G, B) = \arctan \frac{G}{\max\{R, B\}}$$

$$c_3(R, G, B) = \arctan \frac{B}{\max\{R, G\}}$$

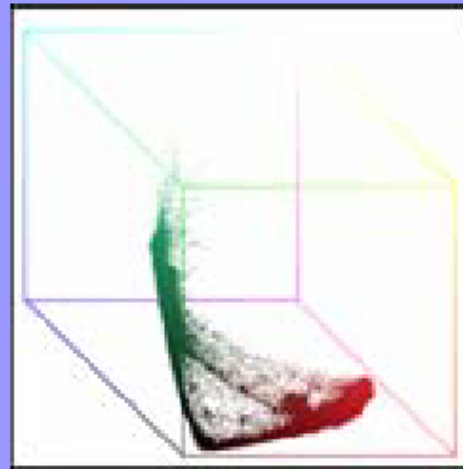


# 2 Colour

## Colour invariance c1c2c3 space



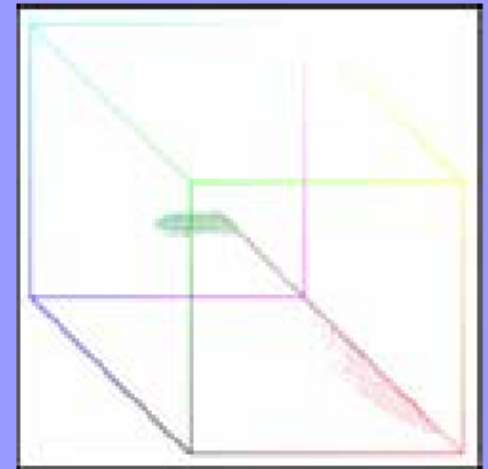
Original RGB image



3D plot of RGB image



c1c2c3 image



3D plot of c1c2c3 image

## 2 Colour

### Colour invariance

Shiny objects:  $|112|31|$  - space

$$11(R, G, B) = \frac{(R - G)^2}{(R - G)^2 + (R - B)^2 + (G - B)^2}$$

$$12(R, G, B) = \frac{(R - B)^2}{(R - G)^2 + (R - B)^2 + (G - B)^2}$$

$$13(R, G, B) = \frac{(G - B)^2}{(R - G)^2 + (R - B)^2 + (G - B)^2}$$

# 2 Colour

## Colour invariance

### Shiny objects: |1|2|3| - space



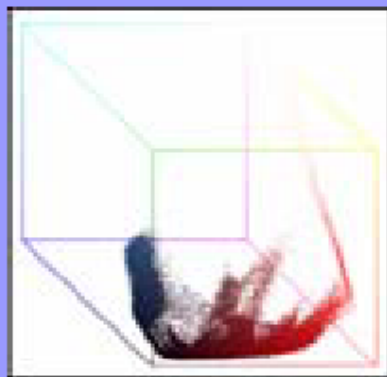
Original colour image



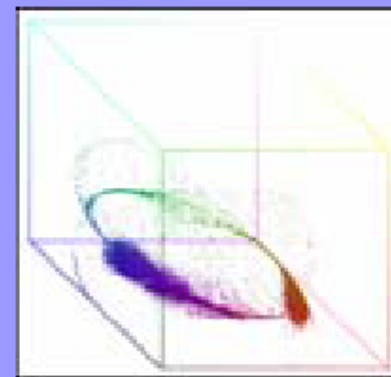
L1|2|3 transformation



L1|2|3 image



3D plot of colour image

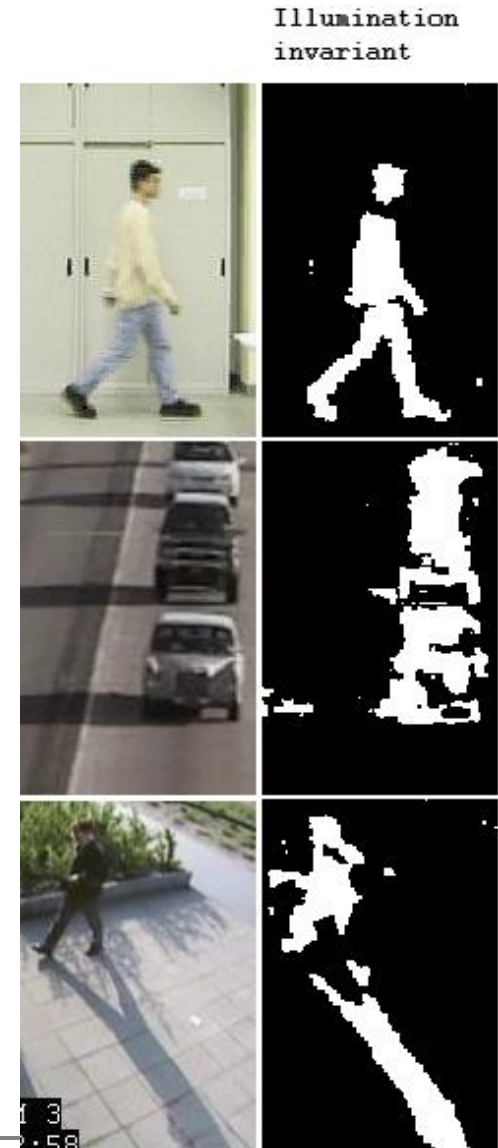
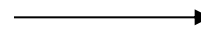


3D plot of |1|2|3 image



# A módszerek határai

- Az invariáns tulajdonságok csak meghatározott megvilágítási körülmények között, megfelelő minőségű képeken, és megfelelő fényvisszaverő felületek jelenlétével érvényesek.
- PI:  $C_1C_2C_3$  szintér használata
- Árnyékszűrésre nem elég hatékonyvideofelügyeleti környezetben



---

# Felhasznált irodalom, anyagok

- Kovács Levente, Császár Gergely, Képfeldolgozás kurzus, VENK
- Vámosy Zoltán, BMF képfeldolgozás anyag
- Nicu Sebe, előadás: in Joint Delos-Muscle Summer School on Multimedia Digital Libraries, Machine Learning and Cross-modal Technologies for Access and Retrieval, San Vincenzo, Italy, 12-17 June, 2006.
- Bryan S. Morse: Edge Detection, (Brigham Young University)
- Székely Vladimír: Képfeldolgozás (Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem)
- Kató Zoltán: Képfeldolgozás előadás anyag (Szegedi Egyetem)
- William K. Pratt: Digital Image Processing