

Hangszerek fizikája zárthelyi dolgozat

2011. március 30. 12.15-14.00

1. feladat:

(7 × 4 pont)

Társítson rezgő rendszereket az alább felsorolt sajátfrekvencia-sorokhoz (a számok Hz-ben értendőek)! Egy sorhoz több elemet is rendelhet. Ne feledkezzen meg a peremfeltételek megadásáról sem!

- 100, 200, 300, 400, 500, ...
mindkét végén befogott húr, mindkét végén szabadon hagyott vagy mindkét végén befogott, longitudinálisan rezgő rúd
- 100, 158, 158, 200, 224, 224, 255, 255, 292, 292, 300, 316, 316, 354, 354, 361, 361, ...
négyzetes membrán
- 100, 201, 302, 406, 512, 621, 733, 849, 969, 1094, ...
merev húr
- 100, 276, 540, 893, 1334, 1864, 2481, 3187, 3981, 4864, ...
mindkét végén szabadon hagyott rúd hajlító módusai
- 100, 300, 500, 700, 900, ...
egyik végén megfogott, másikon szabadon hagyott rúd longitudinális rezgése
- 100, 400, 900, 1600, 2500, 3600, ...
két oldalon alátámasztott rúd hajlító rezgése
- 100, 625, 1754, 3437, 5682, 8487, ...
egyik végén megfogott, másikon szabadon hagyott rúd hajlító módusai

2. feladat:

(4 × 6 pont)

A trombita fizikai működését – bármily meglepő is – jól modellezi egy mindkét végén nyitott vékony hengeres cső. A csőben kialakuló hangteret a $c^2 p'' = \ddot{p}$ egydimenziós hullámegyenlet írja le, ahol $p(x, t)$ a hangnyomás, c pedig a hang levegőben mért sebessége. A nyitott csővég $p = 0$ peremfeltételnek felel meg.

A natúrtrombitán a hangmagasság változtatásának egyetlen módja az át-fújás, mely során a játékos úgy fújja meg a hangszert, hogy az alaphang valamelyik felhangja domináljon a spektrumban. Egy ügyes játékos akár 10-12 felhangot is külön meg tud szólaltatni, ennek eredményeként ún. kürtmeneteket játszhat úgy, hogy közben csak a fújás módján változtat.

A kromatikus trombitán három szelep található, ezek különböző hosszúságú toldalékcsoveket iktatnak be a hangszertestbe, növelve ezzel a cső teljes hosszát. Az első szelep lenyomásával a trombita hangmagassága egy nagyszekunddal, a második szelep lenyomásával egy kisszekunddal, a harmadik szelep lenyomásával egy kisterccsel csökken. A szelepek egyidejű lenyomásával egyszerre több csődarab is beiktatható, ekkor ezek hossznövekményei összeadódnak.

- Milyen a natúrtrombita felhangsora?
az ideális húrral analóg viselkedés, harmonikus felhangsor
- Mekkorák az egyes betoldott csőhosszak, ha az egyszepes K2, N2 és K3 hangközöket egyenletesen temperált skála szerint hangoljuk?

$$\mathbf{N2} \quad L_1 = (2^{200/1200} - 1)L_0 = 0,1225L_0$$

$$\mathbf{K2} \quad L_2 = (2^{100/1200} - 1)L_0 = 0,0595L_0$$



$$\text{N3 } L_3 = (2^{300/1200} - 1)L_0 = 0,1892L_0.$$

ahol L_0 a trombita csőhossza.

- c. Milyen konfigurációval foghatók, és az egyenletesen temperált skála hangközeihez képest mennyire hamisak a nagyterc, tiszta kvart és bővített kvart hangközök?

$$\text{N3 } 1200 \log_2 \frac{L_0+L_2+L_3}{L_0} = 1200 \log_2(1 + 0,0595 + 0,1892) = 385 \text{ cent, } 15 \text{ centtel szűk}$$

$$\text{T4 } 1200 \log_2 \frac{L_0+L_1+L_3}{L_0} = 1200 \log_2(1 + 0,1225 + 0,1892) = 470 \text{ cent, } 30 \text{ centtel szűk}$$

$$\text{B4 } 1200 \log_2 \frac{L_0+L_1+L_2+L_3}{L_0} = 1200 \log_2(1 + 0,1225 + 0,0595 + 0,1892) = 547 \text{ cent, } 53 \text{ centtel szűk}$$

- d. Elég három szelep a teljes tizenkétfokú skála lefedéséhez?

Az oktávfelhangtól ($n = 2$) fölfelé igen, hiszen innentől már legfeljebb egy tiszta kvintet kell lefedni a csőtoldalékokkal.

3. feladat:

(15 pont)

A zongorából mérleget készítünk. A 220 Hz-es a hang 1 m hosszú és 2 g/m tömegű húrját kikötjük a lezárásról, és a csigán átvett húrvégre egy M tömegű serpenyőt akasztunk. Üres serpenyő esetén a zongora rendeltetésszerűen használható. Tömegmérés közben az a hangot ütögetjük, és frekvenciáját spektrumanalizátorral, 0,1 Hz pontossággal mérjük. Mekkora a mérlegünk érzékenysége?

Az M tömeg meghatározása (g a gravitációs térerősség (gyorsulás)):

$$M = \frac{S}{g} = \frac{c^2 \mu}{g} = \frac{(2fL)^2 \mu}{g} \quad (1)$$

ahonnan a mérleggel mérhető legkisebb ΔM tömeg

$$\Delta M = \left. \frac{dM}{df} \right|_{f_1} \Delta f = \frac{8f_1 L^2 \mu}{g} \Delta f = \frac{8 \cdot 220 \cdot 1^2 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{10} \cdot 0,1 \approx 36 \text{ g} \quad (2)$$

4. feladat:

(15 pont)

Bradley Lehman csembalót hangol negyedkommás középhangú temperált skála szerint. A 440 Hz-es a' hangot hangvillához igazítja, majd az f' hangot fül után hangolja hozzá. Helyes hangolás esetén hány Hz-es lebegést kell megfigyelnie az $f' - a'$ hangok együttes leütésekor?

QCM-ben az $f - a$ nagyterc tiszta, nincs lebegés (0 Hz).

5. feladat:

(15 pont)

Egy állandó keresztmetszetű metallofon rúd alján (szabad-szabad peremfeltétel), a rúd közepénél, a hossz tengelyre merőleges vékony hangolóvájatot látunk. Lehet ilyen bevágással triplán hangolni?

A hangolatlan rúd első három felhangjának frekvenciaarányai: $(3,01^2 : 5^2 : 7^2)$. A közepén ejtett vékony vágással a páratlan felhangokat lehet mélyíteni, a párosak változatlanok maradnak, aminek értelmében a $\frac{7^2}{5^2} = 1,96$ arány csak csökkenhet. Mivel ez az arány eleve alulmúlja mind a $9/3$, mind a $10/4$ szokásos hangolási arányokat, a tripla hangolás nem valósítható meg.

6. feladat:

(3 pont)

Ha VIII. Henrik kilenc év alatt hét feleséget ölt meg, akkor hányadik Henrik ölt meg hat év alatt három feleséget?

ha a Henrikek teljesítménye a sorszámmal lineárisan növekszik, akkor a megoldás $\frac{3/6}{7/9} = 5,14$.