



M Ű E G Y E T E M 1 7 8 2

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

Villamosmérnöki és Informatikai Kar

Hálózati Rendszerek és Szolgáltatások Tanszék

Somlai Zoltán

Elektroakusztikai hálózatszimulátor

KONZULENS

Dr. Rucz Péter

BUDAPEST, 2023

Tartalom

Összefoglaló	4
Abstract	5
1 Bevezető.....	6
2 MNA	8
2.1 A Kirchhoff-törvények	8
2.2 Mechanikus és akusztikus hálózatok	9
2.3 Az MNA módszer.....	18
3 Matlab implementáció	24
3.1 Osztályok felépítése.....	24
3.2 Mechanikai és akusztikai hálózatok modellezése	29
3.3 Frekvenciatartományba való kiterjesztés.....	29
3.4 Hibakezelés.....	30
4 Tesztelés.....	32
4.1 Egyszerű elektronikai rezisztív hálózatok	32
4.1.1 Példahálózat	32
4.1.2 Vezérelt forrás	34
4.2 Dinamikus hálózatok	36
4.2.1 Soros RLC kör.....	36
4.2.2 Mechanikai dinamikus hálózat: rugalmas felfüggesztésen nyugvó kocsi.....	37
4.3 Elektromechanikus átalakító.....	41
4.4 Dinamikus hangszóró	44
4.4.1 Bemeneti impedancia	45
4.4.2 A hangszóró átvitele.....	47
4.4.3 Dobozolás hatása.....	49
4.5 Akusztikai hullámvezető	50
4.5.1 Rövidzárral lezárt cső.....	51
4.5.2 Szakadással lezárt cső	53
4.5.3 Akusztikai hullámimpedanciával lezárt cső.....	54
4.5.4 Csövek kaszkádosítása	55
4.6 Teljesítménytesztelések	56
4.6.1 Ritka vagy normál mátrix használata	56
5 Összefoglalás	59

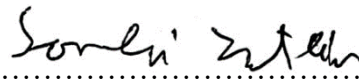
Köszönetnyilvánítás.....	60
Irodalomjegyzék	61

HALLGATÓI NYILATKOZAT

Alulírott **Somlai Zoltán**, szigorló hallgató kijelentem, hogy ezt a szakdolgozatot meg nem engedett segítség nélkül, saját magam készítettem, csak a megadott forrásokat (szakirodalom, eszközök stb.) használtam fel. Minden olyan részt, melyet szó szerint, vagy azonos értelemben, de átfogalmazva más forrásból átvettem, egyértelműen, a forrás megadásával megjelöltem.

Hozzájárulok, hogy a jelen munkám alapadatait (szerző(k), cím, angol és magyar nyelvű tartalmi kivonat, készítés éve, konzulens(ek) neve) a BME VIK nyilvánosan hozzáférhető elektronikus formában, a munka teljes szövegét pedig az egyetem belső hálózatán keresztül (vagy hitelesített felhasználók számára) közzétegye. Kijelentem, hogy a benyújtott munka és annak elektronikus verziója megegyezik. Dékáni engedéllyel titkosított diplomatervek esetén a dolgozat szövege csak 3 év eltelte után válik hozzáférhetővé.

Kelt: Budapest, 2023. 06. 10.



.....
Somlai Zoltán

Összefoglaló

A villamosmérnöki tudomány elengedhetetlen részét képezi a hálózatok és rendszerek elemzése. A legalapvetőbb eszközöktől kezdve, legyen az egy asztali lámpa, a legbonyolultabb szabályzó rendszerekig mindet tudjuk reprezentálni elektromos vagy egyéb hálózatokkal. E hálózatok analizálásához számtalan algoritmus született, melyeket egyszerűbb hálózaton akár kézzel is meg lehetett oldani, a komponensek számának növekedésével ezek végrehajtása hamar túllépte az emberi számítási kapacitás határait. Jelen dolgozat célja olyan szoftvert fejleszteni, mely hatékonyan képes kezelni a különböző Kirchhoff-típusú hálózatokat.

A megszokott elektromos hálózatok modellezésén kívül a dolgozatban megvalósul a mechanikai és akusztikai hálózatok koncentrált és elosztott paraméterű modellezése is, mert ezekben ugyanúgy generálható az egyenletrendszer az elrendezés, paraméterek ismeretében, mint az elektromosnál. Az egyenletrendszer felírásához és megoldásához az MNA (Modified Nodal Analysis) módszerét használjuk, mely a jól ismert csomóponti potenciálok módszerének korlátait kűszöböli ki, megtartva annak előnyeit. Nagy előnye, hogy a csomóponti potenciálok felül a köztük lévő ágakban folyó áramokat is kiszámítja, számontartja.

A dolgozatban részletesen tárgyalom az MNA működését, bemutatom, hogy milyen törvényeken alapul és milyen transzformációkkal jutunk az eredményt megadó egyenletrendszerhez. Leírom, hogy hogyan modelleztem a hálózatokat a bennük lévő csomópontokkal, komponensekkel, hogyan épül fel a Matlab osztályok rendszere. Megvizsgálom egyszerű, rezisztív és dinamikus hálózatokon a szoftver működését, megvalósítva vezérelt elemeket is. Elektromechanikus és elektroakusztikus átalakítók létrehozásával hangsugárzókat és mikrofonokat is modellezek.

Abstract

The analysis of networks and systems is an essential part of electrical engineering. From the simplest devices like an desk lamp to the complex control sytems, everything can be represented by electrical or other types of networks. Countless algorithms were created to analyze these networks, which could even be solved by hand on a simpler network As the number of components increased, executing them quickly exceeded the limits of human computing capacity. The aim of this thesis is to develop a software tool that can efficiently handle different Kirchhoff networks.

On top of modelling the usual electrical networks, in the thesis mechanical and acoustic networks are also implemented with concentrated and distributed parameters. It is possible since their system of equations can be generated in the same way, knowing the arrangement and parameters, as in the case of electrical networks. In order to assemble and solve the system of equations the MNA method is used which eliminates the limitations of the well known nodal potential method, while retaining its advantages. One huge advantage of this method is its ability to track and calculate the branch currents of the network in addition to the nodal potentials.

In the thesis the operation of the MNA will be discussed in detail as well as the presumptions used and the transformations we use to get to the system of equations that gives the result. The network models will be explained along with the nodes and components contained in them as well as the structure of the Matlab classes. I examine the operation of the software on simple, resistive and dynamic networks, implementing controlled elements as well. With the creation of electromechanical and electroacoustic transducers I also realize loudspeakers and microphones.

1 Bevezető

Hálózatok modellezése, elemzése és szimulációja elengedhetetlen részét képezi bármely tesztelő vagy tervező mérnök munkájának. Számos algoritmus született ennek a feladatnak a megoldására, a dolgozat célja ezekből a legjobbat megvalósítani, szem előtt tartva az eljárás beállítási idejét, számítási bonyolultságát, tárhelyigényét és a futási időt. Mindezekon felül a megszokott elektronikus hálózatokon felül a módszert kiterjesztjük mechanikai és akusztikai hálózatokra is.

A legalapvetőbb módszer a változók meghatározására a hálózati egyenletek teljes rendszerének felírása, ez azonban a kétpólusok számának kétszeresével megegyező egyenletszámot eredményez, amely nagyon pazarló, a futási időt feleslegesen növeli. E módszer egyszerűsítésére használható a csomóponti potenciálok módszere, melyben csupán annyi egyenletünk lesz, mint a csomópontok és a feszültségforrások számának különbsége, és ebből is levonhatjuk a földpotenciálú csomópontokhoz tartozó változók számát, viszont a módszer nem tudja jól kezelni az áramvezérelt forrásokat, valamint a feszültségforrások áramait is külön utólag kell számítani. Ezen két módszer előnyeit egyesíti magában az MNA (Modified Nodal Analysis), megtartva a teljes egyenletrendszer felírásának egyetemességét, viszont a csomóponti potenciálok módszeréhez hasonlóan kevesebb változóval. Az MNA-ban a változók ugyanúgy a csomóponti potenciálok lesznek, ezekhez vesszük hozzá azon elemek áramait, amelyek nem írhatóak le admittanciakarakterizikával, például a feszültségforrás.

A hálózati egyenleteket az MNA-nál is Kirchhoff csomóponti- és huroktörvénye, valamint a hálózati elemek feszültség-áram karakterisztikáiból kapjuk. Mivel a mechanikai és akusztikai hálózatokra is igazak a Kirchhoff-törvények, az elektromos hálózatok analógiájára alapozva ki tudjuk terjeszteni az MNA-t ezekre is. Ez azért fontos, mert így meg tudjuk valósítani az elektronikai komponensen kívül más elemeket is tartalmazó eszközök reprezentációját, például a hangszóróét.

A dolgozatom felépítését röviden összefoglalom. A második fejezetben az MNA algoritmust írom le, bevezetve az hozzá használt törvényekkel, valamint a módszer

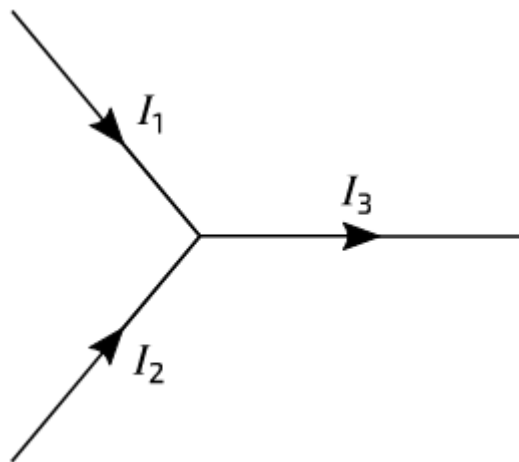
kiterjesztéséhez mechanikai és akusztikai hálózatokat. A harmadik fejezetben az algoritmus Matlabban történő implementációját írom le, az osztályok felépítését, mértékegységek bevezetését és a hibakezelést. A negyedik fejezetben az algoritmus tesztelésének módját és tapasztalatait írom le, kezdve egyszerű rezisztív hálózatokkal, végül felépítve hangszórómodelleket. Végül egy rövid összefoglalóval zárom a dolgozatot.

2 MNA

2.1 A Kirchhoff-törvények

A Kirchhoff-törvények alapvető fontosságúak mindenféle áramköri számításokban. Gustav Kirchhoff 1846-ban a töltés- és energiamegmaradásból vezette le őket. [1]

Kirchhoff első törvénye (áramtörvénye) a hálózatban lévő csomópontokra vonatkozik. Azt mondja ki, hogy minden csomópontban a befolyó és a kifolyó áramok előjeles összege 0. Megegyezés szerint a dolgozatban a befolyó áramokat negatív, a kifolyókat pozitív előjellel számoljuk. A törvény a töltésmegmaradásra alapul, mivel az áramot elektromos töltések együttmozgásaként definiáljuk, így minden csomópontból annyi áramnak kell kifolynia, amennyi befolyt. A törvény felhasználásával lineárisan független egyenletrendszerrel kapunk, ha egy csomópont kivételével (föld) mindegyikre felírjuk az egyenletet. [2]



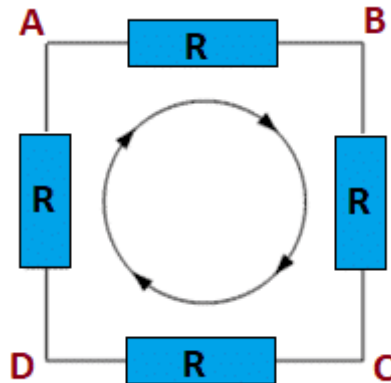
2.1. ábra: csomóponti áramok

Kirchhoff áramtörvényét felhasználva a 2.1. ábrán lévő csomópontra felírható a következő egyenlet:

$$-I_1 - I_2 + I_3 = 0 \quad (2.1)$$

Kirchhoff második törvénye (feszültségtörvénye) a hálózatban lévő ágakra vonatkozik. Azt mondja ki, hogy azon ágakon, melyek zárt hurkot alkotnak, a feszültségek előjeles összege

0. Megegyezés szerint a dolgozatban a hurkokban a körüljárási iránnyal megegyező irányú feszültségeket vesszük pozitívnak, az ellentétest pedig negatívnak. A törvény az energiamegmaradáson alapul, mivel a feszültséget az egy áramkörön belüli potenciálkülönbségként definiáljuk és az elektromos mező konzervatív erőter, ha a töltés zárt hurkon belül ugyanabba pontba mozog, akkor nincs potenciálkülönbség. A törvény felhasználásával lineárisan független egyenletrendszert kapunk, melynek számosságát az ágak számából a csomópontok számát kivonva és egyet hozzáadva kapunk. [2]



2.2. ábra: feszültségek zárt hurokban

Kirchhoff feszültségtörvényét felhasználva a 2.2. ábrán lévő hurokra felírható a következő egyenlet:

$$V_{AB} + V_{BC} + V_{CD} + V_{DA} = 0 \quad (2.2)$$

2.2 Mechanikus és akusztikus hálózatok

Ebben az alfejezetben erre a forrásra támaszkodom: [3] Forrásként használtam még a 2021 évi Műszaki akusztika c. tárgy előadásvideóit Dr. Fiala Péter előadásában.

A Kirchhoff-törvények nem csak elektromos hálózatokban érvényesek. A továbbiakban másik „világoknak” nevezett hálózatok, a mechanikai és akusztikus hálózatokban szintén érvényesek a törvények, mivel ezek is Kirchhoff típusú hálózatok. Mind a két új világban a legegyszerűbb elemeket koncentrált paraméterüként modellezünk, azaz a rendszerek változói csak az idő függvényei. Az elosztott paraméterű rendszerrel ellentétben vannak elemek, amiket csakis egy aspektus reprezentálására használunk, például az ellenállás a veszteséget

reprezentálja az elektronikai hálózatokban. Lesznek elosztott paraméterű elemek is, például a cső az akusztikus világban.

A mechanikai rendszerben a gerjesztés és a válasz az elektronikában megszokottól eltérően mechanikai mennyiségek, ezek például: elmozdulás, sebesség, gyorsulás (idő dimenzióban térnek csak el), erő, forgatónyomaték, nyomás. A Kirchhoff-törvények alapjai itt is fizikai törvények: tömeg és energiamegmaradás törvényei.

A mechanikus hálózatban az erőt (f) modellezzük feszültségként, a sebességet (v) pedig áramként. Új bevezetett elemek közül elsőként a tömeggel ismerkedjünk meg:

$$f = ma \quad (2.3)$$

A tömeg karakterisztikus egyenletét Newton második törvénye adja meg. Mivel a gyorsulás a sebesség idő szerinti deriváltja, így felismerhető az analógia a tömegre ható erő és a tekercsen eső feszültség között, az induktivitást a tömeg reprezentálja.

Fontos hálózati elem a mechanikai rendszer merevségét leíró rugó:

$$f = ku = \frac{1}{c}u \quad (2.4)$$

A rugó karakterisztikus egyenletét Hooke törvénye adja meg, k a merevség (reciproka c engedékenység), amely azt mutatja meg, hogy a rendszer összenyomására vagy széthúzására hogyan deformálódik, u pedig ennek a deformációnak a mértéke, egy hosszérték (elmozdulás). Mivel az elmozdulás deriváltja a sebesség, a rugóengedékenységgel való felszorzás és mindkét oldal idő szerinti deriválása után felismerhető az analógia a rugóengedékenység és a kondenzátor kapacitása között.

Harmadik elemünk, amely a veszteséget írja le a viszkózus csillapítás:

$$f = rv \quad (2.5)$$

A csillapítómodellünk karakterisztikája sebességgel r arányban lévő erő, amely megfelel az ellenálláson folyó árammal r arányban lévő feszültségnek.

Az elektromos hálózatokhoz hasonlóan itt is bevezetjük az impedancia fogalmát. A mechanikus hálózatban is át tudunk térni a frekvenciatartományba, ilyenkor alkalmazzuk az

impedanciát, mely komplex értékű lesz, mert az összes elsődleges mennyiségünk (erő, sebesség) harmonikus lesz, bármely mennyiségre:

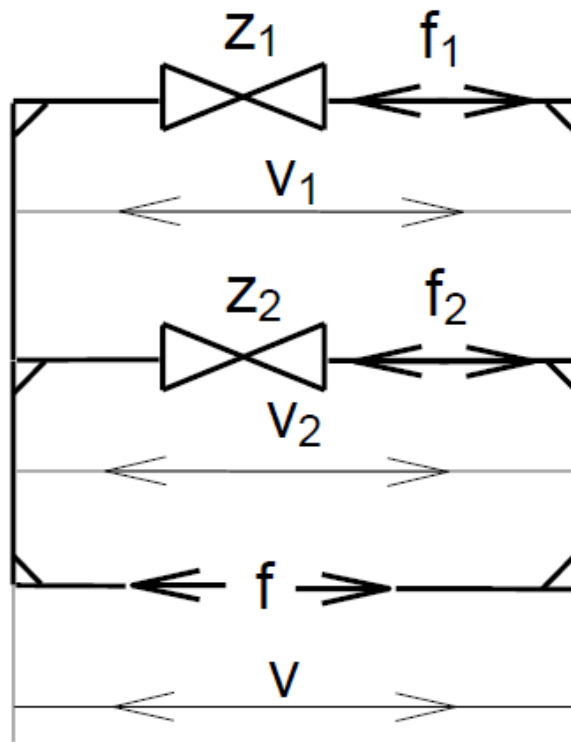
$$f(t) = \operatorname{Re}(\hat{f}(\omega)e^{j\omega t}) \quad (2.6)$$

A komplex csúcérték (abszolútérték+fázis) és a körfrekvencia írja le a mennyiséget frekvenciatartományban. Feltételezve, hogy a rendszer lineáris és az elsődleges mennyiségeket a csúcértékeikkel kifejezve kapjuk:

$$\hat{f}(\omega) = z_m(\omega)\hat{v}(\omega) \quad (2.7)$$

Ahol z_m a mechanikai impedancia, melyet ki tudunk fejezni minden elemre pont ugyanúgy, mint az elektromos hálózatoknál, lehetővé téve más világok megvalósítását (3.2 alfejezet).

Ahogy az elektromos hálózatokban az impedanciaelemek között kétféle alapvető kapcsolást definiáltunk, a sorosat és a párhuzamosat, úgy a mechanikus hálózatokban is definiálhatjuk az ezekkel analóg közös sebességre és közös erőre való kapcsolást. A kapcsolási rajzban ezek topológiája eltér az elektromos hálózatban megszokott analógiáktól.



2.3. ábra: mechanikai impedanciák közös sebességre kapcsolva

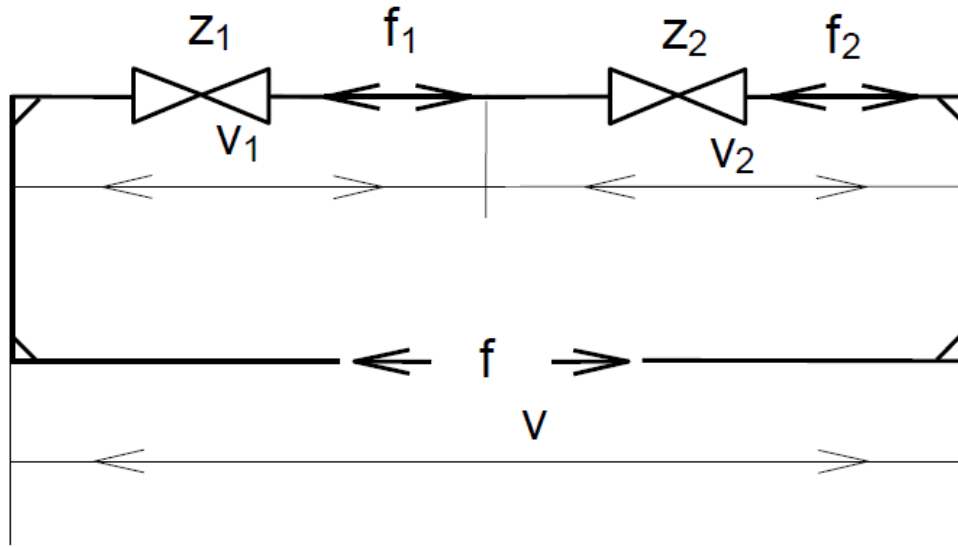
Közös sebességre kapcsolás (2.3. ábra) úgy történik, hogy két merev, tömeg nélküli rúd közé kapcsoljuk az elemeket. Amennyiben a rudakat v sebességgel távolítjuk egymástól, a Z_1 és Z_2 impedanciák is ezzel a sebességgel nyúlnak. Ennél a mozgatsnál Z_1 f_1 erővel, Z_2 pedig f_2 erővel tart ellen, tehát ezeknek az erőknek az összegét kell ellensúlyozni. Ezekből a megfontolásokból adódik:

$$\hat{v} = \hat{v}_1 = \hat{v}_2 \quad (2.8)$$

$$\hat{f} = \hat{f}_1 + \hat{f}_2 \quad (2.9)$$

$$\hat{z} = \hat{z}_1 + \hat{z}_2 \quad (2.10)$$

Mivel az impedancia az erő és a sebesség hányadosa, ezért a két impedancia össze fog adódni, tehát a közös sebességre való kapcsolás analóg a soros kapcsolással.



2.4. ábra: mechanikai impedanciák közös erőre kapcsolva

Közös erőre kapcsolásnál (2.4. ábra) a két merev, tömeg nélküli rúd közé egymás után vannak az impedanciák téve, a rudakat f erővel távolítjuk egymástól. Ez az erő átadódik mindkét elemhez, ugyanaz az erő húzza Z_1 és Z_2 impedanciát, deformációjuk pedig össze fog adódni, tehát Z_1 v_1 deformációsebessége összeadódik Z_2 v_2 deformációsebességével, ez adja meg a teljes elem v deformációsebességét. Ezekből a megfontolásokból adódik:

$$\hat{v} = \hat{v}_1 + \hat{v}_2 \quad (2.11)$$

$$\hat{f} = \hat{f}_1 = \hat{f}_2 \quad (2.12)$$

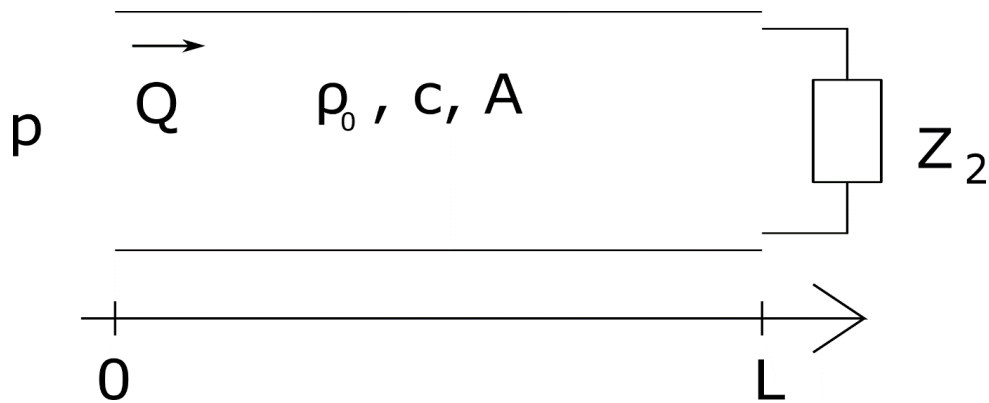
$$\hat{z} = \hat{z}_1 \times \hat{z}_2 \quad (2.13)$$

Ebben az esetben az impedanciák reciprocai (az admittanciák) adódnak össze, tehát az impedanciák repluszát kell venni, tehát a közös erőre való kapcsolás analóg a párhuzamos kapcsolással.

Az akusztikai hálózatokkal olyan zárt térrészeket modellezünk, melyben általában levegő van és hang terjed. Koncentrált paraméterű elemekkel akkor tudjuk modellezni, ha elég kis méretű a rendszer a hullámhosszhoz képest. Amennyiben a méret a hullámhosszal összemérhető, akkor nem tudjuk használni ezeket az elemeket, itt elosztott paraméterű elemekre van szükség.

Az akusztikai hálózatokban a nyomást (p) modellezzük feszültségként, a térfogatsebességet (Q) pedig áramként. A térfogatsebesség azt adja meg, hogy egy másodperc alatt hány köbméter közeg áramlik. A Kirchhoff első törvény is azon alapul, hogy egy csomópontból ugyanannyi közeg áramlik ki, mint amennyi beáramlott.

Akusztikában az elemeket csövekkel reprezentáljuk, és azt, hogy milyen koncentrált paraméteres elem lesz a megfelelője, meghatározza a cső hossza is és a lezárás is.



2.5. ábra: Akusztikus impedanciával lezárt cső

A 2.5. ábrán látható cső bemenetén a nyomás és a térfogatsebesség a két változónk, ρ_0 és c értékei a levegőben konstansok, A pedig a cső keresztmetszete.

A hangteret a csőben két ellentétes irányú hullámalak (haladó és reflektált) összegeként kapjuk meg, ez analóg a távvezeték Helmholtz-egyenleteinek általános megoldásaival, azzal a különbséggel, hogy egydimenziós síkhullámok terjednek a csőben előre-hátra:

$$p(x) = p^+ e^{-jkx} + p^- e^{+jkx} \quad (2.14)$$

Ahol p^+ a haladó p^- pedig a reflektált hullámalak, k a hullámszám, x pedig a cső hossz tengelyének koordinátája.

Az akusztikai impedancia kifejezése most is a feszültségnek és az áramnak megfelelő változókkal történik, Z_2 -re:

$$Z_2 = \frac{p(L)}{Q(L)} \quad (2.15)$$

Az, hogy milyen koncentrált paraméteres elemmel közelíthetjük a csövet a bemenő impedancia értékétől függ. A bemenő impedancia:

$$Z_{in} = Z_0 \frac{Z_2 \cos(kL) + jZ_0 \sin(kL)}{jZ_2 \sin(kL) + Z_0 \cos(kL)}, \quad (2.16)$$

ahol k a hullámszám Z_0 pedig a cső akusztikai hullámimpedanciája:

$$Z_0 = \frac{\rho_0 c}{A} \quad (2.17)$$

Az eddig ismert elemeinknek megfeleltethető bemeneti impedanciát speciális lezárások esetén kapunk, a (2.16) egyenletbe behelyettesítve Z_2 helyébe rövidzárat ($Z_2 = 0$) és kisfrekvencián ($kL \ll 1$) kapjuk:

$$Z_{in} = jZ_0 \tan(kL) \approx jZ_0 kL = j \frac{\rho_0 c}{A} \frac{\omega}{c} L = j\omega m, \quad (2.18)$$

ahol m -et akusztikai tömegnek nevezzük:

$$m = \frac{\rho_0 L}{A} \quad (2.19)$$

Ez az elektronikai hálózatban lévő tekercs akusztikai megfelelője. A kondenzátor megfelelőjét hasonlóan kapjuk meg, szakadásos lezárással ($Z_2 = \infty$) és kisfrekvencián ($kL \ll 1$):

$$Z_{in} = -jZ_0 \cot(kL) \approx -jZ_0 \frac{1}{kL} = -j \frac{\rho_0 c}{A} \frac{c}{\omega L} = \frac{1}{j\omega} \frac{\rho_0 c^2}{V} = \frac{1}{j\omega C_a}, \quad (2.20)$$

ahol C_a -t akusztikai kapacitásnak nevezzük:

$$C_a = \frac{V}{\rho_0 c^2} \quad (2.21)$$

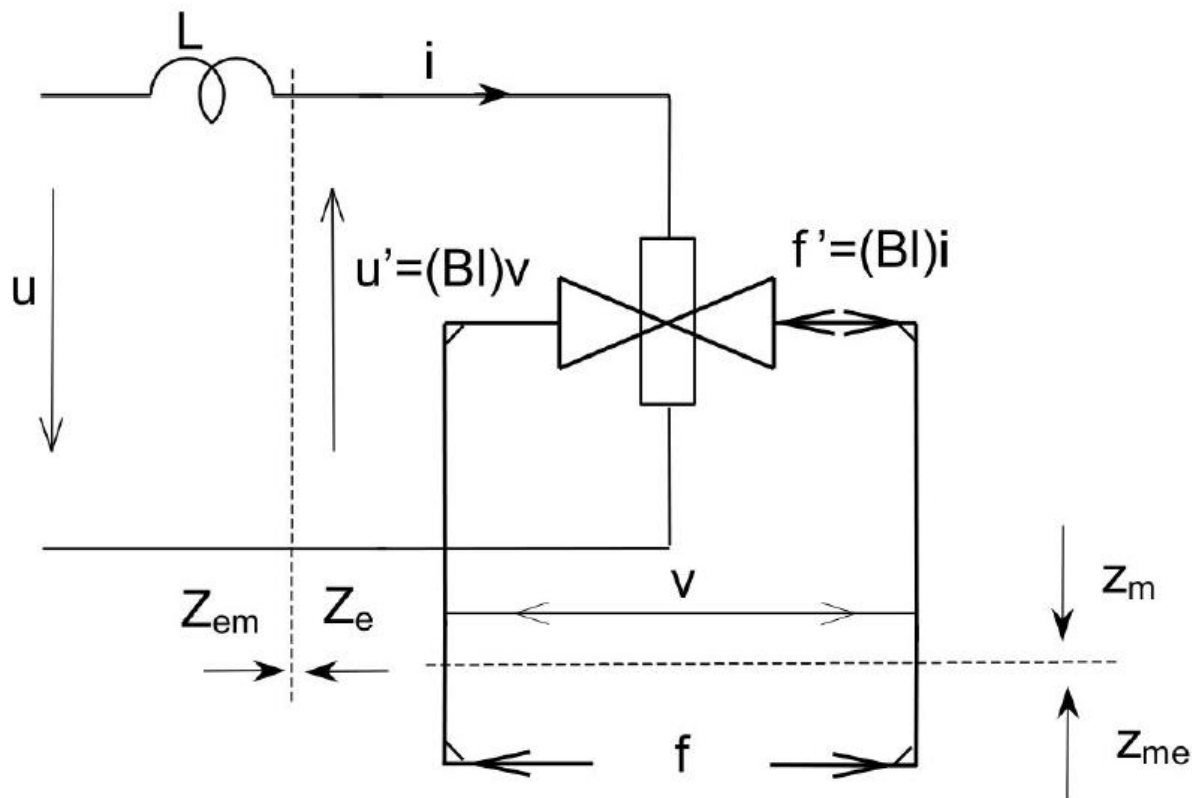
Az ellenállás megfelelőjét akusztikában úgy hozzuk létre, hogy lyukacsos lapot vezetünk be melyen nagyon kicsi lyukak vannak, ezeket lehet venni kis átmérőjű csöveknek. A csövek sugara annyira kicsi, hogy összemérhető a viszkozus határreteggel, tehát hullámterjedésnél a fali veszteségek fognak dominálni. Modellünkön áthalad a hullám és energiát nyel el, pont, mint az ellenállás elektronikában, az impedancia valós lesz (R).

Habár mechanikai és akusztikus hálózatokban más elemeket találunk, mint az elektromosban, de a mennyiségek analógiába hozhatók az elektromos mennyiségekkel, ezt fogjuk tárgyalni a 3.2 alfejezetben. Az analógiák a következők:

Elektromos	Mechanikai	Akusztikus
Feszültség	Erő	Nyomás
Áram	Sebesség	Térfogatsebesség
Induktivitás	Tömeg	Rövid, nyitott cső
Ellenállás	Csillapítás	Súrlódási veszteség vékony résen
Kapacitás	Rugóengedékenység	Kis méretű zárt üreg
Impedancia	Mechanikai impedancia	Akusztikus impedancia
Párhuzamos kapcsolás	Közös erő	Közös nyomás
Soros kapcsolás	Közös sebesség	Közös térfogatsebesség

2.1. táblázat: Világok közötti analógiák

Ezeket a világokat bevezetni azért hasznos, mert így tudunk modellezni többfajta elemet és azokból összeálló eszközöket, mint például a mikrofon és a hangszóró. Ezekben az eszközökben olyan átalakító elemek szerepelnek, melyek a különböző mennyiségekkel operáló alhálózatokat összekapcsolják. Ezek az átalakítók négy pólusok, melyek világoktól függően analógiába hozhatók az elektromos hálózatban megismert girátorral vagy transzformátorral.



2.6.ábra: Elektromechanikus átalakító

A 2.6. ábrán látható átalakító az elektromágneses erőhatásokat hasznosítja, az elektromos oldalról befolyó áramot a Lorentz-erő egyenlete alapján alakítja át mechanikai erővé:

$$f = iBl \quad (2.22)$$

A mechanikai oldalon v sebességgel mozgó vezető hatása pedig Faraday indukciós törvénye alapján indukál feszültséget az elektromos oldalon:

$$u = -vBl \quad (2.23)$$

A negatív előjel a Lenz-törvény miatt van. A törvények alapján az elektromechanikus átalakító karakterisztikája, a $T = Bl$ jelölést bevezetve:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Ez a karakterisztika az elektromos hálózatban lévő girátor elektroakusztikai megfelelője.

Másik fontos átalakító a mechanikus és akusztikus világ között teremti meg a kapcsolatot. Az akusztikai térfogatsebesség a sebességből egy felülettel való szorzással, míg a nyomás az erőből egy felülettel (S) való osztással kapható meg:

$$\begin{aligned} Q &= vS \\ p &= f/S \end{aligned} \quad (2.25)$$

Az egyenletekből pedig a következő karakterisztikát írhatjuk fel:

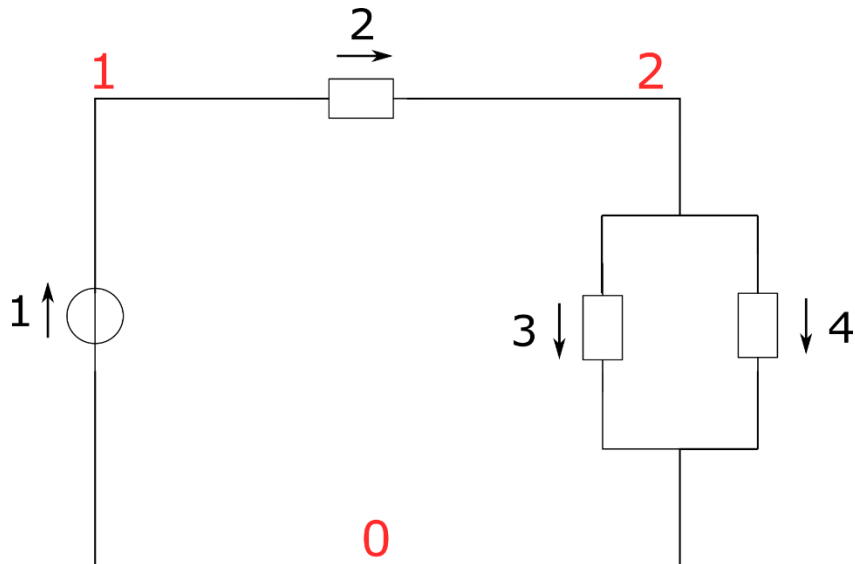
$$\begin{bmatrix} 1/s & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f \\ p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ s & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

Ez a karakterisztika egy s áttételű transzformátornak feleltethető meg.

2.3 Az MNA módszer

Modified nodal analysis a betűszó feloldása, ebből látszik, hogy csomóponti potenciálok számítására használjuk, viszont kissé eltérünk a klasszikus csomóponti analízistől. A hálózati egyenleteket Kirchhoff csomóponti- és huroktörvénye, valamint a hálózati elemek feszültség-áram karakterisztikáiból kapjuk. [4]

Először a hálózat kapcsolatmátrixát (incidence matrix) hozzuk létre, amely egy $N \times B$ típusú mátrix, ahol N a csomópontok száma, B pedig az ágáramoké. A hálózatot gráfként úgy reprezentáljuk, hogy a csomópontok a gráf csúcsai, a gráf élei pedig az adott két csomópontot összekötő komponensek által kifejezett kapcsolatok. Az A mátrixot a hálózat topológiájából származtatjuk, az ágáramok elhelyezkedését mutatja a csomópontok között. A csomópontokba befolyó áramokat -1-gyel, a kifolyókat +1-gyel vesszük fel a mátrixba, a mátrix többi eleme 0. Ezt azért tesszük, hogy az összes elem a hozzátartozó karakterisztikus egyenlettel a megfelelő helyre kerüljön az MNA eredményeként kapott mátrixban. [5] Az kapcsolatmátrix kiszámítását a 2.7. ábrán lévő példa mutatja be:



2.7. ábra: Példa hálózat az kapcsolatmátrix kiszámítására

E hálózat A kapcsolatmátrixa a következő:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

Itt az előzőekben leírtaknak megfelelően például az első oszlop az 1-es számmal jelölt áramot reprezentálja, mely a 0-ás csomópontból kifolyó és az 1-es csomópontba befolyó. A mátrix többi oszlopa hasonlóan kitölthető.

A következő lépésben minden elemre felírjuk az alábbi egyenletet:

$$YU + ZI = W \quad (2.28)$$

Ahol Y a kapufeszültségek szorzója, Z pedig az ágramoké. W a független források áramait és feszültségeit tartalmazza. Y egy általános admittanciája, Z pedig egy általános impedanciája az elemnek, nem feltétlenül lesz a dimenziójuk is admittancia vagy impedancia. Példaként az ellenállás esetében $Y = \frac{1}{R}$, $Z = -1$, $W = 0$. Itt az Y admittancia dimenziójú, így $Y * U$ áramot ad, és ahhoz, hogy ehhez $Z * I$ -t hozzá lehessen adni Z -nek dimenziótlannak kell lennie. Admittanciakarakterisztikája annak az elemnek van, amelyiknél $W = 0$ és Z invertálható mátrix, például az ellenállásnak (feltéve, hogy R nem nulla). Változóként a csomópontok

feszültségén felül az ágramok is megjelennek azoknál az elemeknél, melyeknek nincs admittanciakarakterisztikájuk, vagy vezérelt forrást irányít ágramuk. Ilyen elem például a feszültségforrás, ahol $Y = 1$, $Z = 0$, $W = E$ (E -vel a feszültségforrás feszültségét jelölöm), itt nem teljesül a $W = 0$ kritérium. Másik példa az ideális transzformátor, amely egy kétkapu, ezért itt már a szorzók mátrixalakot vesznek fel:

$$\begin{bmatrix} 1 & -n \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -1/n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

, ahol n a transzformátor menetszám áttétele.

Habár a W mátrix valóban egy nullmátrix, Z mátrix nem invertálható, ezért a transzformátornak sincs admittanciakarakterisztikája.

Az egyenleteket egy úgynevezett MNA mátrixba gyűjtjük, melynek a dimenziója a csomóponti potenciálok számának (a földpotenciálú csomópontok számát levonva, mert a föld potenciálja nem változó) és a bevezetett ágramok számának összege. Az MNA mátrixot M -mel jelölve a végeredményt a következő alakból tudjuk kiszámolni:

$$Mx = b \quad (2.30)$$

Ahol b mátrix az egyenletrendszer jobb oldalára kerülő forrásfeszültségek és -áramok, x pedig a csomóponti potenciálok és a bevezetett ágramok változóinak vektora.

Az adott elemeknek saját karakterisztikamátrixaik vannak, melyeket hozzáadunk az MNA mátrixhoz annak megfelelően, hogy mely csomópontok között található az elem. Ezt úgy kapjuk, hogy az ágakon eső feszültségeket áttranszformáljuk azon csomóponti potenciálok különbségévé, melyek között az elem található, felhasználva az admittanciakarakterisztikáját és a kapcsolatmátrixot a következő képlet szerint:

$$AYA^T \quad (2.31)$$

Példaként az ellenállás mátrixa:

$$\begin{bmatrix} / & V_1 & V_2 & RHS \\ 1 & 1/R & -1/R & 0 \\ 2 & -1/R & 1/R & 0 \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

Ahol V_1 és V_2 azt a két csomópontot jelöli, amik között az ellenállás van és változók lesznek, a számok az egyenletek sorszámai, az *RHS* (right hand side) pedig azokat a feszültségeket vagy áramokat, melyek az egyenlet jobb oldalára kerülnek, azaz végső megoldásunkban a „*b*” vektorba, ezek a független források feszültségei és áramai. Amennyiben változóként használjuk az elemen átmenő ágáramot, abban az esetben az MNA mátrixhoz egy extra sort és oszlopot is hozzáadunk például az ellenállás karakterisztika mátrixa így fog változni:

$$\begin{bmatrix} / & V_1 & V_2 & I & RHS \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ Br & 1 & -1 & -R & 0 \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

Ahol az eddig megismert jelölések ugyanazt jelentik, I a változóként beiktatott ágáram, Br pedig az extra egyenlet sorszáma. [6]

A következő egyenletek leírásához nagyrészt az alábbi forrást használtam: [7]

Az MNA mátrix létrehozásához a kapcsolatmátrixot partícionáljuk az alábbi felírás szerint:

$$[A_1 \quad A_2 \quad A_3] \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ J \end{bmatrix} = 0 \quad (2.34)$$

Ahol az áramokat a következő módon osztjuk fel:

I_1 mátrix tartalmazza azon elemek ágáramait, melyekre nincs szükségünk a megoldáshoz, mert van admittanciakarakterisztikájuk, ezért a csomóponti feszültségekből kiszámítható a rajtuk átfolyó áram, például az ellenállás, tekercs.

I_2 mátrix tartalmazza azon elemek ágáramait, melyeket felhasználunk a megoldás során, mert nincs admittanciakarakterisztikájuk, például a feszültségforrás. Ezen kívül azon áramok is ide tartoznak, amelyekre szükség van a megoldáshoz, mint az áramvezérelt feszültségforrás árama.

J jelöli a független áramforrások áramait. Ezek az egyenlet jobb oldalára fognak kerülni.

A (2.34) mátrixszorzást átírhatjuk az alábbi formába:

$$A_1 I_1 + A_2 I_2 = -A_3 J \quad (2.35)$$

Az I_1 mátrixba tartozó elemeket a már megismert módon a (2.30) transzformáció segítségével építjük bele az MNA mátrixba. Ezt fogjuk csomóponti admittanciamátrixnak hívni és Y_{n1} -el jelölni. Ezen felül a Kirchhoff csomóponti törvény miatt az egy csomópontból a passzív elemekből kifolyó és a független forrásokból a csomópontba befolyó áramok egyenlők, így az egyenlet jobb oldalára bekerül a J_n független áramforrások vektora. Ez azért jó, mert így a számítógépes egyenletfelírást egyszerűen meg tudjuk valósítani az egyes elemeken végigiterálva, karakterisztikájukat felhasználva. A csomóponti egyenleteket még ki kell egészíteni az I_2 mátrixba tartozó elemekkel, ez minden olyan ágnak az árama, melyre szükségünk van a megoldáshoz. Ha ezt mind megtettük az alábbi egyenletet kapjuk:

$$Y_{n1} * V_n + A_2 * I_2 = J_n \quad (2.36)$$

Ahol V_n a csomóponti potenciálokat jelöli.

Az A_2 partíciónál hasonlóan az eddigiekhez felírjuk a (2.28) egyenletet az elemekre, azzal a különbséggel, hogy itt W_2 nem lesz 0 a feszültségforrásoknál. Felhasználjuk Kirchhoff huroktörvényét az alábbi formában:

$$V_2 = A_2^T * V_n \quad (2.37)$$

A kapcsolatmátrix segítségével teremtünk kapcsolatot az ágfeszültségek és a csomóponti feszültségek között. [8] Mivel a kapcsolatmátrix $N \times B$ típusú és mi a B sorú oszlopvektort transzformálunk N sorúvá, ezért a csomóponti feszültségek oszlopvektorát a kapcsolatmátrix transzponáltjával szorozzuk balról.

V_2 a feszültségek egy partíciója a (2.34) egyenlethez hasonlóan. Ezt behelyettesítve kapjuk:

$$Y_2 * A_2^T * V_n + Z_2 * I_2 = W_2 \quad (2.38)$$

A (2.36) és a (2.38) egyenlet egy mátrixba való írásával meg is kapjuk az MNA algoritmus végső formáját:

$$\begin{bmatrix} Y_{n1} & A_2 \\ Y_2 A_2^T & Z_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_n \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_n \\ W_2 \end{bmatrix}, \quad (2.39)$$

ahol V_n és I_2 azon ismeretlenek vektora, melyekre meg kell oldani az egyenletrendszer. A földpotenciálra kötött csomópontokra nem írunk fel egyenletet, így az azoknak megfelelő

sorok és oszlopok nem kerülnek bele az egyenletrendszerbe. Amennyiben a hálózat szabályos és az értékek nem mondanak ellent egymásnak, (2.39)-nek egyértelmű megoldása van.

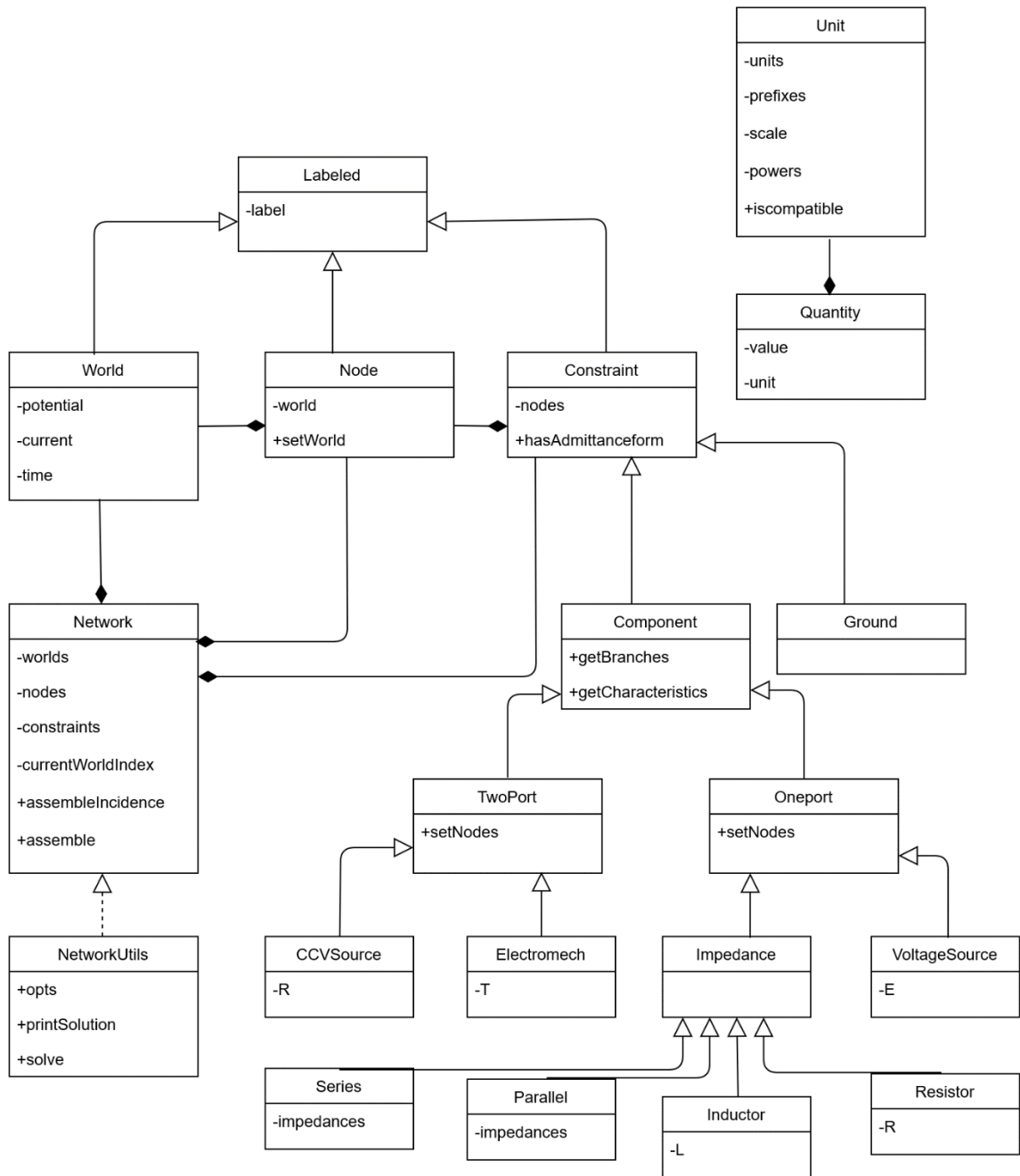
3 Matlab implementáció

Ebben a fejezetben a hálózatanalizátor megvalósításáról lesz szó kissé gyakorlatiasabb megközelítésben. A Matlab környezet használatának több oka is van. A Matlab (Matrix laboratory) a mátrixok kezelésére a legegyszerűbb lehetőségeket adja. Ez azért fontos, mert az adott hálózati elemek karakterisztikáinak saját mátrixa van, valamint az egyenletrendszert is mátrixműveletekkel oldjuk meg. Numerikus számításokban kiváló program, egy paranccsal megoldható a transzponálás, a mátrixszorzás és egyéb műveletek. Lehetővé teszi az objektumorientált programozást, így az egyforma tulajdonságú elemek egy osztályként kezelhetők. Az eredmények ábrázolása grafikusan könnyen és látványosan megoldható.

3.1 Osztályok felépítése

A hálózatanalizátor objektumorientált leprogramozása számos előnnyel jár. Legalapvetőbb előny a kód újrahasznosításában rejlik, hiszen számos hálózati elem sok közös tulajdonsággal rendelkezik, az őket kezelő függvények is egyformán működnek, így teljesen felesleges lenne többször is megírni ezeket. Közös őosztály létrehozásával, az öröklést kihasználva kiküszöbölhetők a redundanciák. Ezen felül a kód is könnyebben átlátható, javítható és bővíthető, amennyiben új elemeket, metódusokat akarunk hozzáadni.

Ennek az alfejezetnek a célja legfontosabb osztályok változóit, fő metódusait bemutatni.



3.1. ábra: Hálózatanalizátor osztályok UML diagramja

A 3.1. ábrán nincs rajta minden megírt osztály, de a kimaradók nagyon hasonlóak egy-egy másik osztályhoz, például a kondenzátor a tekercshez. Jelölésben az üres háromszöges nyíllal a leszármazott mutat az őszülő osztályára, ez az öröklődés. A leszármazott rendelkezik az őszülő minden tulajdonságával, de ezen felül vannak saját attribútumai is, melyek nem jellemzőek más, ugyanonnan örököltetett osztályokra. Az üres háromszöges nyíl szaggatott vonallal az

implementációt jelöljük, melynek az a funkciója, hogy implementáljon függvényeket annak az osztálynak, amelyikre mutat, például a „NetworkUtils” printSolution funkciója a Networkben tárolt világokat, csomópontokat és elemeket írja ki. Végül a teli rombusz alakú nyíl a kompozíciót jelöli, ahol a tartalmazó osztály felelős a tartalmazottért, például „Network” nélkül a „Node”-ok értelmüket veszítik, amikor megszűnik a „Network”, a „Node”-ok se lesznek elérhetőek. [9]

A „Unit” és „Quantity” osztályok olyan osztályok, melyek alapvetően minden osztály működésében részt vesznek. A „Unit” osztály szerepe a fizikai mértékegységek elemekhez való rendelése. A *units* nevű osztályváltozója egy olyan struktúra, melyben a számunkra fontos származtatott egységek rövidítései vannak, valamint mindegyikhez rendelve van egy hét tagú sorvektor, amely azt reprezentálja, hogy az adott alapmennyiség melyik hatványon van benne (Ezek a másodperc, a méter, a kilogramm, az amper, a kelvin, a mól, és a kandela), az SI-alapegységeknél ez nyilván egy darab 1-es érték lesz és a többi 0. Például a Newton mértékegység már származtatott (kgm/s^2), ott a kilogramm oszlopánál 1-es, a méter oszlopánál 1-es, a másodperc oszlopánál -2-es a többinél pedig 0 érték található. A *prefixes* nevű változó a prefixumokért felelős, a numerikus érték hozzá van rendelve a megfelelő stringekhez. A *scale* változó a nagyságrendet reprezentálja, két különböző előtagú egységnél ne is tudunk bármilyet összeadni, mert ha nagy a különbség, akkor a lebegőpontos, véges pontosságú számábrázolás miatt veszítünk a pontosságból. Koherens egységrendszer létrehozására is ezt a változót használjuk, amikor egy világban megadjuk a potenciál, áram és idő prefixumát, akkor ezekből a program kiszámolja, hogy milyen előtagot használjunk a többi mértékegység esetében, például, ha a feszültség Voltban van megadva az áram pedig milliamperben, akkor az ellenállás kiloohm-ban lesz számolva innentől. A *powers* változó azt tartja számon, hogy melyik alapegység melyik hatványon van. Az *isCompatible* metódus két *unit* elemet hasonlít össze és kaidja, hogy azonos dimenziójúak-e. Az osztályban vannak metódusok skalárral vagy más mértékegységekkel való szorzásra, osztás.

A „Quantity” osztály szerepe szorosan kötődik a „Unit” osztályhoz, mert egy onnan vett mértékegységet valósít meg egy numerikus értékkel kiegészítve, így alkot meg egy fizikai mennyiséget, ezért az osztály 2 változója a *value* és a *unit*. Egy példa erre: $R = \text{Quantity}(1, \text{'kOhm'})$ létrehoz egy 1 kohm-ot reprezentáló mennyiséget. Ebben az osztályban is van metódus a mértékegység és a kompatibilitás ellenőrzésére. Az alapműveletek szintén be vannak építve

az osztályba. További fontos szerep a különböző világok (elektromos, mechanikus, akusztikus) közötti átjárásban van, ezekről a 3.2-es alfejezetben tárgyalunk.

A „Labeled” osztály egy egyszerű gyűjtőosztály, egy stringet rendel hozzá az elemekhez azonosítás céljából, ezek lehetnek csomópontok, hálózati komponensek stb. Egyetlen változója a *label*, ami a megnevezés.

A „World” osztály a különböző világokban levő hálózatok megvalósításáért felelős, amit szintén a 3.2-es alfejezetben tárgyalunk.

A „Node” osztály a csomópontokat reprezentálja, melyeknek címkéjük van. Minden *node* tartozik egy *world*-be, így az egy változója az osztálynak. Lehetőség van egy *node* világot utólag megváltoztatni.

A „Constraint” osztály a különböző elemek csomóponti feszültségei és ágáramai közötti általános kényszerét jelenti, szükséges hozzá, hogy az adott elem mely *node*-ok között található, erre van a *nodes* változója. Ezekkel a megkötésekkel lehetséges lesz a későbbiekben még általánosabb kényszerekkel bővíteni az algoritmust. Fontos metódusa a hasAdmittanceform, amely a (2.34) egyenletnél tárgyalt particionáláshoz szükséges.

A „Network” osztály a rendszer hálózatként való reprezentálásáért felelős, tárolja a hálózat elemeit és a hálózat szerkezetét, illetve feladata, hogy össze tudja állítani az analízishez szükséges egyenletrendszer. Egy hálózatnak kell lennie világának, csomópontjainak és elemeinek, ezért van benne *worlds*, *nodes* és *constraints* változó. A *currentWorldIndex*-re azért van szükség mert egy hálózatban lehet több világ is (pl ha elektromechanikai átalakító van benne) és amikor új *node*-ot adunk hozzá akkor tudnia kell a programnak, hogy melyik világba helyezze. Van metódus új világ, csomópont és elem hozzáadására, mindegyiknek kell adni egyedi nevet. A kapcsolatmátrix (2.27) létrehozása is ebben az osztályban történik az assembleIncidence funkcióval, valamint az MNA algoritmust (2.3 alfejezet) is itt valósítottam meg az assemble nevű metódusban. Az assemble funkció kiszámítja a megoldáshoz szükséges *M* és *b* mátrixokat, valamint *desc* nevű változót, amely leírást ad arról, hogy az *M* mátrixban melyik változó mit jelent, hogyan lehet az ágáramokat a csomópontokhoz rendelni. A függvény leköveti azt is, hogy mennyi időbe tartott a programnak a mátrixot összerakni, ezt egy *t* változóban tárolja, a program teljesítményének optimalizációjához később hasznos információ lesz. A címkék lekérdezésére is lehetőség van itt. Szorosan kötődik az osztályhoz a

„NetworkUtils” osztály (implementáció kapcsolat), mely további funkciókat biztosít: *opts* struktúra kezelése, melyben olyan változók vannak, amikkel egy metódus működését tudjuk befolyásolni, esetünkben a legfontosabb a „Network” assemble, ahol kiválaszthatjuk, hogy ritka (sparse) vagy normál mátrixokat használjon, valamint arra is lehetőség van, hogy minden ágáramot megtartsen változóként, több információt szolgáltatva a hálózatról. Ezekről az opciókról a 4. fejezetben lesz még szó, amikor teszteljük a különböző módszereket. A printSolution kiírja a hálózatban lévő világokat, elemeket, csomóponthoz tartozó feszültségeket, ágak áramait, feszültségeit és az elemek feszültség-áram jellemzőit. A „Network” osztály assemble metódusa által létrehozott MNA mátrixban lévő egyenletrendszer megoldása is a „NetworkUtils” osztályban található solve függvény néven.

A „Constraint” osztály egyik leszármazottja a „Ground” osztály, mely 'gnd' címkével lát el egy vagy több csomóponthoz tartozó kényszert a hálózatban, amelyet innentől földpotenciálú csomópontként kezelünk.

A „Component” osztály a másik, amelyben a komponensek csomópontokat kötnek össze ágakkal, például az ellenállás két csomópontot egy ággal, a feszültségvezérelt áramforrás pedig négy csomópontot két ággal. A *getbranches* metódus megadja, hogy az adott elem árama (*i*) hogy folyik a csomópontokba, másik metódusa a *getCharacteristics*, mely a (2.30) egyenlet formájában lekéri az elem karakterisztikáját.

A „Component” osztály két leszármazottja azonos elven működik, annyi a különbség, hogy a „OnePort” osztályban két csomópont között folyik egy áram, a setNodes két csomópont ellenőriz, amiknek azonos világban kell lenniük, míg a „TwoPort” osztályban négy csomópont között folyik két áram és a setNodes négy csomópont ellenőriz, hogy páronként megegyeznek-e világaik. Mindkét osztályból származtatunk le elemeket, melyeknek van attribútumuk és karakterisztikájuk, amiket ismét a (2.28) egyenlet mátrixai formájában adunk meg. „TwoPort” osztályban kétkapuk vannak, mint az elektromechanikai átalakító és az áramvezérelt feszültségforrás, a „OnePort” osztályban pedig egykapuk, mint a feszültségforrás vagy kondenzátor. Egy közös gyűjtőcsoportot hoztunk létre „Impedance” néven azon passzív elemek számára, melyek leírhatók impedanciakarakterisztikával, mint az ellenállás és a tekercs. Ezeket az elemeket, ha sorba vagy párhuzamosan kötjük, akkor az eredő impedancia kiszámítása mindig ugyanúgy történik, erre szolgálnak a „Parallel” és a „Series” osztályok. Az

„Impedance” osztályban operátor túlterheléssel az is meg van valósítva, hogy a soros kapcsolást a „+” a párhuzamos kapcsolást pedig a „^” operátor valósítja meg.

3.2 Mechanikai és akusztikai hálózatok modellezése

Ebben az alfejezetben azt fogjuk tárgyalni, hogy hogyan lehet kibővíteni az algoritmust az elektromoson kívül más hálózatokra, melyekben ugyanúgy érvényesek a Kirchhoff-törvények (2.1). A dolgozatban ezt mechanikus és akusztikus világként neveztem meg. A „World” osztály felelős a világok létrehozásáért, változói a *potential*, *current*, *time* együtt meghatároznak egy hálózatot. Emiatt az osztályban előre megírt esetek vannak, hogy milyen mértékegység kombináció milyen világot ad ki, például az elektronikus világban a feszültség Volt, az áram Amper az idő pedig másodpercben van, a mértékegység prefixuma megváltoztatható, a program automatikusan létrehoz koherens egységrendszert. Lehetőség van más mértékegységeket használni, amennyiben kombinációjuk koherens. Amikor egy világot létrehozunk és elkezdünk az add függvény segítségével elemeket hozzáadni ahhoz a hálózathoz, amiben a világ van, akkor lehetőségünk van megadni, hogy milyen mértékegysége legyen, amit ellenőriz az osztályokban meghívott isCompatible függvény, de ha nem adunk meg mértékegységet, akkor a világ és az elem típusa alapján az osztály metódusa hozzárendeli az alapegységet. Éppen ezért nincs szükség arra, hogy külön megírjuk a mechanikai és akusztikai elemeket, mivel a (2.1) táblázat analógiáit követve már megvannak az elemek, például, ha mechanikai világban vagyunk, akkor egy kondenzátor hozzáadása egy rugó hozzáadását fogja jelenteni.

3.3 Frekvenciatartományba való kiterjesztés

Alapvető fontosságú a hálózatanalizátorban, hogy tudjon frekvenciatartományban számolni, mert a legtöbb elem frekvenciafüggő, és míg időtartományban differenciálegyenlet írja le a karakterisztikájukat, addig frekvenciatartományban egyszerű algebrai egyenleteket használunk.

A frekvenciafüggőség tárolását úgy oldjuk meg, hogy a (2.28) egyenletben lévő változókat, melyeket kétdimenziós mátrixként írunk fel az MNA algoritmusban kiegészítjük háromdimenziós mátrixokká, ahol a harmadik dimenzió a frekvenciavektor tárolásáért felelős. Ezt a „Network” osztályban az assemble metódus kapja meg, a kapcsolatmátrix létrehozásánál még nincs szükség a frekvenciavektorra, mert a hálózat topológiája minden frekvencián

megegyezik. A harmadik dimenzió nagysága a frekvenciavektor számosságától függ. A mátrix harmadik dimenziójának az MNA algoritmus során nincs szerepe, az egyenleteket ugyanúgy megkapja a program és elvégzi a mátrixon a partícionálást és egyéb műveleteket. A változás a „NetworkUtils” `solve` függvényénél van, amikor a (2.30) egyenlet alapján kiszámoljuk az x vektor értékét (amiben a változók vannak), akkor az $M^{-1}b$ művelet elvégzésénél ciklussal végig megyünk az összes frekvenciaértékkel és a kapott eredményként kapott x mátrix oszlopaiban lesznek az egyes frekvenciákhoz tartozó megoldásvektorok. Ahhoz, hogy az elemek frekvenciafüggőségét figyelembe vegyünk, nem elég az `assemble` metódussal kezelni a frekvenciavektort, minden elemnél a „Component” osztály `getCharacteristics` függvényében ki kell egészíteni (2.28) egyenletben lévő karakterisztikus változókat háromdimenziós mátrixokká, a ténylegesen frekvenciafüggő elemeknél itt bevihető bármilyen általános frekvenciafüggő viselkedés.

Ezekkel a változtatásokkal lehetőségünk van úgy megírni a tesztprogramokat, hogy egy frekvenciavektort is megadunk, és minden frekvenciaértéken kapunk egy eredményt minden változóra.

3.4 Hibakezelés

Amennyiben a hálózatanalizátorban a felhasználó reguláris hálózatokat hoz létre és a komponensek mértékegységeit a világoknak megfelelően adja meg, az algoritmus mindig ki fogja tudni adni az eredményként számontartott változók értékét. Az azonban nem garantálható, hogy a felhasználó így jár el, ezért ez az alfejezet a metódus Matlabos implementációjának hibakezelési módszereit mutatja be.

Egy új komponensnél, amennyiben adunk meg mértékegységet, akkor a (3.2 alfejezetben már említett) „Unit” osztály `isCompatible` függvénye ellenőrzi, hogy az osztályban található mértékegységet adtuk-e meg, úgy, hogy mivel minden *constraint* számára megvan az, hogy melyik *network*-be tartozik, annak meg adott a világa, ezért `get` függvényekkel az algoritmus meg tudja határozni, hogy milyen unit kéne, hogy tartozzon a komponenshez, és amennyiben a mértékegység nem oda való, hibaüzenetet kapunk.

Mértékegységekkel egy másik hibalehetőség az, amikor az egyenletrendszer egyes változói között nagy a nagyságrendi különbség, ekkor a program számábrázolásának végessége miatt hiba kerül az egyenletrendszerbe, az eredményeknél a kis értékű változók nagy hibát fognak

adni. Ilyen nagyságrendi hiba esetén a program figyelmeztet arra, hogy a mátrix szinguláris vagy közel szinguláris, hibák lesznek a megoldásban. A problémán segít, ha megfelelő koherens egységrendszert választunk, például tekercs induktivitásánál millihenry-ket venni általában egyszerűbb.

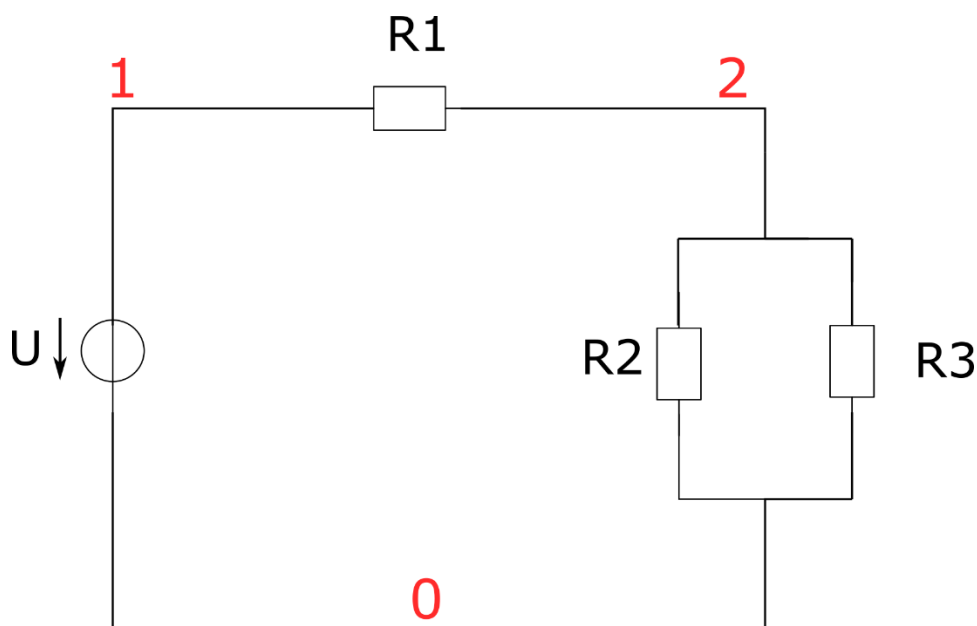
Egy másik lehetséges hiba, hogy a hálózat felépítése nem megfelelő, például az M MNA mátrix szinguláris lesz, azaz nem invertálható és a rangja kisebb, mint amekkorák a mátrix dimenziói, ilyenkor végtelen megoldása van az egyenletrendszernek. Ez a hiba felmerülhet például akkor, amikor nem jelölünk ki földpotenciálú csomópontot, mivel az egy önkényes referenciapont, a csomóponti feszültségek bármilyen értékűek lehetnek, ha a különbségük állandó marad. Ugyanez a probléma azon nem reguláris elrendezéseknél, mint a sorba kötött áramforrások és a párhuzamosan kötött feszültségforrások. Ezen esetekben a program figyelmeztet minket arra, hogy szinguláris a rendszer mátrix és az eredményeket tartozó mátrixban se lesznek számértékek.

4 Tesztelés

4.1 Egyszerű elektronikai rezisztív hálózatok

Ebben az alfejezetben a legegyszerűbb példahálózatokat tesztelem:

4.1.1 Példahálózat



4.1. ábra: Egyszerű rezisztív hálózat

A 4.1. hálózat létrehozása a programban:

```
world = World('electric', 'V', 'A', 's'); %Network világát létrehozzuk
net = Network(world); %Network létrehozása
net.add(VoltageSource('U', 10), '0', '1'); %Feszültségforrás hozzáadása
net.add(Resistor('R1', 100, 'Ohm'), '1', '2'); %Ellenállás hozzáadása
net.add(Resistor('R2', 200, 'Ohm'), '2', '0');
net.add(Resistor('R3', 200, 'Ohm'), '2', '3');
net.add(Ground('gnd'), '0'); %Földnek választott csomópont
```

A 4.1. ábrán látható hálózat létrehozásához az alábbi kód tartozik, melyben először létrehozuk azt a világot, amelyikbe a hálózatunk tartozni fog. Amennyiben több különböző világba is fognak tartozni elemek, a hálózathoz lehet még adni világot az `addWorld` funkcióval. Ezután létrehozuk a hálózatot és elkezdjük a komponenseket létrehozni benne. Ehhez a Network osztály `add` függvényét használjuk, melynek argumentumában meg kell adni, hogy milyen komponenst adunk meg. Ennek a komponensnek adunk `label`-t, paraméterének értéket és opcionálisan mértékegységet is (amennyiben nem adunk akkor automatikusan a világban lévő koherens egységrendszer alapján ad mértékegységet a program). Ezután az `add` függvény megköveteli, hogy megadjuk mely csomópontok tartoznak a komponens pólusaihoz (lehet négy vagy két csomópont). Végül a külön kezelt „Ground” kényszert adjuk meg, kiválasztjuk, hogy melyik csomópont vagy csomópontok lesznek a referenciának használt földpotenciálon.

Matlabos eredmény:

Worlds:

```
electric [V, mA, s]: '0', '1', '2'
```

Components:

```
0 - 1 -> [VSRC] 'U': E = 10 V
```

```
1 - 2 -> [RESI] 'R1': R = 100 kOhm
```

```
2 - 0 -> [RESI] 'R2': R = 200 kOhm
```

```
2 - 0 -> [RESI] 'R3': R = 200 kOhm
```

Constraints:

```
[GND] 'gnd', nodes: '0'
```

Nodal potentials:

```
0: 0 V
```

```
1: -10 V
```

```
2: -5 V
```

Branch voltages and currents:

```
'U': U = 10 V, I = -0.05 mA, P = -0.5 mW
```

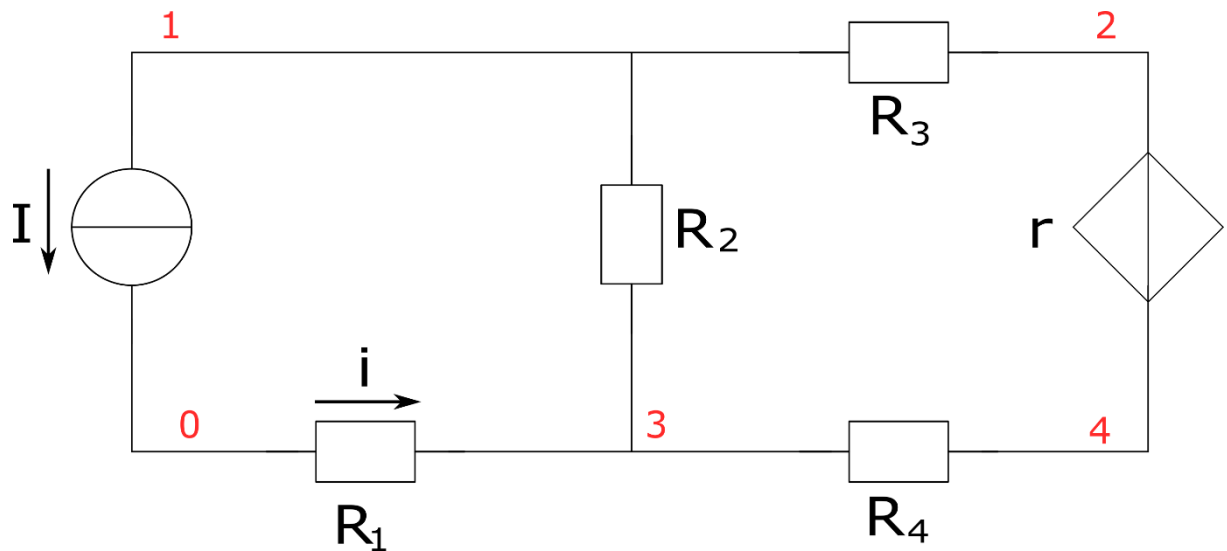
```
'R1': U = -5 V, I = -0.05 mA, P = 0.25 mW
```

```
'R2': U = -5 V, I = -0.025 mA, P = 0.125 mW
```

```
'R3': U = -5 V, I = -0.025 mA, P = 0.125 mW
```

Az eredmények a vártaknak megfelelőek, a két párhuzamos ellenállás eredője szintén 100 kOhm, ezért a kettes csomópont potenciálja feleakkora. A párhuzamos ellenállásokon az áramosztás miatt feleakkora az áram, mint az R_1 -en.

4.1.2 Vezérelt forrás



4.2. ábra: Rezisztív hálózat áramvezérelt feszültségforrással

A 4.2. ábrán lévő áramvezérelt feszültségforrást az R_1 -en átfolyó i áram vezérli.

Matlab adatok és eredmények:

Worlds:

```
electric [V, A, s]: '1', '0', '3', '2', '4'
```

Components:

```
1 - 0 -> [CSRC] 'I': J = 1 A
0 - 3 -> [RESI] 'R1': R = 10 Ohm
1 - 3 -> [RESI] 'R2': R = 5 Ohm
1 - 2 -> [RESI] 'R3': R = 10 Ohm
0 - 3 - 2 - 4 -> [CCVSRC] 'T': R = 100
3 - 4 -> [RESI] 'R4': R = 10 Ohm
```

Constraints:

```
[GND] 'gnd', nodes: '0'
```

Nodal potentials:

1: 16 V

0: 0 V

3: 0 V

2: 58 V

4: -42 V

Branch voltages and currents:

'I': $U = 16 \text{ V}$, $I = 1 \text{ A}$, $P = 16 \text{ W}$

'R1': $U = 0 \text{ V}$, $I = 1 \text{ A}$, $P = 0 \text{ W}$

'R2': $U = 16 \text{ V}$, $I = 3.2 \text{ A}$, $P = 51.2 \text{ W}$

'R3': $U = -42 \text{ V}$, $I = -4.2 \text{ A}$, $P = 176.4 \text{ W}$

'T': $U_1 = 0 \text{ V}$, $I_1 = 1 \text{ A}$, $P_1 = 0 \text{ W}$; $U_2 = 100 \text{ V}$, $I_2 = -4.2 \text{ A}$, $P_2 = -420 \text{ W}$

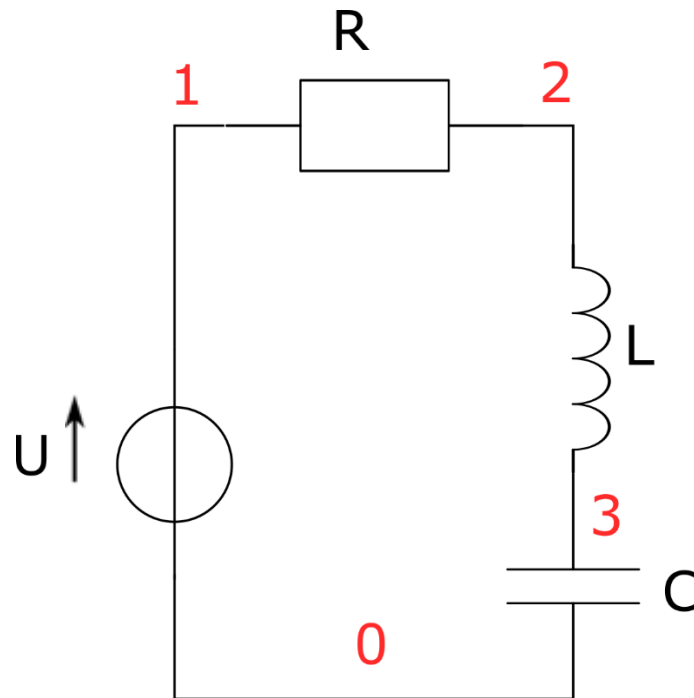
'R4': $U = 42 \text{ V}$, $I = 4.2 \text{ A}$, $P = 176.4 \text{ W}$

Az R_1 ellenálláson az áramforrás átkényszeríti az 1 ampert, ez feszültségforrást vezérlő áram. A vezérelt forrás arányossági tényezője 100, ezért 100 Volt esik a 2es és 4es csomópontok között, a forráson. A hálózat többi csomópontjára is teljesül Kirchhoff áramtörvénye.

4.2 Dinamikus hálózatok

Ebben az alfejezetben már vannak frekvenciafüggő elemek a hálózatban.

4.2.1 Soros RLC kör



4.3. ábra: Soros RLC kör

Adatok:

Worlds:

```
electric [V, mA, us]: '0', '1', '2', '3'
```

Components:

```
0 - 1 -> [VSRC] 'E': E = 1 V
```

```
1 - 2 -> [RESI] 'R1': R = 10 kOhm
```

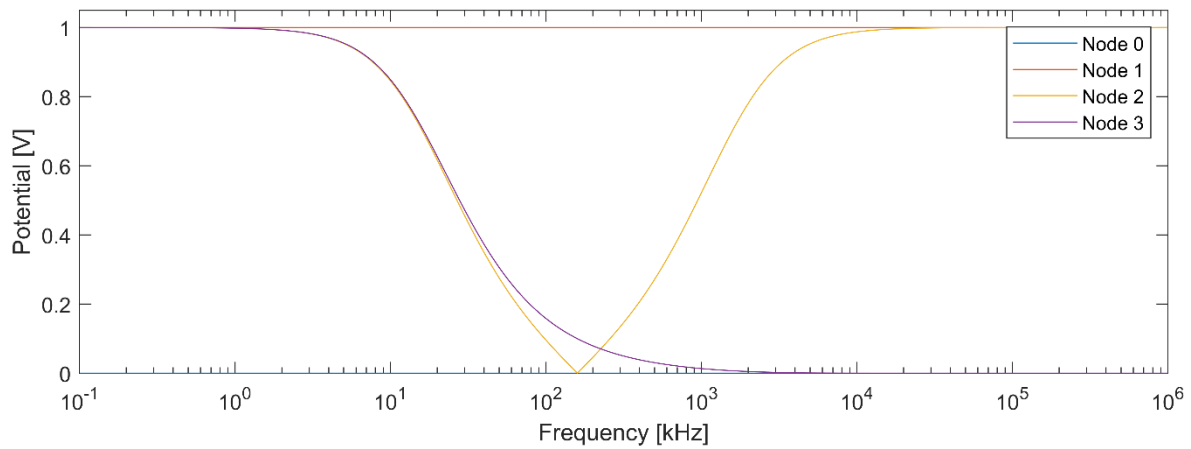
```
3 - 0 -> [CAPA] 'C1': C = 1 nF
```

```
2 - 3 -> [INDU] 'L1': L = 1 mH
```

Constraints:

```
[GND] 'gnd', nodes: '0'
```

A 4.3. ábrán látható tesztnél a csomópontok feszültségeinek abszolútértékeit vizsgáljuk meg a frekvencia függvényében:



4.3. ábra: Soros RLC kör csomóponti potenciáljai

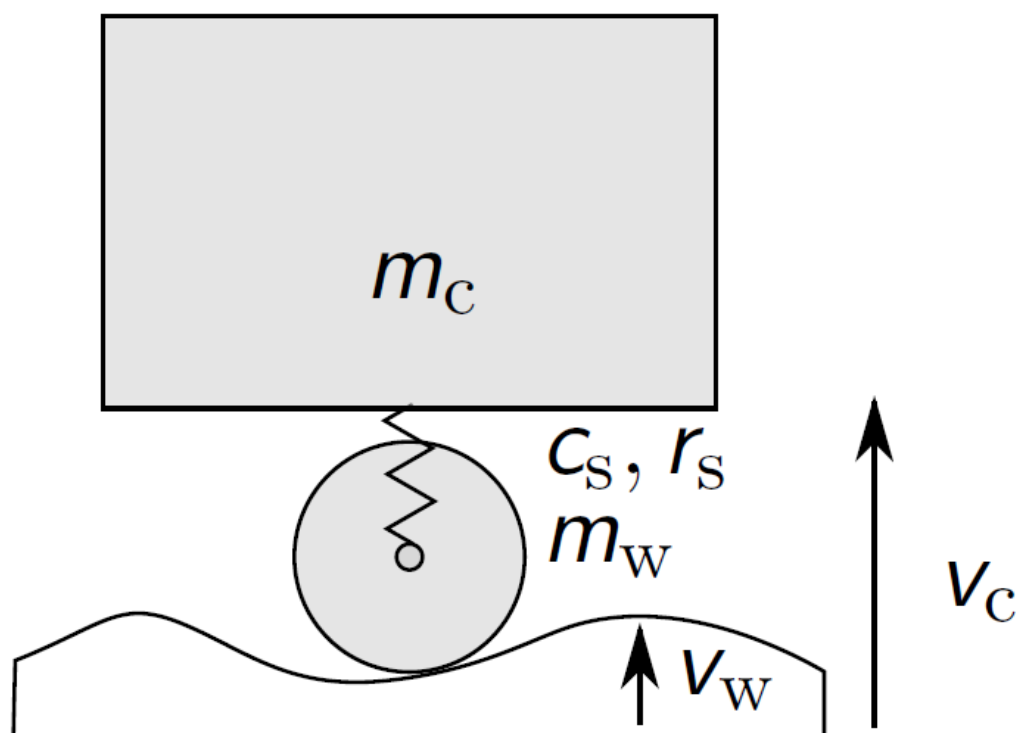
A nulladik csomópont minden frekvencián 0 Volt feszültségű, mert az van földpotenciálon, az első pedig mindig 1 Volt feszültségű, mert a feszültségforrás nem frekvenciafüggő elem, és 1 Volt potenciálkülönbséget kényszerít a 0 és 1 csomópontok közé. A második csomóponton azt a feszültségértéket kapjuk, ami a tekercsen és a kondenzátoron esik. Mivel feszültsézfazoraik 180 fokot zárnak be, ezért a feszültség képzetes része a rajtuk eső feszültségek különbsége. Rezonanciafrekvencián van az az eset, hogy a tekercs és a kondenzátor reaktanciája megegyezik, így a rajtuk eső feszültség értéke is, ezért ezek különbsége 0, ami az ábrán az alábbi frekvencián látható:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (4.1)$$

Amely körülbelül 159 kHz-re jön ki az adatok alapján, az ábrán is ott található a 0 Voltos érték. A harmadik csomóponton a kondenzátoron eső feszültségérték van, kisfrekvencián a kapacitív reaktancia nagy, ezért a feszültség képzetes része mind a kondenzátoron esik, majd a frekvencia növelésével a kapacitív reaktancia csökken, a tekercs induktív reaktanciája pedig nő, ezért a kondenzátoron eső feszültség nagy frekvencián közel nulla.

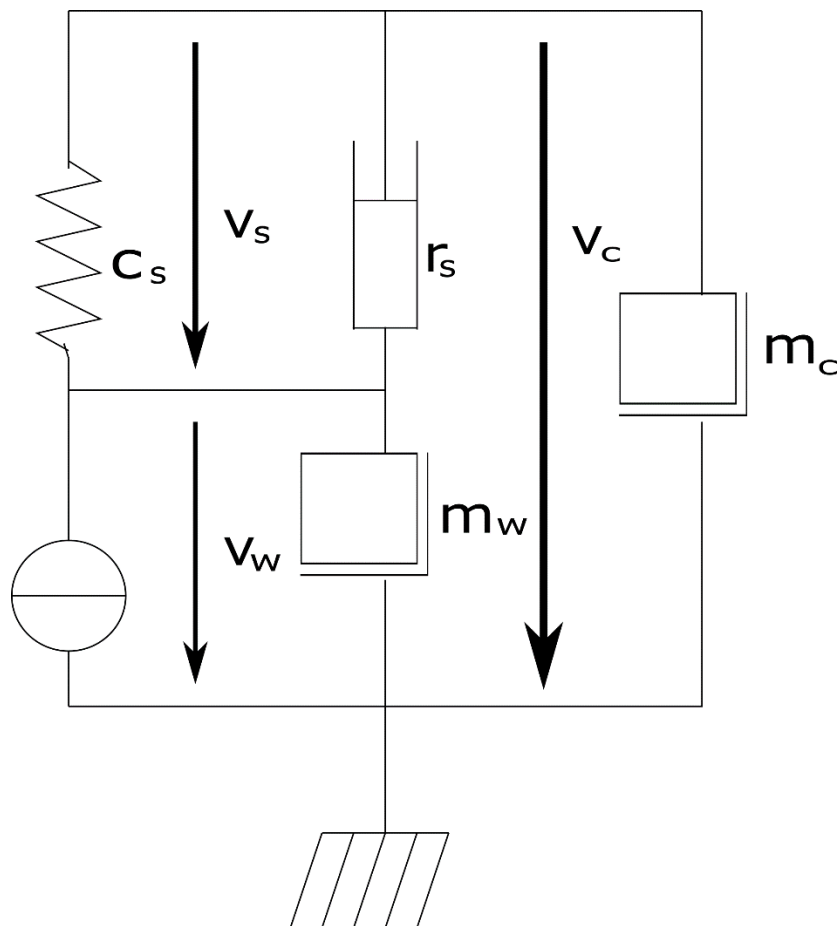
4.2.2 Mechanikai dinamikus hálózat: rugalmas felfüggesztésen nyugvó kocsi

Egy valós mechanikai problémát reprezentálunk: Göröngyös úton haladó autó adott sebességgel halad, az út alulról rázza a kocsit. Az elrendezés a 4.4. ábrán található:



4.4. ábra: Felfüggesztésen nyugvó kocsí

A paraméterek a következőket jelentik: v_w a kerék függőleges irányú sebessége, melyet az útnak a függőleges irányú sebessége határoz meg, ez a rendszer gerjesztése. A kerék tömege m_w . Az m_c paraméter autótömeg, ennek a sebessége v_c , amely rendszerünk válasza lesz, cél az, hogy az autó tömege minél kisebb sebességgel mozogjon, miközben a kerék v_w -vel mozog. További paraméterek a kocsit a kerékekkel összekötő rugó engedékenysége c_s és csillapítása r_s . A rendszer mechanikai helyettesítőképe (4.5. ábra):



4.5. ábra: Felfüggesztésen nyugvó kocsí mechanikai helyettesítőképe

A kerék és a rugó tömegei nincsenek közös sebességen, hiszen az ellentmondana célunknak, mivel az autó sebességét minimalizálni akarjuk, a kerék sebessége pedig a gerjesztősebesség, amit a sebességgenerátor ad. A kocsí sebességét úgy kapjuk meg, hogy a kerék sebességét a csillapító test megnyúlási sebességével összeadjuk.

A Matlabos algoritmus használatából a számunkra fontos érték, az, hogy ha az út egységnyi sebességgel rázkódik, akkor hány egységnyi sebességgel rázkódik a kocsí tömege, ami a v_c/v_w hányados. Az átviteli függvényt két fő tényező befolyásolja, a (4.1)-hez hasonlóan sajátfrekvencia:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{m_c c_s}} \quad (4.2)$$

Valamint a jósági tényező:

$$Q = \frac{\sqrt{m_c}}{r_s \sqrt{c_s}} \quad (4.3)$$

Adatok:

Worlds:

mechanics [N, m s⁻¹, s]: '0', '1', '2', '3'

Components:

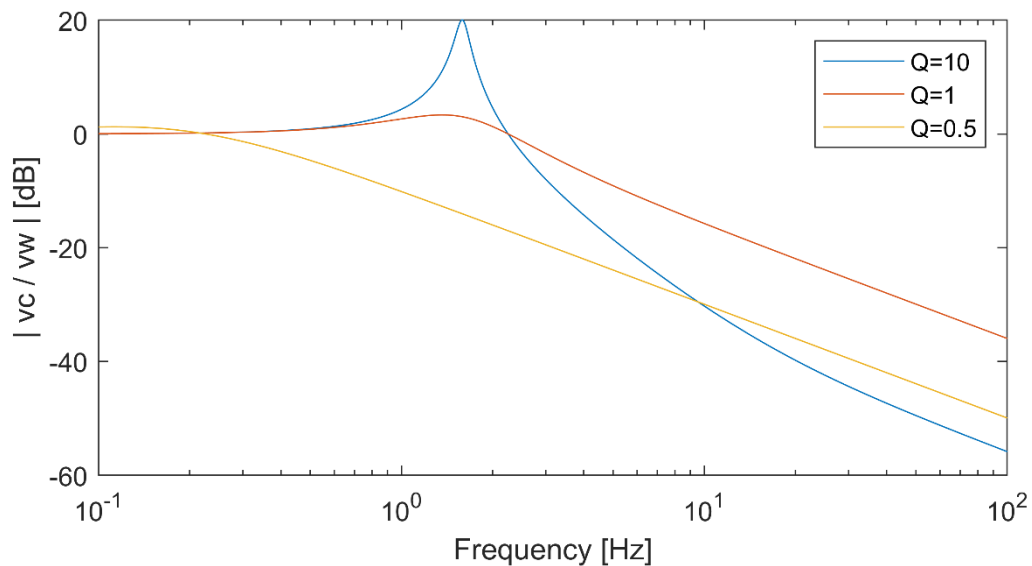
0 - 1 -> [CSRC] 'I': J = 1 m s⁻¹

1 - 2 -> [INDU] 'mw': L = 1 kg

2 - 3 -> [RESI] 'rs': R = 1 kg s⁻¹

3 - 0 -> [CAPA] 'cs': C = 1 kg⁻¹ s²

2 - 0 -> [INDU] 'mc': L = 1 kg



4.6.ábra: Felfüggesztése nyugvó kiskocsi sebessége az út sebességéhez képest

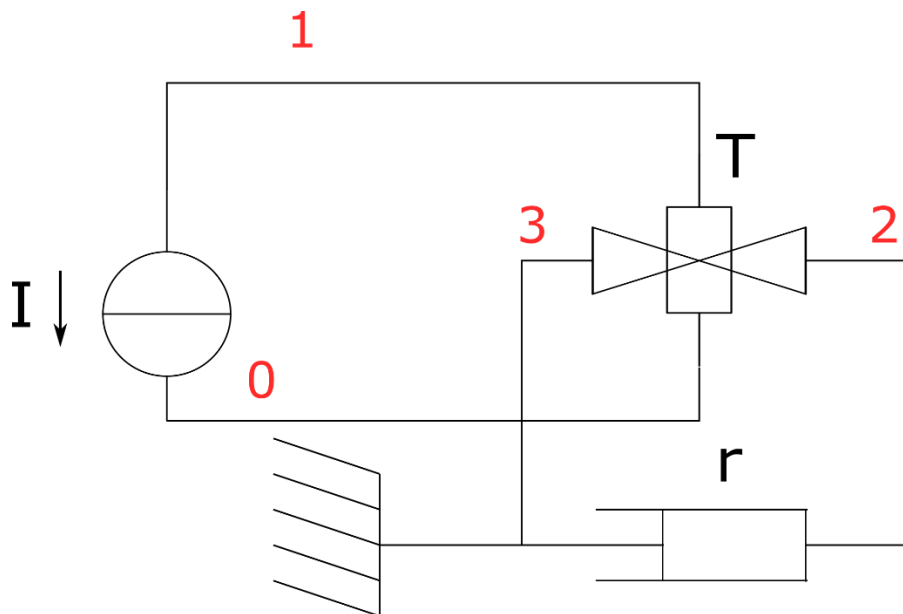
A 4.6. ábrán látható, hogy a rendszer sajátfrekvenciáján van az átvitel maximuma, utána 20dB/dekáddal csökken. Megjegyzendő, hogy mivel sebességgenerátor a gerjesztés, a vele közös sebességre kötött kerék tömege nem befolyásolja a sebességátvitelt. A törésponti frekvencia nem változik különböző jósági tényezőknél. 10 értékű jósági tényezőnél a rendszer alulcsillapított. Ilyenkor a kis csillapítás miatt nagy kiemelést látunk. Sajátfrekvencia felett először 40dB/dekádós csökkenést látunk, a rendszer csak nagyobb frekvenciákon áll be

20dB/dekádos csökkenésre. Nagy csillapítás esetén ($Q = 0.5$) egyből 20dB/dekádos a sebességátvitel csökkenése.

Mindez a valódi alkalmazásban azt jelenti, hogy kisfrekvenciákon az út göröngyösségének sebessége teljes egészében átadódik a kisautónak, sebességátvitel szempontból ez olyan, mintha teljesen merev lenne a rugó. Nagyfrekvencián a rugó gyorsan összehúzódik és kitágul, így a kocsi lényegében állva marad. A köztes frekvenciákon a rendszer sajátfrekvenciáján (mely a kocsi tömegétől és a rugó engedékenységétől függ) akár nagy kilengések is lehetnek rezonanciafrekvencián, a csillapítástól függően. Kisebb csillapításnál rezonanciafrekvencián nagy a kitérés, nagy csillapításnál pedig nagyfrekvencián rontunk többet az átvitelen.

4.3 Elektromechanikus átalakító

Első tesztünkben egy egyszerű kapcsolást vizsgálunk, ahol a csomóponti potenciálok értéke fogja megmutatni az átalakító helyes működését (4.7.):



4.7. ábra: Elektromechanikus átalakító áttétel teszt

Adatok és Matlab eredmény:

Worlds:

```
electric [V, A, s]: '0', '1'
```

```
mechanics [N, m s-1, s]: '2', '3'
```

Components:

0 - 1 -> [CSRC] 'I': J = 1 A

0 - 1 - 2 - 3 -> [EMT] 'T1': T = 5

2 - 3 -> [RESI] 'R': R = 1 kg s⁻¹

Constraints:

[GND] 'gnd', nodes: '0'

[GND] 'fold', nodes: '3'

Nodal potentials:

0: 0 V

1: 25 V

2: 5 N

3: 0 N

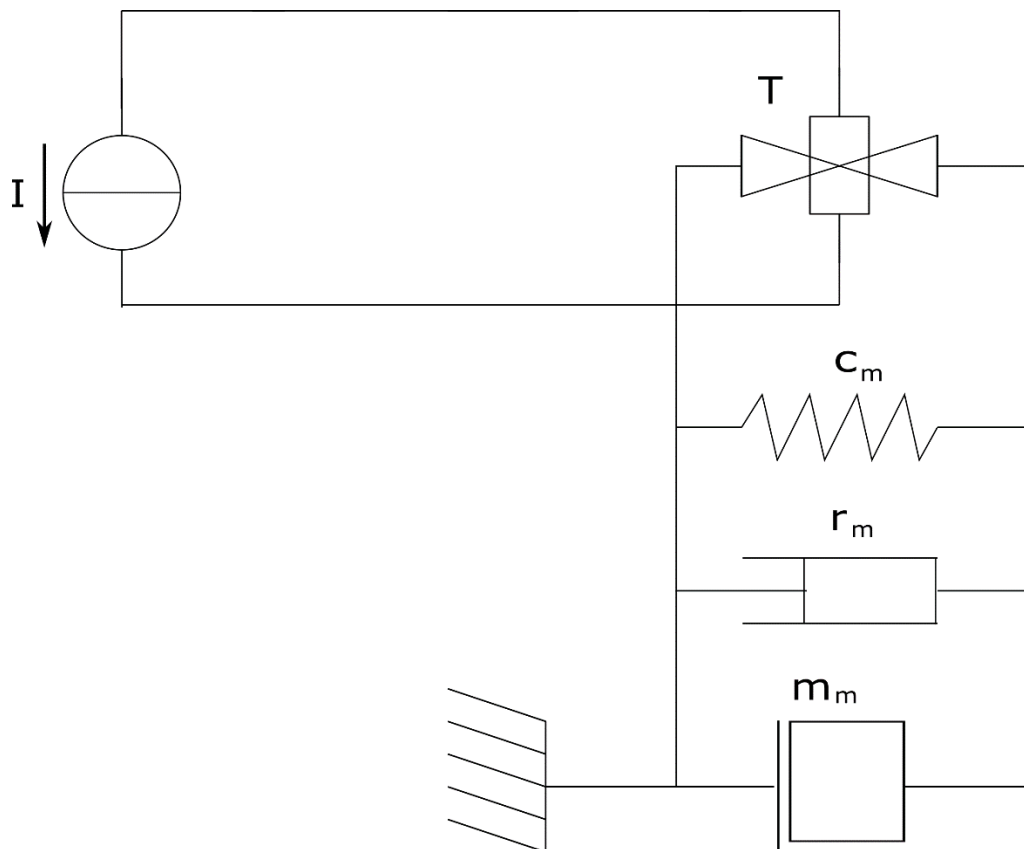
Branch voltages and currents:

'I': U = -25 V, I = 1 A, P = -25 W

'T1': U1 = -25 V, I1 = -1 A, P1 = 25 W; U2 = 5 N, I2 = -5 m s⁻¹, P2 = -25 W

'R': U = 5 N, I = N/A, P = N/A

A csomóponti potenciálok megfelelnek a vártaknak. A 0 és 3 csomópontok földpotenciálon vannak és így 0 Volt és Newton az eredményt. A kettes csomóponton az erő értéke 5 Newton, mert az áttétel értéke 5 és 1 Amper folyik az elektromos oldalon. Ez az 5 Newton az 1kg/s csillapítást 5 m/s sebességgel mozgatja, amely az elektronikus oldalon az 5 értékű áttét miatt 25 Voltként jelenik meg, mely a kettes csomópont potenciálja. Látható, hogy az átalakító egy passzív áramköri elem, mivel $P_1 + P_2 = 0$.



4.8. ábra: tömegrugó rendszer elektromechanikus átalakítóval

Adatok:

Worlds:

electric [V, A, s]: '0', '1'

mechanics [N, m s⁻¹, s]: '2', '3', '4', '5'

Components:

0 - 1 -> [CSRC] 'I': J = 1 A

2 - 3 -> [CAPA] 'k': C = 2 kg⁻¹ s²

3 - 4 -> [INDU] 'm': L = 0.5 kg

4 - 5 -> [RESI] 'r': R = 0.1 kg s⁻¹

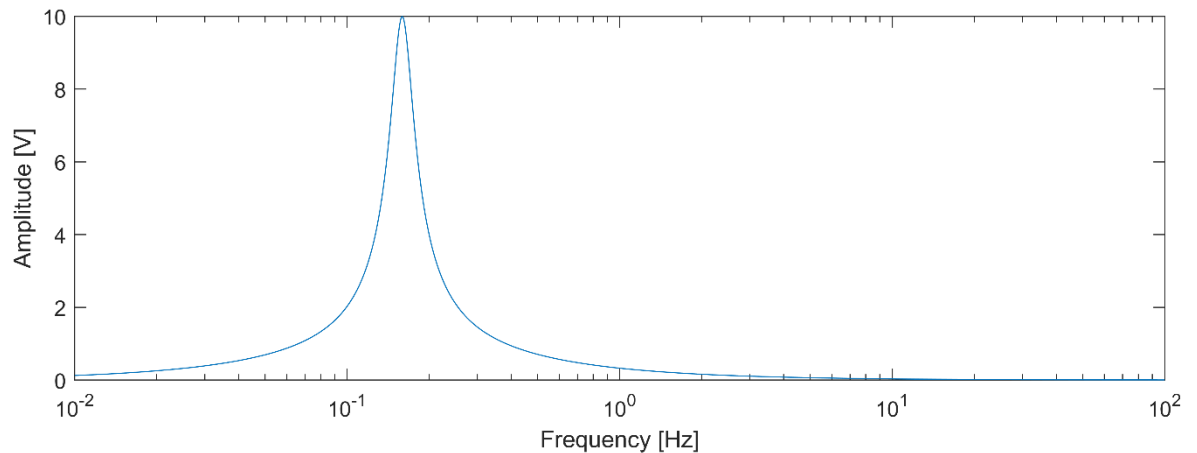
0 - 1 - 2 - 3 -> [EMT] 'T1': T = 5

Constraints:

[GND] 'gnd', nodes: '0'

[GND] 'gnd2', nodes: '5'

A 4.8. ábrán látható hálózat a 2.1-es táblázat analógiái alapján az elektromechanikai átalakítón át az elektromos oldalról nézve megfeleltethető egy soros RLC körnek. A következő ábrán a frekvencia függvényében ábrázolom az átviteli függvény abszolútértékét:

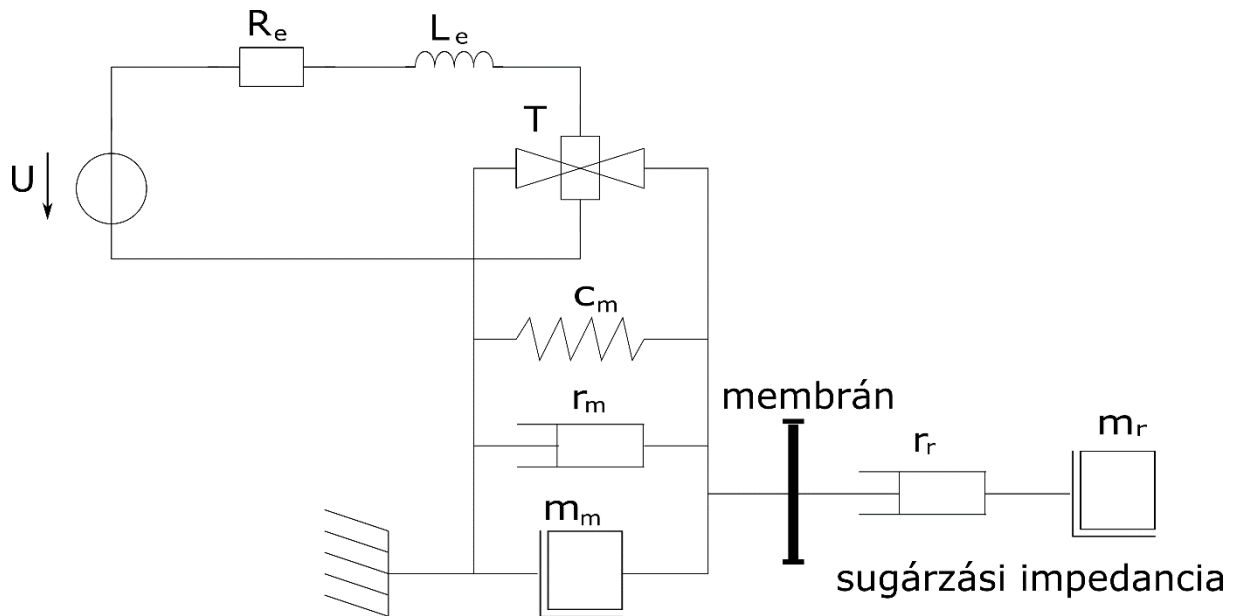


4.9. ábra: tömegrugó rendszer átviteli függvénye

Látható, hogy a frekvencia függvényében az átviteli függvény (4.9. ábra) abszolútértéke sajátfrekvencián (4.1) maximális. Ez az érték a csillapítástól függ, minél kisebb a csillapítás, annál nagyobb választ ad a rendszer.

4.4 Dinamikus hangszóró

A dinamikus hangszóró modelljében megtalálhatóak elektronikus, mechanikai és akusztikai komponensek is, ennél fogva szükség lesz elektromechanikai és mechanikai-akusztikai átalakítóra is benne. A hangszóró elektronikus része a mágneskör, amiben van egy állandó mágnes gyűrű alakban lágyvas körül, melyben hagyunk ki légrést, amiben konstans mágneses indukció alakul ki, ezeket sorba kötött RL taggal reprezentálunk. Ehhez kapcsolódik a mechanikai rész, ahol ebbe a légrésbe lógatjuk a lengőcsévét, valamint rugalmas membránt függesztünk fel egy keretre, amit a lágyvasra rögzítettünk. Amikor a membrán megmozdul, akkor a tömege is megmozdul, valamint a lengőcséve is, ezért ezeket közös sebességre kötjük be és tömeggel (lengőcséve és membrán), rugóval (felfüggesztés), valamint csillapítással (felfüggesztés) reprezentálunk. Az akusztikai rész ott fog bekapcsolódni, hogy a membrán megmozdulása hangot sugároz le a levegőbe, aminek lesz tehetetlen impedanciája. A membránt terhelő levegőt modellezzük, azzal a tömeggel, ami együtt rezeg a membránnal és sugárzási ellenállással. Az elrendezés helyettesítőképe a 4.10. ábrán található.



4.10. ábra: Dinamikus hangszóró

4.4.1 Bemeneti impedancia

A hangszóró bemeneti impedanciája fontos paraméter az őt meghajtó végfok kiválasztásához, valamint a túl nagy disszipált teljesítmény elkerüléséhez, amely az eszköz leégését is okozhatja. A bemeneti impedancia:

$$Z_{in} = R_e + j\omega L_e + T^2 \frac{j\omega c_m}{1 + j\omega r_m c_m - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}} \quad (4.4)$$

Ahol ω_0 A (4.1) egyenlethez hasonlóan:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{m_m c_m}} \quad (4.5)$$

ω_0 itt a hangszóró adatlapján megadott mechanikai rezonanciafrekvenciája.

Matlabos adatok:

Worlds:

```
electric [V, A, s]: '0', '1', '2', '3'
```

```
mechanics [N, m s-1, s]: '4', '5', '6', '7', '8'
```

```
acoustic [Pa, m3 s-1, s]: '9', '10'
```

Components:

```
0 - 1 -> [VSRC] 'U': E = 1 V
```

```
1 - 2 -> [INDU] 'L1': L = 0.003 H
```

```
2 - 3 -> [RESI] 'R1': R = 1.87 Ohm
```

```
0 - 3 - 4 - 8 -> [EMT] 'T1': T = 14.7
```

```
4 - 5 -> [CAPA] 'C1': C = 0.0014 kg-1 s2
```

```
5 - 6 -> [INDU] 'L2': L = 0.0089 kg
```

```
6 - 7 -> [RESI] 'R2': R = 1.18 kg s-1
```

```
8 - 7 - 10 - 9 -> [MEAC] 'S1': S = 0.00849
```

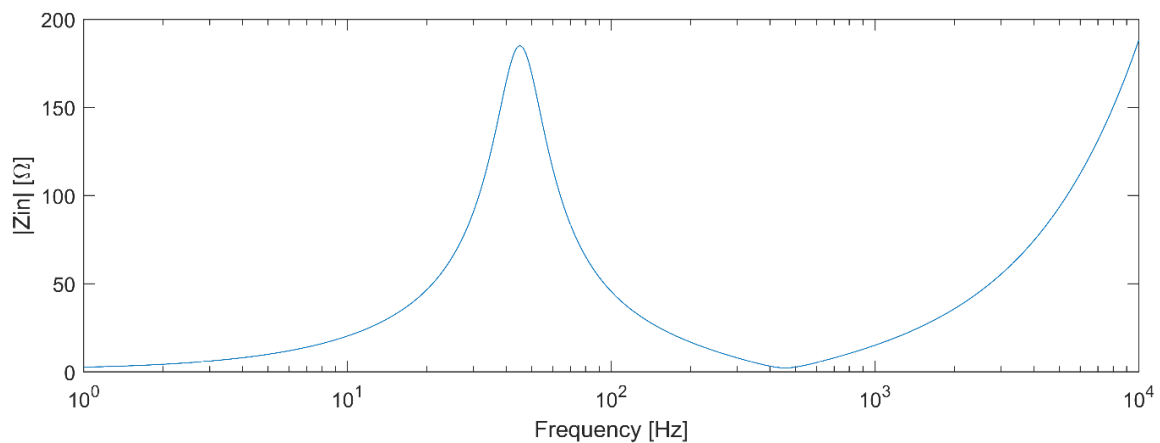
```
9 - 10 -> [RESI] 'R3': R = 3.2 AcOhm
```

```
9 - 10 -> [INDU] 'L3': L = 2.29e-06 kg m-4
```

Constraints:

```
[GND] 'gnd', nodes: '0' [GND] 'fold', nodes: '8'
```

```
[GND] 'fold2', nodes: '10'
```



4.11. ábra: Dinamikus hangszóró bemeneti impedanciagörbéje

A 4.11. ábrán látható, hogy hangszóróban a mechanikai rendszer rezonanciafrekvenciáján lesz egy lokális maximum, melynek nagyságát csak r_m veszteségi tag korlátozza, nagysága függ a T áttételtől. A (4.4) kifejezésnek megfelelően kisfrekvencián az elektromos oldalon lévő lengőtekercs ellenállása dominál, aztán a rezonanciafrekvencián túl a tekercs induktivitása, ezért nagyfrekvencián a bemeneti impedancia a végtelenbe tart.

4.4.2 A hangszóró átvitele

Feladatunk a hangszóró érzékenységének frekvenciafüggését meghatározni. Ezt az átvitelt úgy határozzuk meg, hogy a hangszóróba betáplált feszültségre vizsgáljuk a tőle 1 méterre lévő hangnyomást, mely a hangszóró membránjának gyorsulásával egyenesen arányos. Az a változó, amelyikhez legkönnyebben a hozzáférésünk van, az a mechanikai oldalon lévő sebesség, amelyen az elemek vannak. Frekvenciatartományban a gyorsulást a sebességből egy $j\omega$ szorzóval könnyedén megkaphatjuk, tehát az átvitel:

$$H(\omega) = j\omega \frac{V(\omega)}{U(\omega)} \quad (4.6)$$

Az átvitelt befolyásolni fogja a rezonanciafrekvencia (4.5) valamint a jósági tényező, amely a (4.3) -hoz hasonlóan:

$$Q = \frac{1}{\omega_0 c_m \left(\frac{T^2}{R_e} + r_m \right)} \quad (4.7)$$

A jósági tényező a 4.2.2 feladatban megismertekhez hasonlóan fogja befolyásolni az átvitelt, nagyobb értékeknél a rendszer alulcsillapított, rezonanciafrekvencián nagyobb lesz a csúcs, kisebb értékeknél pedig a túlcsillapított rendszer kisebb kiemelkedéssel, a törésponti frekvenciánál csak nagyobb frekvenciánál áll be.

Matlab adatok:

Worlds:

electric [V, A, s]: '0', '1', '2', '3'

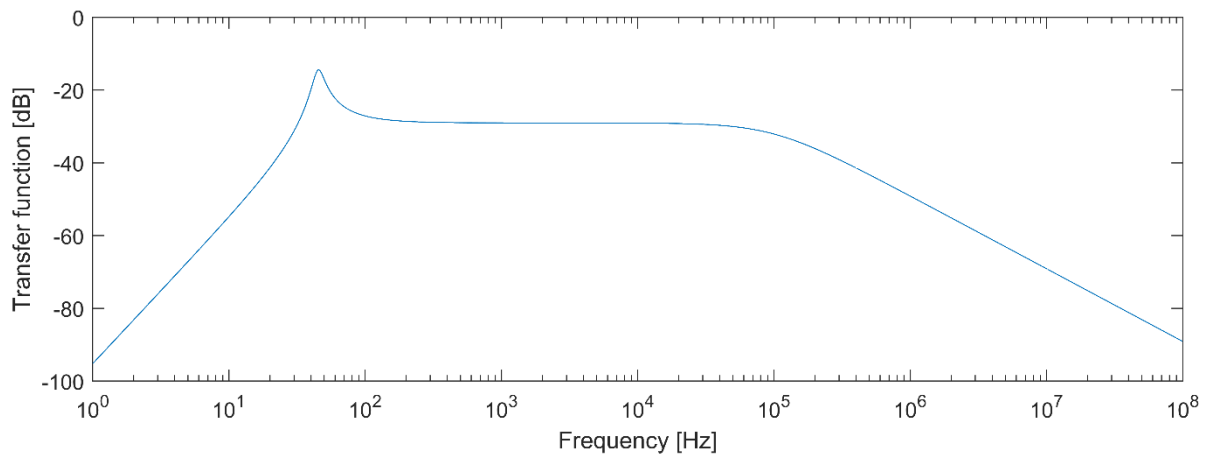
mechanics [N, m s⁻¹, s]: '4', '5', '6', '7', '8'

acoustic [Pa, m³ s⁻¹, s]: '9', '10'

Components:

0 - 1 -> [VSRC] 'U': E = 0.001 V

1 - 2 -> [INDU] 'L1': L = 0.003 H
 2 - 3 -> [RESI] 'R1': R = 1870 Ohm
 0 - 3 - 4 - 8 -> [EMT] 'T1': T = 0.588
 4 - 5 -> [CAPA] 'C1': C = 0.0014 kg⁻¹ s²
 5 - 6 -> [INDU] 'L2': L = 0.0089 kg
 6 - 7 -> [RESI] 'R2': R = 0.472 kg s⁻¹
 8 - 7 - 10 - 9 -> [MEAC] 'S1': S = 0.00849
 9 - 10 -> [RESI] 'R3': R = 3.2 AcOhm
 9 - 10 -> [INDU] 'L3': L = 2.29e-06 kg m⁻⁴

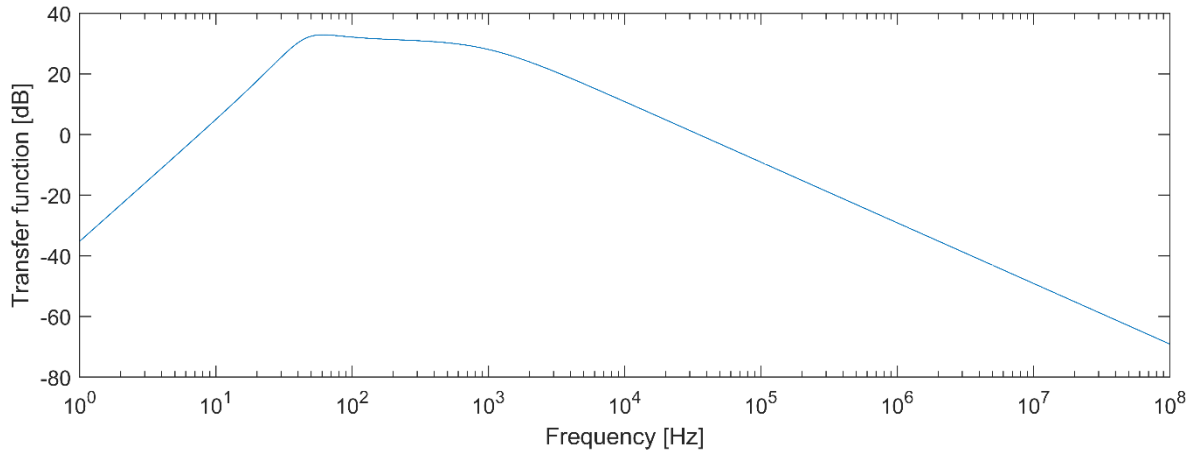


4.12. ábra: Dinamikus hangszóró átviteli függvénye

Ahogy a 4.12. ábra mutatja, az átviteli függvény amplitúdómenete törésponti frekvencia alatt 40dB/dekád, a törésponti frekvencia a mechanikai rendszer rezonanciafrekvenciája. Jelen esetben a jósági tényező viszonylag magas ($Q = 5$), az alulcsillapított rendszer nagy értékű csúcsot eredményez. A rezonanciafrekvencia után viszonylag konstans az átvitel, majd a sugárzási impedancia miatti ω_r töréspont után -20dB/dekásod meredekséggel változik az átvitel. A töréspont értéke:

$$\omega_r = \frac{r_r}{m_m \times m_r} \quad (4.8)$$

A jósági tényező csökkentésével ($Q=1$) a csúcs amplitúdója csökken, az amplitúdómenet előbb állt be állandóba, majd ω_r töréspont is előrébb került (4.13. ábra):

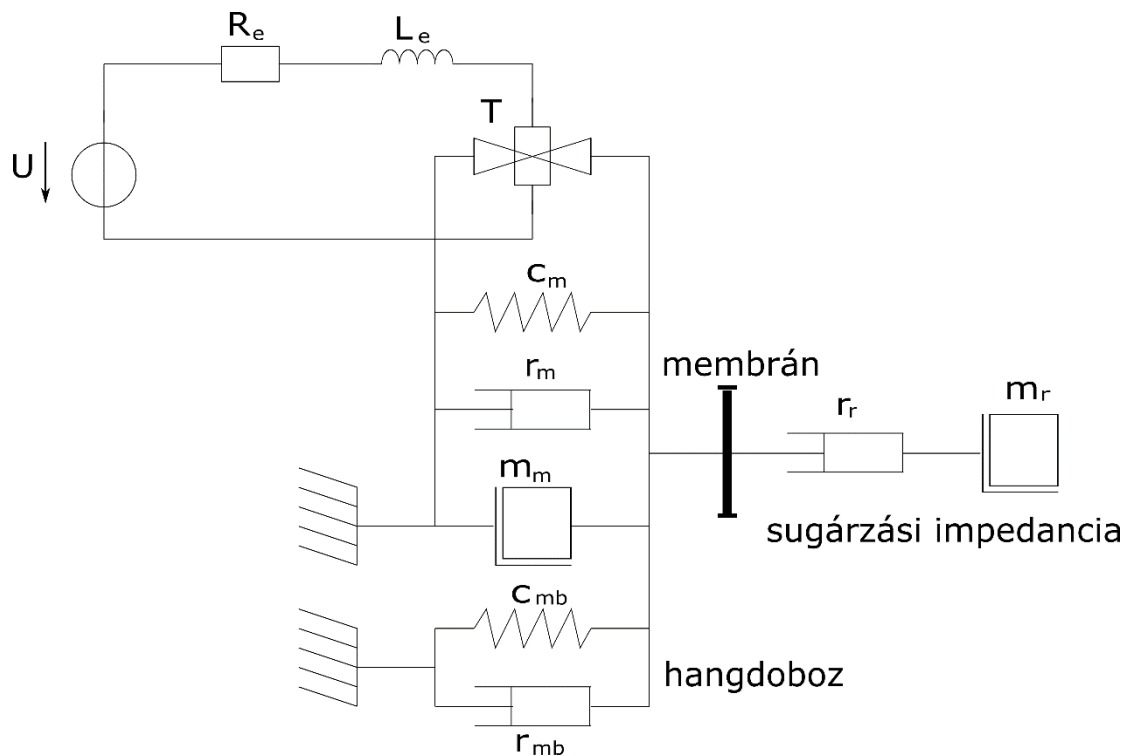


4.13. ábra: Jósági tényező csökkenésének hatása a frekvenciamenetre

A 40dB/dekádós emelkedés és 20dB/dekádós csökkenés továbbra is fennáll.

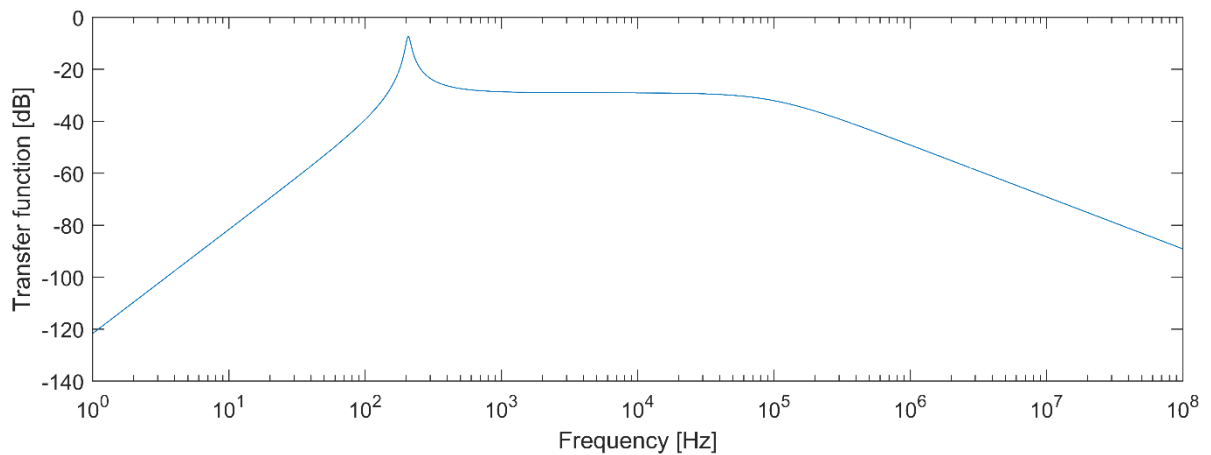
4.4.3 Dobozolás hatása

Az előző alfejezetekben a hangszóró végtelen falba ágyazva volt vizsgálva, azonban a gyakorlatban az akusztikai rövidzár megszüntetése céljából a hangszórót zárt dobozban szoktuk elhelyezni. Ezeknek hatása a helyettesítőkép mechanikai hálózatrészében található:



4.14. ábra: Dinamikor hangszóró dobozolva

A dobozba bezárt levegőmennyiség megkeményíti a membránt, csökkenti a rugóengedékenységet, ezt a hatást reprezentálja c_{mb} engedékenység, valamint van még r_{mb} súrlódásos vesztesége is. Közös sebességre kerülnek a meglévő mechanikai elemekkel, mert a dobozba zárt levegő ugyanolyan sebességgel mozog, mint a membrán. A dobozhoz tartozó rugóengedékenység a doboz térfogatától és membrán felületétől függ. Elektronikai helyettesítőképből a két elem sorba van kötve a tömegrugó rendszerrel, tehát a kapacitások repluszolódnak, a veszteségi ellenállás pedig hozzáadódik a mechanikaihoz.



4.15. ábra: Dobozolás hatása az átviteli függvényre

A 4.15. ábrán a 4.12.-es ábrához tartozó hangszóró átviteli függvénye látható, melyhez hozzáadtunk egy rugót és egy csillapítást. Látható, hogy a rezonanciafrekvenciája megnőtt, valamint a jósági tényezője is. A rezonanciafrekvencia növekedésének hátránya, hogy felfelé tolja el a sugárzási tartományt, ezért a dobozon megfelelően méretezett nyílásokat szoktak hagyni, vagy a dobozolás hatását lehet csökkenteni r_{mb} növelésével (doboz tömése).

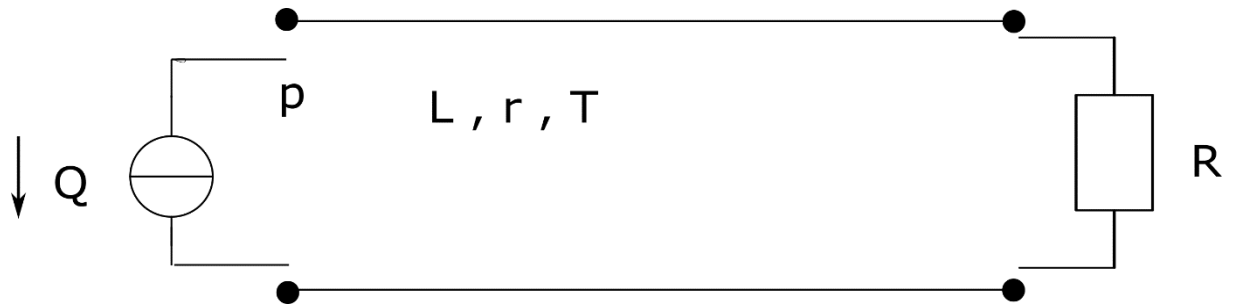
4.5 Akusztikai hullámvezető

Az akusztikai hullámvezető egy olyan fizikai szerkezet, amely alkalmas hanghullámok vezetésére. Elosztott paraméterű modellre akkor van szükség egy hullámvezetőnél, amennyiben a hullámvezető hossza a hullámhosszhoz képes ($L > \lambda/8$). Egyszerűsített modellekben nincs veszteség és a hanghullám zavartalanul terjed, de a valóságban vannak fali veszteségek, melyek a súrlódásból, hőcseréből adódnak. Ilyenkor a hanghullámok veszítenek energiájukból, csökken amplitúdójuk. Erre a csökkenésre többféle modell létezik, a dolgozatban a Zwikker-Kosten féle modellt fogjuk használni. [10]

Elosztott paraméterű cső modellünkben paraméterként meg kell adni a cső hosszát (L), bemenetének és kimenetének átmérőjét (r), a hőmérsékletet (T) és azt, hogy milyen faliveszteségmodellt használunk.

4.5.1 Rövidzárral lezárt cső

Rövidzárát úgy modellezzük, hogy 0 ohm-os ellenállást helyezünk a cső végére a 4.16. ábra modellje szerint.



4.16. ábra: Ellenállással lezárt cső

Matlab paraméterek:

Worlds:

```
acoustic [Pa, 1e-06 m^3 s^-1, s]: '1', '0', '3', '2'
```

Components:

```
1 - 0 -> [CSRC] 'Q': J = 1 1e-06 m^3 s^-1
```

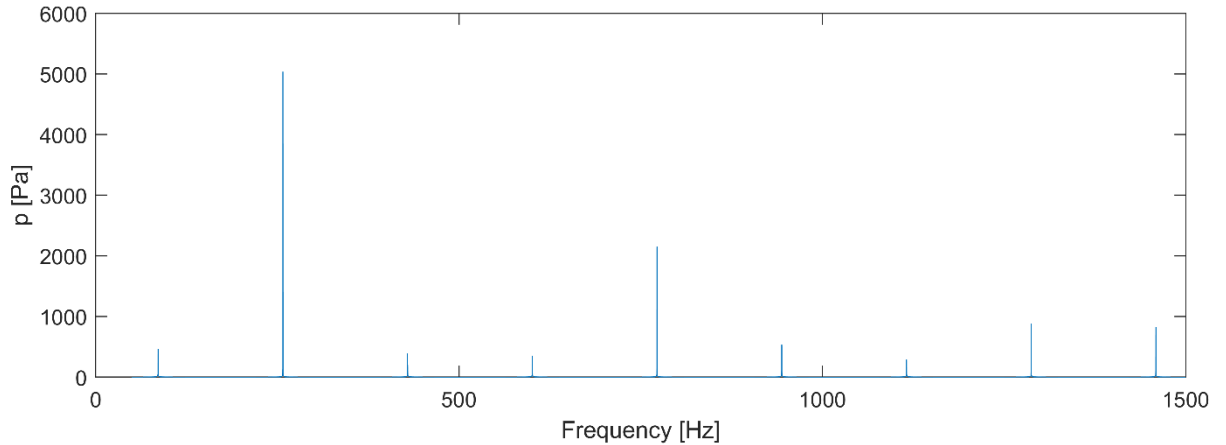
```
1 - 0 - 3 - 2 -> [TUBE] 'T1': L = 1 m, r = [0.025 0.025] m, T = 20 C
```

```
3 - 2 -> [RESI] 'ZL': R = 0 MAcOhm
```

Constraints:

```
[GND] 'gnd', nodes: '0', '2'
```

Mint ahogy a program is mutatja a paramétereken, a cső bemenetén térfogatsebesség generátor van, kimenetén pedig 0 ohmos ellenállás, azaz rövidzár.

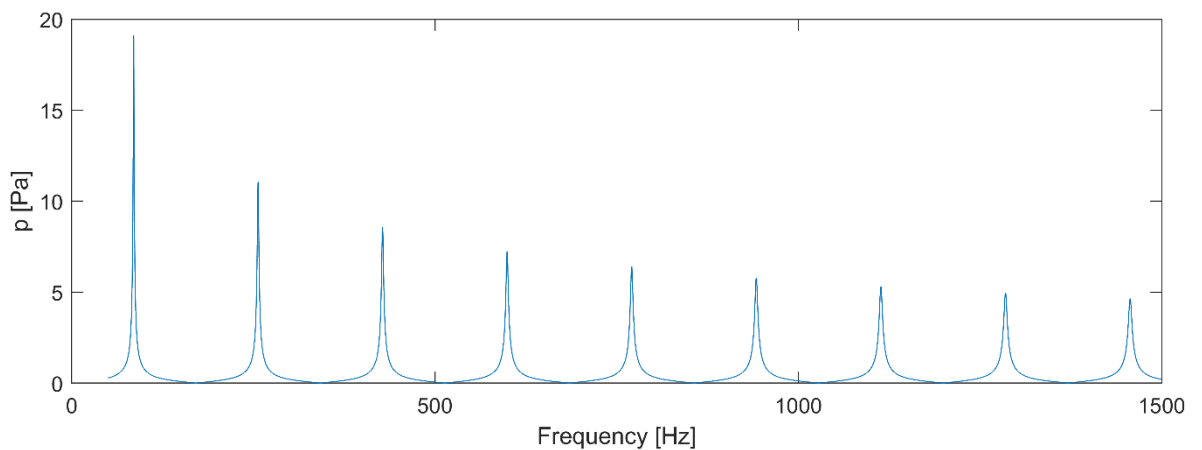


4.17. ábra: Hanghullám nyomása a rövidzárral lezárt hullámvezetőben veszteség nélkül

Veszteségmentes esetben elméletileg a hangnyomásnak végtelen magas csúcsai keletkeznek, az ábrán azért látunk különböző méretű csúcsokat, mert a felbontásunkban nem egyforma pontosan találjuk el a csúcsok frekvenciáit. Mivel a lezáró impedancia nulla, a hanghullámok egy nyitott csőnek megfelelően terjednek, a csúcsok frekvenciái:

$$f_{peak} = (2n - 1) \frac{c}{4L} \quad (4.9)$$

Ahol c az adott hőmérsékleten vett hangsebesség, L a cső hossza, n pedig pozitív egész szám, a 4.17. ábrán ennek megfelelően az első csúcs frekvenciája 85 Hertz, a másodiké 255 Hertz és így tovább.

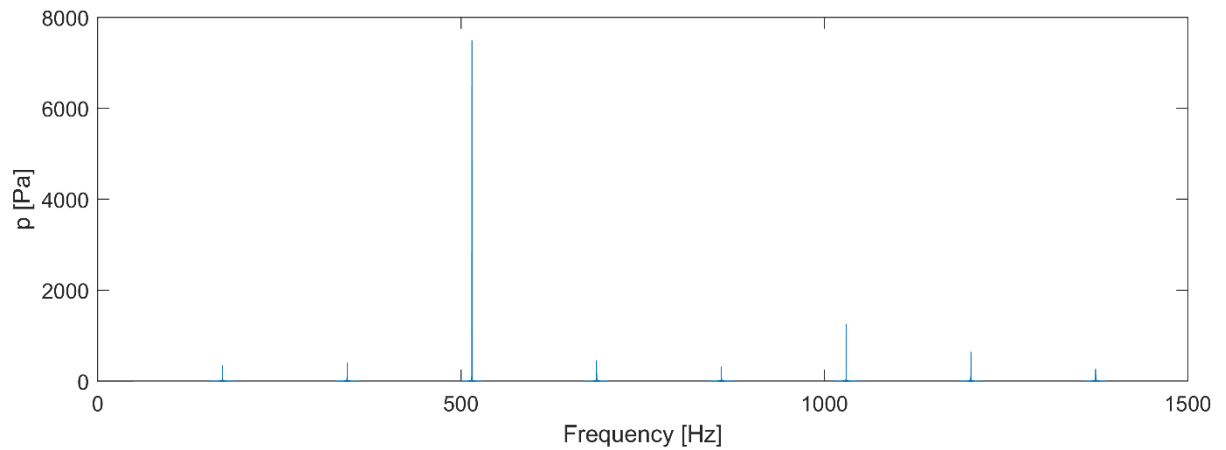


4.18. ábra: Hanghullám nyomása a rövidzárral lezárt hullámvezetőben Zwicker modellel

A falai veszteségek Zwikker modellel való figyelembevételével (4.18. ábra) a szinuszos hanghullámok nagyobb frekvencián egyre kisebb hangnyomásúak, a csúcsok már nem végtelen nagyságúak és végtelen élesek a veszteségeknek megfelelően.

4.5.2 Szakadással lezárt cső

Ebben az esetben modellünkben a cső kimenetén végtelen ohmos ellenállás van.

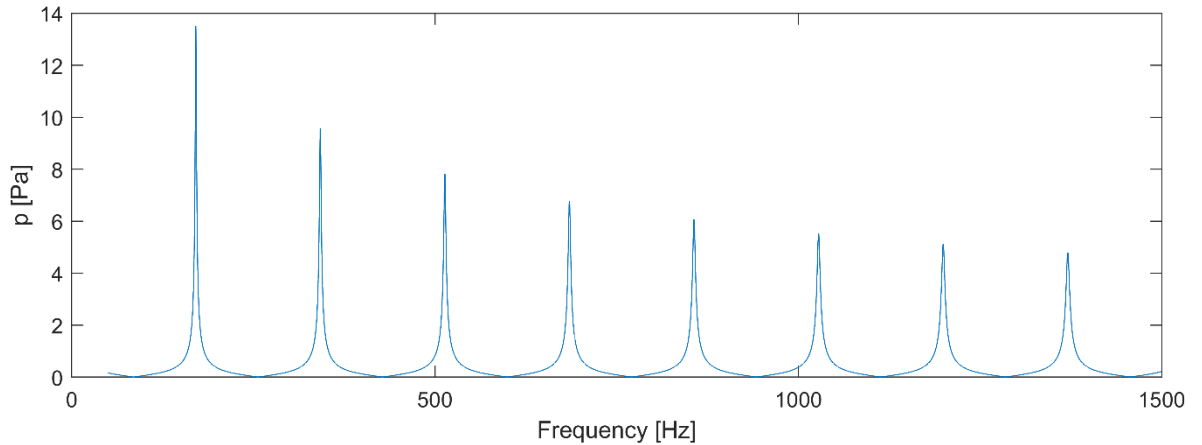


4.19. ábra: Hanghullám nyomása a szakadással lezárt hullámvezetőben veszteség nélkül

Veszteségmentes eset miatt, a csúcsok értékei rövidzárral lezárt csőhöz analóg módon alakulnak. Mivel a lezáró impedancia végtelen, a hanghullámok egy zárt csőnek megfelelően terjednek, a csúcsok frekvenciái:

$$f_{peak} = n \frac{c}{2L} \quad (4.10)$$

Ahol c az adott hőmérsékleten vett hangsebesség, L a cső hossza, n pedig pozitív egész szám, a 4.19. ábrán ennek megfelelően az első csúcs frekvenciája 170 Hertz, a másodiké 340 Hertz és így tovább.

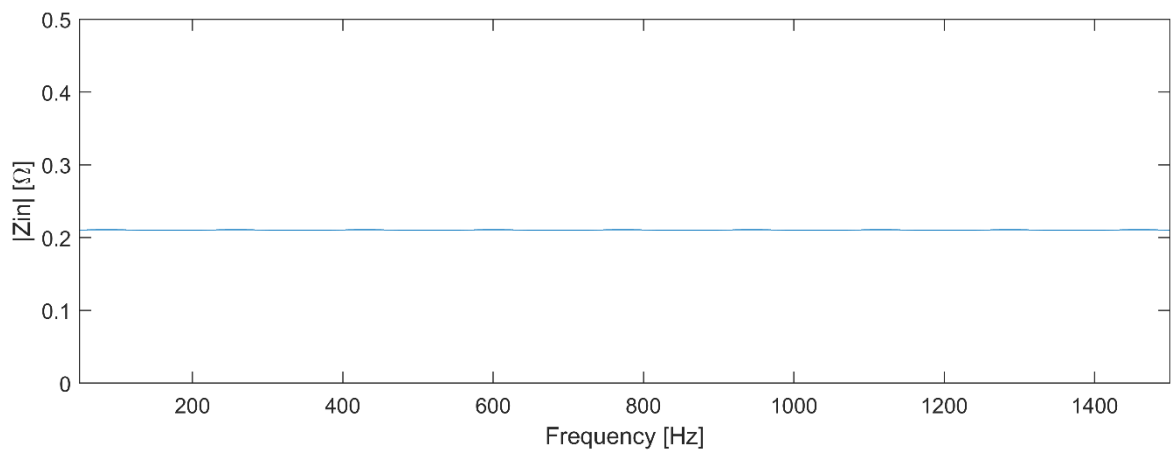


4.20 ábra: Hanghullám nyomása a szakadással lezárt hullámvezetőben Zwikker modellel

A fal veszteségek Zwikker modellel való figyelembevételével (4.20. ábra) a hanghullámok nagyobb frekvencián egyre kisebb hangnyomásúak, a csúcsok már nem végtelen nagyságúak és végtelen élesek a veszteségeknek megfelelően.

4.5.3 Akusztikai hullámimpedanciával lezárt cső

Ebben a teszt esetben a csövet Z_0 hullámimpedanciával zárjuk le (2.17), amellyel a végtelen hosszú hullámvezetőt reprezentáljuk, mivel ennél a lezárásértéknél nincs visszaverődés, ez az impedanciaillesztés célja a gyakorlatban.

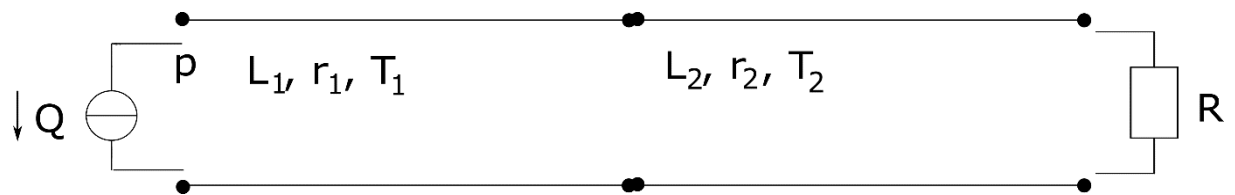


4.21. ábra: Cső bemenő impedanciája hullámimpedanciával lezárt hullámvezetőben
veszteség nélkül

A 4.21. ábrán az az eset látható, amikor nem számolunk a fal veszteségekkel, ilyenkor a bemeneti impedancia konstans, mivel nincs reflexió, így a hanghullám nyomása is állandó. A bemenő impedancia értéke megegyezik a lezáró impedanciával (0,21 ohm). Amennyiben a fal veszteségekkel számolunk, az elrendezés reflexiómentes volta miatt ugyanezt az eredményt kapjuk.

4.5.4 Csövek kaszkádosítása

Az akusztikai csövek kaszkádosíthatók olyan módon, hogy az egyik elem kimenetére kötjük a következő elem bemenetét.



4.22. ábra: Két cső kaszkádosítása

A 4.22. ábrán látható esetben az elrendezést a 4.18.-as ábrához tartozó teszt esethez hasonlóan, a fal veszteségek számításával és rövidzárral lezárva valósítjuk meg.

Matlab paraméterek:

Worlds:

```
acoustic [Pa, 1e-06 m^3 s^-1, s]: '1', '0', '3', '2', '5', '4'
```

Components:

```
1 - 0 -> [CSRC] 'Q': J = 1 1e-06 m^3 s^-1
```

```
1 - 0 - 3 - 2 -> [TUBE] 'T1': L = 0.25 m, r = [0.025 0.025] m, T = 20 C
```

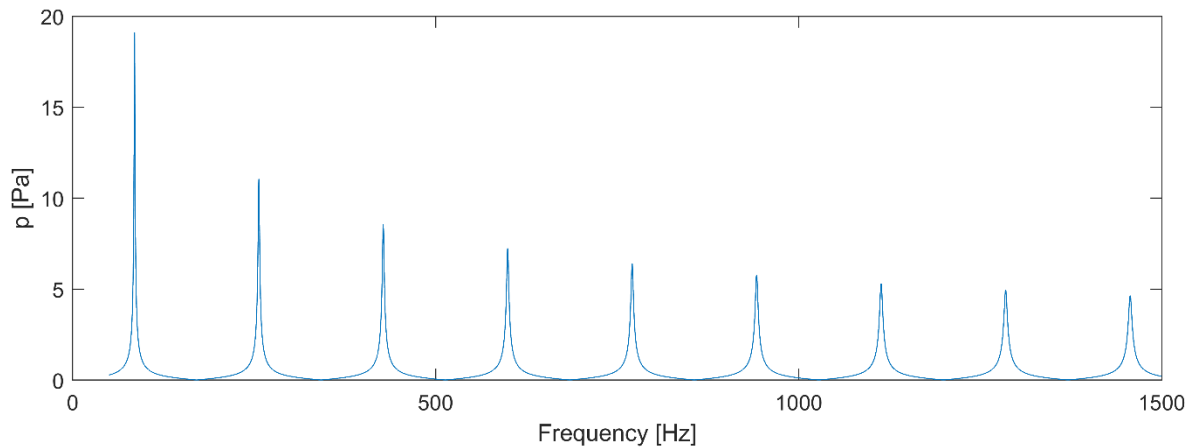
```
3 - 2 - 5 - 4 -> [TUBE] 'T2': L = 0.75 m, r = [0.025 0.025] m, T = 20 C
```

```
5 - 4 -> [RESI] 'ZL': R = 0 MAcOhm
```

Constraints:

```
[GND] 'gnd', nodes: '0', '2', '4'
```

A két kaszkádosított cső hosszát úgy választottuk, hogy összegük megegyezzen a 4.5.1 alfejezetben lévő tesztben lévő csőével ($0.25\text{m}+0.75\text{m}=1\text{m}$), átmérőjük és hőmérsékletük is megegyezik.



4.23. ábra: Kaszkádosított csövekben hanghullám nyomása Zwickler modellel

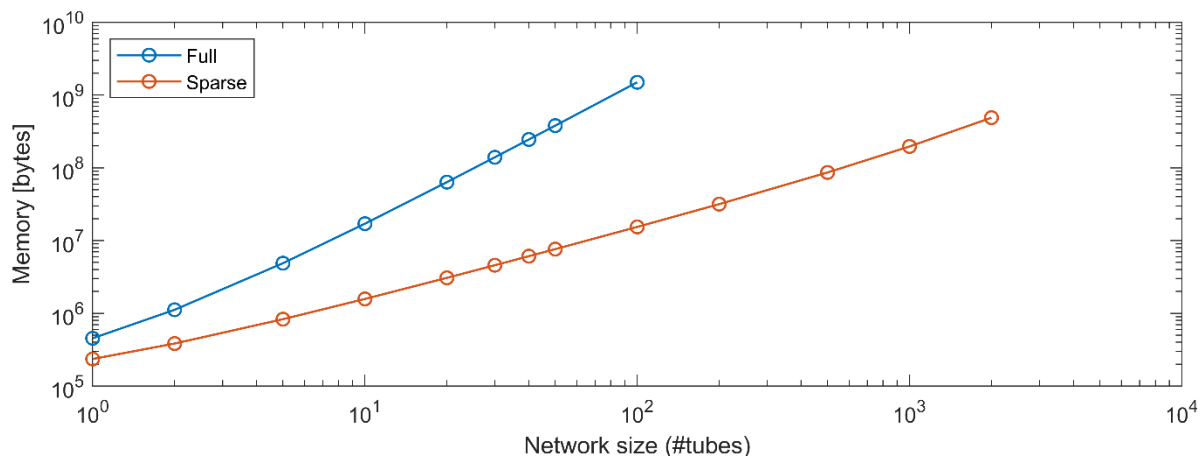
Ahogy látható a 4.23. ábra tökéletesen megegyezik a 4.18. ábrával, tehát a csövek feldarabolása nincs hatással az eredményre, amennyiben a részek hosszának összege, az átmérőjük és a hőmérsékletük megegyezik az eredetivel. Akár húsz darab öt centis csövet is vehettünk volna, a kimeneten az eredmény ugyanaz, mint egy darab egy méteres csővel.

4.6 Teljesítménytesztelések

Ebben az alfejezetben az opts struktúrában teszteltem, hogy az assemble metódus milyen gyorsan működik, ha változtatom a működési paramétereket.

4.6.1 Ritka vagy normál mátrix használata

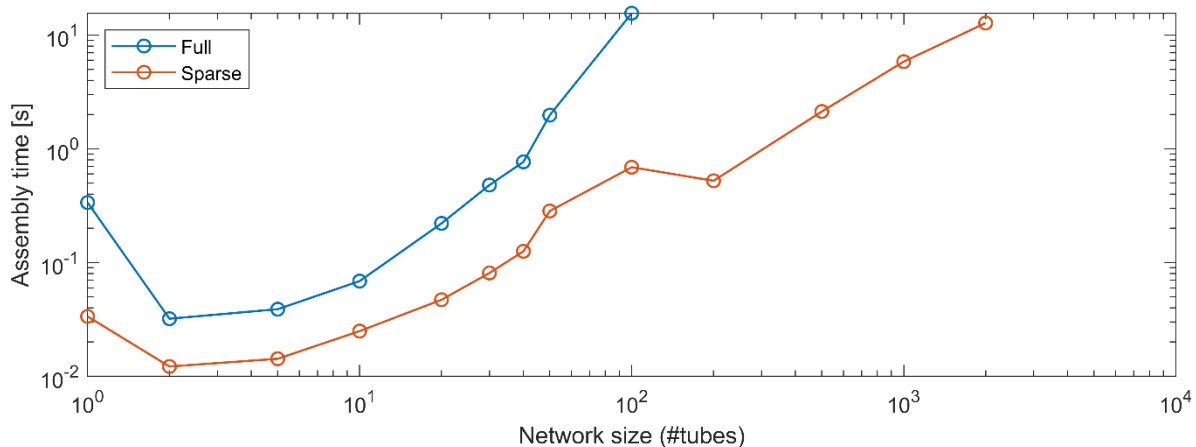
Ez a teszt azt mutatja meg, hogy különböző változószámoknál mennyi memóriát használunk fel, mennyi időbe tart az egyenleteket felírni és mennyi időbe tart azokat meg is oldani, attól függően, hogy milyen mátrixtípust használunk. Az akusztikai hálózatban a csövek sorba kötve vannak, lezárva egy ellenállással, melyeknek a számát változtatjuk, valamint egy térfogatsebességgenerátor.



4.24. ábra: Memóriahasználat növekvő változós szám mellett

A 4.24. ábrán látható, hogy teljes mátrixok használatával hamar megnő a memóriahasználat, 100 cső esetében már százszor annyi, 1 Gbyte memóriára van szükség, míg ritka mátrixok használatával 2000 db cső elemnél van hasonló memóriahasználat. A teljes mátrixoknál azért lesz annyira nagy a mátrix, mert a frekvenciavektor számossága (jelen esetben 1024) is számít, sok háromdimenziós mátrixot kell feldolgozni.

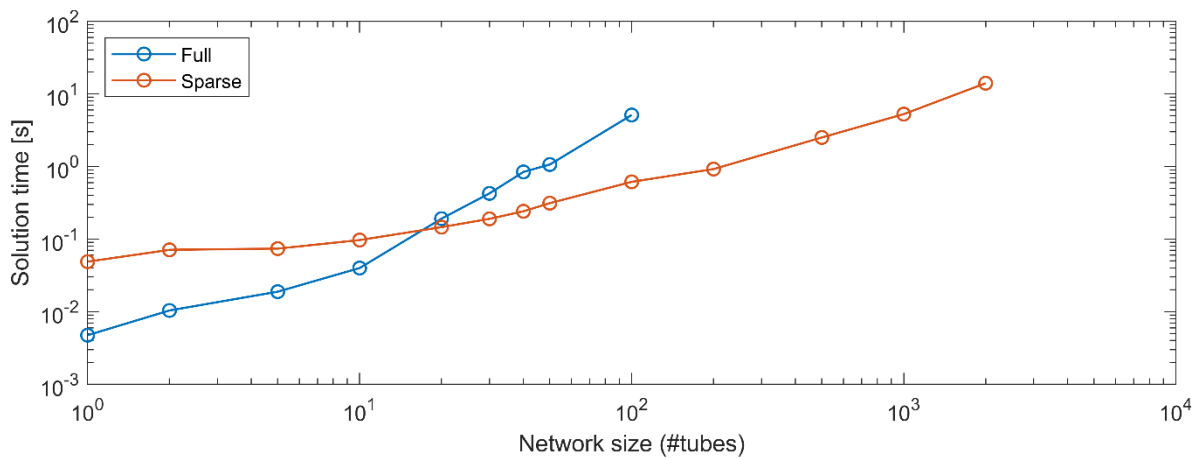
A következő tesztben (4.25. ábra) azt nézzük meg, hogy mennyi ideig tart az algoritmusnak az egyenleteket összerakni attól függően, hogy mennyi változónk van:



4.25. ábra: MNA mátrix elkészülési ideje különböző változós szám mellett

Az ábrán láthatjuk, hogy minden változós szám mellett a ritka mátrixok használatával lesz gyorsabb az algoritmus, kevesebb adaton kell végigmenni.

Végző tesztünk a ritka mátrixokkal azt mutatja meg, hogy az ezekből kapott egyenleteket milyen gyorsan oldja meg a Matlab a változók számától függően:



4.26. ábra: Egyenletmegoldási idő különböző változósám mellett

A 4.26. ábráról az olvasható le, hogy kis változósámoknál teljes mátrixokkal számolni gyorsabb, de itt annyira gyors az algoritmus, hogy ez időben tized vagy századmásodperceket jelent csak, ilyen kis időintervallumok mérésénél a Matlab nem ad teljesen pontos eredményt a mérési bizonytalanságok és a program futásában lévő eltérések miatt. Egy másik ok, amiért kicsit lassabb lehet ritka mátrixokkal számolni, az a „NetworkUtils” `solve` függvényének teljes és ritka mátrix kezelése közti különbségben lehet, mert teljes mátrixoknál csak egy ciklusban elvégzi a (2.30) műveletet minden frekvenciára, ritka mátrixoknál viszont újra létre kell hozni a (2.28) egyenlet szerinti mátrixokat (a ritka mátrix szerkezete frekvenciafüggetlen, így a szerkezetet egyszer kell csak tárolni, az értékeket minden frekvenciára) és az MNA mátrixot ezekből létrehozni, ezután ugyanaz a művelet következik, mint teljes mátrixoknál. Nagyobb változósámon már a ritka mátrix konzisztensen gyorsabb megoldási időt ad, mert kevesebb elemet kell műveletet elvégezni.

5 Összefoglalás

A dolgozat célja olyan hálózatszimulátor szoftver fejlesztése, mely képes kezelni elektromos, mechanikai, illetve akusztikai, koncentrált és elosztott paraméterű elemekből álló hálózatokat.

Először az MNA módszerhez használt törvényeket, feltételezéseket írtam le, majd irodalomkutatást végeztem az MNA algoritmusról, ehhez felhasználtam az egyenleteket leíró cikkeket.

A Matlabos megvalósítás eredeti, az osztályrendszert az MNA algoritmusához szükséges módon hoztam létre, öröklést használva ott, ahol az elemeknek logikus csoportosítása lehetővé tette. Mivel az elemek karakterisztikáit, valamint az egyenletrendszert is mátrixos alakban kezeltem, a programnyelv jó választás volt a feladathoz. A program jelzi, ha a felhasználó olyan hálózatot hoz létre, mely nem reguláris.

A létrehozott implementációt teszteltem először egyszerű rezisztív hálózatokon, majd bevezettem a frekvenciafüggést is. Az elektromos világon felül teszteltem mechanikai és akusztikai hálózatokat is, majd az elektromechanikus és mechanikai-akusztikai átalakítókkal kapcsolatot teremtettem a különböző világokban lévő hálózatok között. Ezen elemek segítségével modelleztem a dinamikus hangszórót. Végül elkészítettem az akusztikai hullámvezető elosztott paraméterű modelljét, kiegészítve a fal veszteség számításával. Az algoritmus teljesítményét is teszteltem, a felhasznált memória és a futási idő ellenőrzésével.

Továbbfejlesztési lehetőségek az algoritmushoz: további hálózati komponensekkel való bővítés, a több komponensből álló modellek (min a hangszórómodell) egyben kezelése, egy LTSpice-hoz hasonló vizuális felhasználói felület létrehozása, ahol a komponenseket be lehet helyezni és össze lehet huzalozni. Kézenfekvő igény lenne és érdekes lenne megvalósítani nemlineáris elemek kezelését, de ez elég sok meggondolást igényelne.

Köszönetnyilvánítás

Szeretnék köszönetet mondani mindenkinek, aki támogatott a dolgozat megírása során, családomnak, barátaimnak és kedvesemnek.

Külön köszönetet mondok konzulensemnek, dr. Rucz Péternek, aki mindvégig türelmes és segítőkész volt, nagyban segítette haladásomat.

Irodalomjegyzék

- [1] „Electronic tutorials,” [Online]. Available: <https://www.electronics-tutorials.ws/dccircuits/kirchhoffs-voltage-law.html>.
- [2] „isaac Physics,” [Online]. Available: https://isaacphysics.org/concepts/cp_kirchhoffs_laws?stage=all.
- [3] J. Granát, E. Horváthné Gembiczky és I. Koller, „Műszaki akusztika jegyzet, Akusztikai és Stúdiotechnikai Laboratórium,” [Online]. Available: <https://last.hit.bme.hu/hu/education/lectures/engineering-acoustics>.
- [4] C.-W. Ho, „The Modified Nodal Approach to Network Analysis,” *IEEE transactions on circuits and systems*, pp. 504-509, 1975.
- [5] S. Bächle és F. Ebert, *Graph theoretical algorithms for index reduction for charge/flux oriented Modified Nodal Analysis*, 2014.
- [6] A. E. Ruehli, A. Giulio és J. Lijun, „Modified Nodal Analysis Stamps,” *Circuit Oriented Electromagnetic Modeling Using the PEEC Techniques*, pp. 373-382., 2017.
- [7] J. Vlach és K. Singhal, *Computer Methods for Circuit Analysis and Design*, USA: Van Nostrand Reinhold Company Inc., 1983.
- [8] G. Michael, U. Feldmann és J. ter Maten, *Modelling and discretization of circuit problems*, 2005.
- [9] „UML class diagram arrow types: explanations and examples,” [Online]. Available: <https://www.gleek.io/blog/class-diagram-arrows.html>.
- [10] C. Zwikker és C. W. Kosten, *Sound absorbing materials*, Elsevier, 1949.