

# Hangjelek digitális feldolgozása az akusztikai gyakorlatban

A mérési leírást kidolgozta: Fiala Péter és Rucz Péter

Mérési leírás  
Stúdiótechnika Laboratórium

## 1. Elméleti bevezető

A mérés célja, hogy bemutassa azokat a tipikus jelfeldolgozási feladatokat és kapcsolódó mérés technikai fogalmakat, melyekkel a gyakorló mérnök akusztikai, zaj- és rezgésvédelmi tervezőmunka során gyakran találkozik. A mérés során kalibrált digitális adatgyűjtővel rögzítünk egy hangjelet, majd meghatározzuk annak szintjét és spektrális összetételét.

A gyakorlatban ezt a feladatot a hangnyomásszintmérő végzi, mely a digitalizált jel szabványos kiértékelésére képes. A laborgyakorlaton a hangnyomásszintmérőt váltjuk ki egyszerű Matlab szkriptekkel, hogy megismerkedjünk a kiértékelés számítástechnikájával.

### 1.1. Jelszintek

A jel fontos jellemzője a szintje, ami a jel energiatartalmával kapcsolatos.<sup>1</sup> A jelszintet a mért jel egy  $T$  hosszú szakaszból számíthatjuk. A  $T$  hosszú jelszegmens teljes jelenergiájának időtartománybeli kifejezése

$$E = \int_{t=0}^T p^2(t) dt. \quad (1)$$

A fenti  $E$  jelenergia mértékegysége  $\text{Pa}^2 \cdot \text{s}$ . A jelteljesítményt az egységnyi időre vetített jelenergiával definiáljuk:<sup>2</sup>

$$Q = \frac{E}{T} = \frac{1}{T} \int_{t=0}^T p^2(t) dt. \quad (2)$$

Ennek mértékegysége a fenti definícióval  $\text{Pa}^2$ . Diszkrét időfüggvényből ( $p[k] = p(k\Delta t)$ ) számolt közelítése

$$Q \approx \frac{1}{N\Delta t} \sum_{k=0}^{N-1} p^2[k]\Delta t = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} p^2[k]. \quad (3)$$

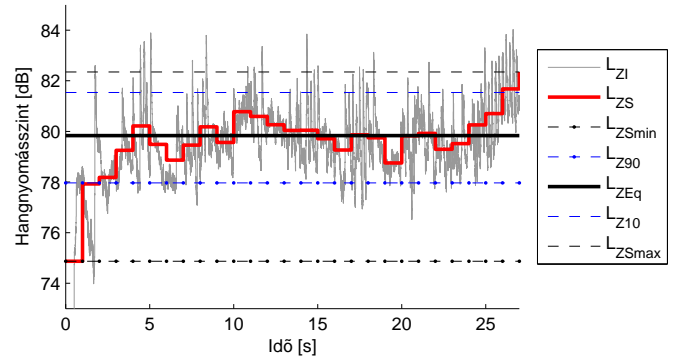
Az eredményként kapott jelteljesítmény nem más, mint a jel  $N$  mintából számolt RMS-értékének négyzete:

$$p_{\text{RMS}} = \sqrt{Q}. \quad (4)$$

Az RMS-értéket dB-ben (dB SPL – *Sound Pressure Level*) fejezzük ki, a  $20 \mu\text{Pa}$  referenciaszinthez viszonyítva, így kapjuk a hangnyomásszintet.

<sup>1</sup>Rögtön megjegyezzük, hogy pusztán a hangnyomásszint időfüggvényéből nincs lehetőségünk a jel által képviselt hangenergiára következtetni, hiszen ahhoz ismernünk kellene a terjedési viszonyokat is. Ugyanaz a hangnyomás-függvény síkhullámú terjedésnél, ahol a nyomás és részecskesebesség fázisban van, teljesen más hangenergiát képvisel, mint pl. állóhullamban, ahol a két térjellemező között  $\pi/2$  fáziskülönbség van.

<sup>2</sup>A mérési leírásban azért használjuk a  $Q$  jelölést a gyakorlatban szokványos  $P$ -vel szemben, hogy a jelölés ne ütközzön a később használt spektrális hangnyomáskomponensekkel.



1. ábra. Egy rövid zenei regisztrátum hangnyomásszintjének jellemző paraméterei

Az akusztikai mérés technikában sokféle szabványos hangnyomásszint-megnevezéssel találkozunk, ezek jó része különböző  $T$  ablakszélességgel végzett RMS-képzésre utal:

**Slow** A  $T = 1$  s ablakszélességgel képzett hangnyomásszint jelölése  $L_{ZS}$  (Az S index utal a slow-ra, a Z – Zero weighting – pedig arra, hogy a mért hangnyomást nem súlyozzuk színező szűrővel.)<sup>3</sup> Tipikusan lassan változó, állandósult zajjelek szintjének mérésére alkalmazott. (Például motorzaj, szellőző zaja, koncert hangereje.) A hangnyomásszintmérő által mért  $L_{ZS}$  értékek értelemszerűen másodpercenként frissülnek.

**Fast**  $T = 125$  ms, jelölése  $L_{ZF}$ . Gyorsabban változó zajjelek szintjének mérésére alkalmazott. (Például autóelháladás.)

**Impulse**  $T = 35$  ms, jelölése  $L_{ZI}$ . Impulzusszerűen lecsengő hangjelek pillanatnyi szintjének mérésére alkalmazható.

az 1. ábrán egy zenei regisztrátum  $L_{ZI}$  és  $L_{ZS}$  hangnyomásszintjét látjuk.

Amennyiben az RMS-számítás ablakszélessége megegyezik a teljes mérési idővel (pl. közlekedési zaj mérése esetén akár 8 óra), akkor az RMS-értéket a teljes mérési regisztrátum ekvivalens szintjének ( $L_{ZEq}$ ) nevezzük. Míg az  $L_{ZF}$ ,  $L_{ZS}$  és  $L_{ZI}$  értékek  $T$  időközönként frissülő időfüggvények, az  $L_{ZEq}$  egyetlen számérték.

A teljes regisztrátum egyszámértékes további jelszint-leírói (lásd az 1. ábrát):

<sup>3</sup>A Z-szűrő valójában nem egyszerű konstans, mert a hallható tartományon kívül van, azon belül egységnyi az átvitele.

$L_{ZSmax}, L_{ZSmin}$  : A Z-súlyozású, Slow integrálási idővel felvett RMS szintek maximuma, minimuma

$L_{Zn}$  Az a hangnyomásszint, amit a Z-súlyozású RMS-görbe a mérési idő  $n$  százalékában halad meg.  $n$  tipikusan 10 vagy 90, közlekedési zaj mérésekor pl.  $L_{Z90}$ -et tekinthetjük háttérzajszintnek.

### 1.1.1. RMS-számítás exponenciális átlagolással

A nyomásjel futó RMS-szintjét az alábbi csúszóablakos átlagolással definiáljuk:

$$p_{RMS}(t) = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t-T}^t p^2(\tau) d\tau}, \quad (5)$$

vagyis a jel aktuális  $T$  hosszú múltját vesszük figyelembe a teljesítmény meghatározásakor. A fenti definíció számítástechnikai szempontból nehézkes azért, mert pontos kiértékeléshez tárolnunk kell a jel aktuális  $T$  mély múltját. Ez kiküszöbölhető, ha a definíciót úgy módosítjuk, hogy a múltat nem négyszög, hanem azzal azonos területű, végtelen mély exponenciális csúszóablakkal súlyozzuk<sup>4</sup>. Az így adódó futó RMS definíciója:

$$p_{RMS}(t) \approx \sqrt{\frac{1}{T} \int_{-\infty}^t p^2(\tau) e^{-(t-\tau)/T} d\tau}. \quad (6)$$

Diszkrét bemenő jel esetén az integrált szummával közelíthetjük:

$$p_{RMS}^2[k] = \frac{1}{N\Delta t} \sum_{i=-\infty}^k p^2[i] e^{-(k-i)\Delta t/T} \Delta t \quad (7)$$

$$= \frac{1}{N} \sum_{i=-\infty}^k p^2[i] \alpha^{k-i}, \quad (8)$$

ahol  $N = T/\Delta t = T f_s$  az ablakszélesség mintákban mérve, valamint

$$\alpha = e^{-1/N}. \quad (9)$$

Az exponenciális súlyozás előnye, hogy a futó RMS következő mintája könnyen számolható az aktuális RMS minta és a jel következő mintája ismeretében:

$$p_{RMS}^2[k] = \frac{1}{N} \sum_{i=-\infty}^k p^2[i] \alpha^{k-i} \quad (10)$$

$$= \frac{1}{N} p^2[k] + \alpha p_{RMS}^2[k-1]. \quad (11)$$

Azonnal látszik, hogy egy elsőrendű diszkrét IIR szűrővel van dolgunk, melynek bemenete a  $p^2$  jel, kimenete pedig a  $Q = p_{RMS}^2$  jel. A szűrő diszkrét átviteli függvénye

$$H_{RMS}(z) = \frac{1/N}{1 - \alpha z^{-1}} \quad (12)$$

A szűrés matlabos megvalósításához lásd a 2.3. fejezetet.

<sup>4</sup>Az analóg hangnyomásszintmérők világában nem volt lehetőség arra, hogy a műszer  $T$  időközönként szolgáltatssa az elmúlt  $T$  időre integrált hangteljesítményt, az exponenciális átlagolással számolt RMS-képzés ezzel szemben megvalósítható volt egy négyzetemeléssel és egy elsőfokú RC-szűrővel. A tradíciók megőrzése miatt a legtöbb digitális műszer ma is az exponenciális súlyozással számol RMS-t. Ez úgy érhető tetten, hogy ha a mért jel hirtelen elhallgat, akkor a műszer által mutatott  $L_{ZS}$  szintek lassan csökkennek a háttérzaj szintjére.

### 1.1.2. Sávós jelszintek felvétele

Sok esetben nem elégszünk meg azzal, hogy meghatározzuk a jel szintjét, hanem a jelszintet frekvenciaszelektíven szeretnénk látni. Az akusztikai mérés technikai gyakorlatban az oktáv- vagy terc-sávok szerinti bontást alkalmazzuk.

Az oktáv-sávok jellemzője, hogy a sáv alja és teteje egy oktáv távolságra (kétszeres frekvenciaarány) van egymástól. Az  $f_0$  középpontú oktáv-sáv eszerint  $\{f_0/\sqrt{2}; f_0\sqrt{2}\}$ . A terc-sávok esetében a sáv átfogása egy temperált zenei nagyterc, ami a  $\sqrt[3]{2}$  aránynak felel meg. Így az  $f_0$  középpontú oktáv-sáv határai:  $\{f_0/\sqrt[3]{2}; f_0\sqrt[3]{2}\}$ . A szabvány szerinti sávokat úgy kaphatjuk meg, hogy az 1 kHz frekvencia pont sávközepre esik, a többi sáv pedig folytonosan illeszkedik egymáshoz. Az 1. táblázat a szabványos terc- és oktáv-sávok sávközepeit, illetve azok szabvány szerint kerekített értékeit tartalmazza.

A sávós jelszintek meghatározására alapvetően két lehetőség van:

1. Szétbontjuk a jelet az időtartományban sávós komponensekre egy digitális szűrőbank segítségével, majd a sávszűrt komponensekre külön-külön alkalmazzuk a fenti számítást.
2. A jelszinteket a frekvenciatartományban határozzuk meg, ahol a sáv-bontás kézenfekvő.

A frekvenciatartománybeli analízisnél abból indulunk ki, hogy hangjelünket  $T$  hosszú szegmensekre bontjuk, és azokat periodikusan kiterjesztjük. A periodikus jel frekvenciatartománybeli megfelelője a Fourier-sora:

$$P_n = \frac{1}{T} \int_{t=0}^T p(t) e^{-jn\omega_0 t} dt, \quad n = -\infty \dots \infty, \quad (13)$$

ahol  $\omega_0 = 2\pi/T$ .

Parseval tétele szerint a jelszegmens teljesítménye kifejezhető a Fourier-sor abszolút négyzetes összegzésével:

$$Q = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |P_n|^2. \quad (14)$$

Mivel az időtartománybeli jelünk valós, a Fourier-sora páros, így a fenti szumma egyszerűbb alakja

$$Q = P_0^2 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} |P_n|^2. \quad (15)$$

A sávós teljesítmény felvétele ezek után kézenfekvő:

$$Q_B = 2 \sum_{f_n \in B} |P_n|^2, \quad (16)$$

ahol  $B$  jelöli a kiválasztott sávot,  $f_n$  pedig az  $n$ -edik Fourier-komponens frekvenciáját, mely

$$f_n = \frac{n\omega_0}{2\pi} = \frac{n}{T} = \frac{n}{N} f_s. \quad (17)$$

Természetesen a DC komponens egyik terc- vagy oktáv-sávba se esik bele.

A sáv-bontás alkalmazhatóságát meghatározza a Fourier-sorfejtés  $\Delta f = f_s/N$  frekvenciafelbontása. Azon

sávokra számolhatunk a Fourier-sorból szintet, melybe elegendő Fourier-komponens beleesik, vagyis

$$|B| \geq 5 \frac{f_s}{N}, \quad (18)$$

ahol az 5-ös konstans gyakorlati ökölszabály.

A  $P_n$  spektrális komponensek diszkrét jelből történő meghatározása a (13) integrál közelítésével kapható meg:

$$\begin{aligned} P_n &\approx \frac{1}{N\Delta T} \sum_{k=0}^{N-1} p[k] e^{-jn k 2\pi/N \Delta T} \\ &= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} p[k] e^{-jn k 2\pi/N} \\ &= \frac{1}{N} \text{DFT}\{p[k]\}, \quad n = -N/2 \dots N/2 - 1 \end{aligned} \quad (19)$$

vagyis a Fourier-sor komponenseit a diszkrét jelminták DFT-jének  $N$ -edrészével közelíthetjük.

## 1.2. Hallási jellemzők figyelembe vétele

Sokszor nem súlyozatlan decibelben, hanem a hallási jellemzőket figyelembe vevő súlyozott dBA egységben fejezzük ki a mért hangnyomás szintjét. A súlyozást elvégezhetjük időtartományban úgy, hogy az időtartománybeli jelet megsűrjük egy A-szűrővel, illetve a frekvenciatartományba transzformált jelet súlyozhatjuk az A-szűrő frekvenciamenetével.

Az időtartománybeli súlyozáshoz az A-szűrő analitikus leírására van szükségünk. A szűrő átviteli függvénye

$$H_A(s) = \frac{7.39705 \cdot 10^9 s^4}{(s + 129.4)^2 (s + 676.7)(s + 4636)(s + 76655)^2}, \quad (20)$$

mely alapján – a jelek és rendszerek vagy szabályozástechnika tárgyakban tanult ismeretek alkalmazásával – megtervezhetjük az ekvivalens hatodfokú, diszkrét idejű IIR szűrőt (lásd a 2.4. fejezetben).

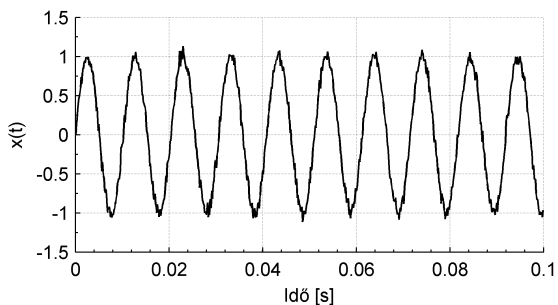
A súlyozás után számított hangnyomásszinteket külön jelöléssel látjuk el.  $L_{AS}$  az A-súlyozást követően Slow időállandóval számított RMS-értéket jelöli. Hasonló módon definiáljuk az  $L_{AF}$ ,  $L_{AI}$  és  $L_{AEq}$  stb. mennyiségeket.

## 1.3. Frekvenciamérés

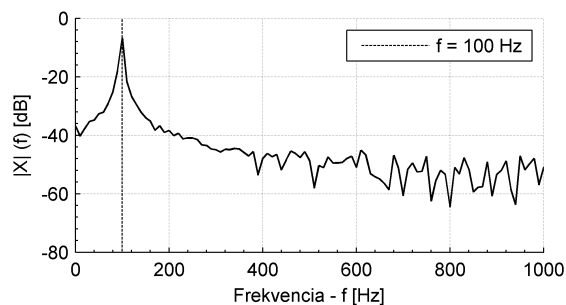
A fentiek alapján a hagyományos DFT frekvenciafelbontása  $N$  mintát tartalmazó,  $T$  időtartamú ablak esetén  $\Delta f = f_s/N = 1/T$ . Például egy  $T = 0,5$ s időtartamú ablak esetén a maximális frekvenciafelbontás  $\Delta f = 2$  Hz, a mintavételi frekvenciától függetlenül. Ez a korlátozott felbontás például zenei hangok elemzése esetén általában nem elegendő a kívánt pontosság eléréséhez. A frekvenciafelbontás növelésére kézenfekvőnek tűnik az ablak időtartamának növelése, ezt azonban a gyakorlatban nem mindig tudjuk kivitelezni. Az ablak szélesség növelésének emellett az is a hátránya, hogy a frekvenciaanalízisünk időfelbontása csökken. Ezért a következőkben azt vizsgáljuk meg, hogy hogyan lehet keskenysávú komponensek frekvenciáját egy adott hosszú regisztrátum alapján is a hagyományos DFT frekvenciafelbontásánál jóval pontosabban meghatározni.

1. táblázat. Az A-szűrő tercsávós frekvenciamenete. Az első oszlop a szabványos tercsáv-középfrekvenciákat tartalmazza, a második oszlop az  $1000 \cdot 2^{n/3}$  formulával számolt pontos középfrekvenciákat. A \*-gal jelölt sorok oktáv-sávközepek.

	$f_n$ [Hz]	$f_n$ [Hz]	$H_A(f)$ [dB]
*	31,5	31,25	-39,70
	40	39,37	-34,85
	50	49,60	-30,42
*	63	62,50	-26,36
	80	78,74	-22,64
	100	99,21	-19,25
*	125	125,00	-16,19
	160	157,49	-13,42
	200	198,42	-10,93
*	250	250,00	-8,67
	315	314,98	-6,64
	400	396,85	-4,83
*	500	500,00	-3,25
	630	629,96	-1,91
	800	793,70	-0,83
*	1000	1000,00	0,00
	1250	1259,92	0,59
	1600	1587,40	0,98
*	2000	2000,00	1,20
	2500	2519,84	1,27
	3150	3174,80	1,20
*	4000	4000,00	0,96
	5000	5039,68	0,54
	6300	6349,60	-0,14
*	8000	8000,00	-1,14
	10000	10079,36	-2,54



(a) Időtartomány



(b) Frekvenciatartomány

2. ábra. Zajos szinuszel és FFT-vel számított spektruma

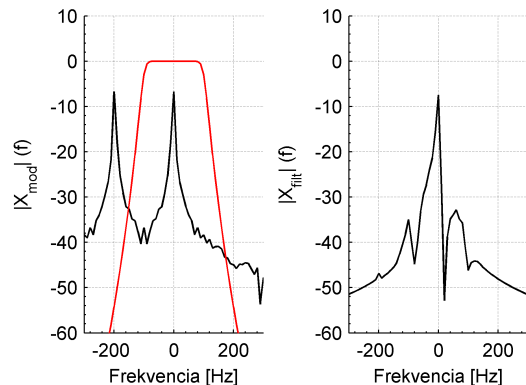
A módszer alkalmazásához elsőként egy hagyományos DFT-vel megbecsüljük a jel egy komponensének frekvenciáját. Példaként tekintsük egy zajos  $f_0 = 97,83$  Hz frekvenciájú szinuszel  $T = 0,1$  s időtartamú regisztrátumát, melyet  $f_s = 8$  kHz mintavételi frekvenciával rögzítettünk. A jelalak az idő- és a frekvenciatartományban a 2. ábrán látható. A DFT alapján az első becslésünk a frekvenciára a  $\Delta f = 1/T = 10$  Hz felbontás mellett  $\tilde{f}_0 = 100$  Hz.

A becslt  $\tilde{f}_0$  frekvenciát felhasználva az eredeti jelünket egy egyoldali frekvenciamodulációval eltoljuk. Az  $x_{\text{mod}}(t)$  modulált jel komplex értékű lesz:

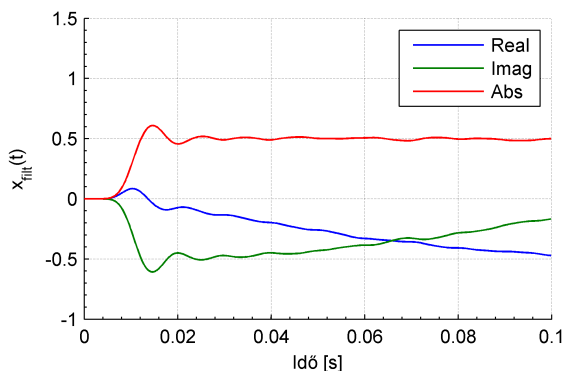
$$x_{\text{mod}}(t) = x(t)e^{-j2\pi\tilde{f}_0 t}. \quad (21)$$

A moduláció hatására, a Fourier-transzformáció eltolási tételének következményeként a 2(b). ábrán látható spektrum balra tolódik a becslt  $\tilde{f}_0$  frekvenciával. Az eredeti  $x(t)$  jelünk valós volt, melynek spektruma páros, ez azonban a modulált  $x_{\text{mod}}(t)$  jelre már nem teljesül. A modulált jel frekvenciatartománybeli képét a 3. ábra bal oldalán láthatjuk. A spektrum két maximumhelyét az  $f = 0$  és  $f = -2*\tilde{f}_0$  frekvenciákon találjuk. Utóbbi komponenst egy aluláteresztő szűrővel szűrhetjük ki a modulált jelből. Példánkban a szűrő vágási frekvenciáját  $\tilde{f}_0$ -nak választottuk, az átviteli karakterisztikát a 3. ábrán piros vonallal jelöltük. A szűrt modulált jel spektruma a 3. ábra jobb oldalán látható. Érdeemes megemlíteni, hogy az aluláteresztő szűréssel a jelet terhelő szélessávú zaj (pl. kvantálási zaj) teljesítménye is jelentősen csökken.

A 4. ábrán megfigyelhetjük, hogy a modulált szűrt jelünk nem csak DC komponenst tartalmaz. Bár a szűrő beállása után az amplitúdó nagyjából állandó, a valós és képzetes rész alakulásán lassú változások láthatóak. Mivel az  $f_0$  frekvenciájú harmonikus jelet a  $\tilde{f}_0$  frekvenciával



3. ábra. A modulált (bal) és a szűrt modulált (jobb) jel spektruma. Az alkalmazott aluláteresztő szűrő átviteli karakterisztikáját a bal oldali piros vonal mutatja.



4. ábra. A szűrt modulált jel az időtartományban.

toltuk el, a szűrés után egy  $f_0 - \tilde{f}_0$  frekvenciával forgó fazort kapunk. Az ábrán azt is megfigyelhetjük, hogy a fázor a negatív irányban forog, ami azt jelenti, hogy ebben az esetben  $\tilde{f}_0 > f_0$ .

A  $\delta f = f_0 - \tilde{f}_0$  frekvenciakülönbséget időtartománybeli illesztéssel kapjuk meg. Tudjuk, hogy a szűrt modulált jelünk

$$x_{\text{filt}}(t) = Ae^{j(2\pi\delta f t + \varphi)} \quad (22)$$

alakban írható fel, ahol  $A$  a jel amplitúdója,  $\varphi$  pedig a kezdőfázis. Számunkra természetesen az  $x_{\text{filt}}(t)$  jel diszkrét mintái állnak rendelkezésre:

$$x_{\text{filt}}[k] = x_{\text{filt}}(k\Delta t) = Ae^{j(2\pi\delta f k\Delta t + \varphi)}. \quad (23)$$

Vegyük a  $k + 1$ -edik és a  $k$ -edik minta hányadosát! A hányados  $k$  értékétől függetlenül:

$$\frac{x_{\text{filt}}[k + 1]}{x_{\text{filt}}[k]} = e^{j2\pi\delta f \Delta t} = \gamma. \quad (24)$$

Mivel a szűrt modulált jel mintáit ismerjük,  $\gamma$  értéket meghatározhatjuk. Ehhez egy erősen túlhatározott egyenletet kell megoldanunk:

$$\begin{Bmatrix} x_{\text{filt}}[N_0 + 1] \\ x_{\text{filt}}[N_0 + 2] \\ \vdots \\ x_{\text{filt}}[N] \end{Bmatrix}^T = \gamma \begin{Bmatrix} x_{\text{filt}}[N_0 + 0] \\ x_{\text{filt}}[N_0 + 1] \\ \vdots \\ x_{\text{filt}}[N - 1] \end{Bmatrix}^T, \quad (25)$$

ahol  $N_0$  az aluláteresztő szűrőnk tranziense utáni első minta sorszámát jelöli. Esetünkben pl.  $t_0 = 0,04$ s-tól vehetjük az állandósult szakaszt, így  $N_0 = f_s t_0 = 320$ . Így többszáz egyenletünk van egyetlen ismeretlenre. A túlhatározott egyenletrendszer például a legkisebb négyzetek módszerével oldhatjuk meg. Matlabban, ha a (25) egyenletben a bal oldali vektorunk  $b$ , a jobb oldali pedig  $a$ , akkor ezt a megoldást a

$$\gamma = b/a;$$

módon kapjuk meg.

Végül  $\gamma$  alapján kapjuk a  $\delta f$  frekvenciakülönbséget

$$\delta f = \frac{\arg\{\gamma\}}{2\pi\Delta t}, \quad (26)$$

illetve a becsült  $\hat{f}_0 = \tilde{f}_0 + \delta f$  frekvenciát. Fenti példánkban  $\hat{f}_0 = 97,8285$  Hz adódott, ami ezredhertzes pontosságnak felel meg.

Érdekes még megjegyezni, hogy ugyanez a módszer alkalmazható exponenciálisan lecsengő harmonikus jelek frekvenciájának és időállandójának meghatározására. Az eljárás minden lépésében azonos a fentivel,  $\gamma$  meghatározása után az időállandó (vagy csillapítási tényező)  $\gamma$  abszolút értékéből számítható. Hasonlóan, ha a jel több, jól elkülönülő keskenysávú komponensből áll, az egyes komponensek frekvenciái és időállandói a fenti módszerrel egymás után meghatározhatóak.

## 1.4. Spektrogram felvétele

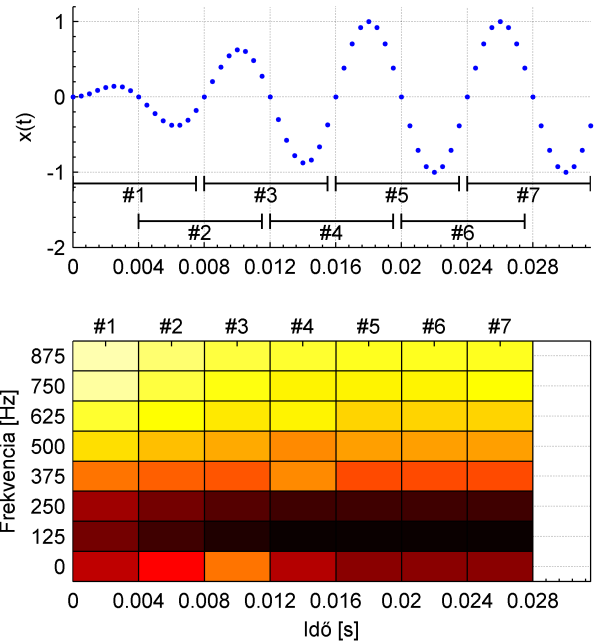
A spektrális elemzés során gyakran érdekes lehet számunkra a jel spektrumának időbeli változása is. A spektrum időbeli változásának ábrázolását nevezzük spektrogramnak.

A spektrogram számítása során a felvett jel mintáiból fix méretű ablakokat készítünk, tipikusan átlapolással. Ezekre az ablakokra számítunk spektrumot, majd a spektrogramon az egymást követő ablakokon számított spektrumokat (tipikusan az abszolút értéküket, vagy az ebből számított teljesítménysűrűséget) ábrázoljuk.

A számítás menetét az 5. ábra szemlélteti. Példaként 50%-os átlapolást használtunk az egymást követő ablakok között. A spektrogram ábrázolt időfelbontása így az ablakok időtartamának fele. Ez azonban nagyobb átlapolódás választása esetén könnyen megtevesztő is lehet, hiszen minden számított spektrum egy teljes időablaknyi mintát tartalmaz, így az effektív időfelbontás az átlapolódás növelésével nem nő. Mivel a spektrogram frekvenciafelbontása az ablakok mintaszámával fordítottan, időfelbontása pedig ezzel egyenesen arányos, az egyik irányú felbontás csak a másik kárára növelhető, a két felbontás szorzatára pedig teljesül, hogy  $\Delta f \Delta t \geq 1$ .

Érdekes még megjegyezni, hogy a spektrogram számítása során a spektrális szivárgás csökkentése érdekében az egyes ablakokat általában megfelelő ablakfüggvényekkel (pl. Hann-ablak) elősúlyozzuk. A Matlabban a spektrogram számítása legegyszerűbben a `spectrogram` függvénnyel végezhető el.

Bizonyos zenei jelek (pl. fúvós vagy vonós hangszer, illetve énekhang) analízise során a következő gyakorlatot szokás alkalmazni a spektrogram időfelbontásának növelésére. Az ilyen fajta jelek egy jól meghatározható alapprofiliációval rendelkeznek és az alaphang és



5. ábra. Spektrogram számításának menete. Fent: időjel és az átlapolódó időablakok. Lent: Spektrogram – az egyes időablakok alapján számított spektrumok. (A sötétebb színek jelentik a nagyobb amplitúdókat.)

felharmonikusai a domináns komponenseik. Annak érdekében, hogy ezeket a komponenseket koherensen mintavételezzük, érdemes az  $f_0$  alapprofiliáció pontos meghatározása (lásd az 1.3. fejezetet) után a felvett jelet az  $f'_s = 2^n f_0$  mintavételi frekvenciával újramintavételezni.<sup>5</sup> A koherens mintavételezés előnye, hogy elkerüljük a spektrális szivárgásból és az ún. léckerítés-hatásból (*picket fence effect*) adódó hibákat, így pedig kis ablakméret mellett is biztosított, hogy a DFT frekvenciabínei pontosan egybeesnek a harmonikusok frekvenciáival. Így az ablakméret (és a frekvenciafelbontás) csökkentésével a spektrogram kellően megnövelt időfelbontásához juthatunk, miközben a frekvenciatartománybeli képen pontosan megőrizzük a számunkra fontos információt, vagyis a harmonikus komponensek amplitúdóértékeit. A koherens mintavétel hosszabb regisztrátumok esetén csak akkor tartható fenn, ha nagyon pontosan sikerült az alapprofiliációt meghatározni, illetve ha annak változása a felvett szakaszban nagyon kicsiny.

## 2. Matlab segédlet a méréshez

Ebben a fejezetben néhány olyan kódrészletet mutatunk be, melyek a mérés elvégzéséhez adnak támpontokat.

### 2.1. Mesterséges hangminta előállítása

Az alábbi lépések egy egyszerű, állandósult állapotú, különböző frekvenciájú és amplitúdójú komponensekből álló hangjel szintézisét mutatják be.

```
fs = 8000; % Mintavételi frek. [Hz]
```

<sup>5</sup> $n$ -t a harmonikusok számának megfelelően érdemes megválasztani, a gyakorlatban legtöbbször  $n = 5, 6$  vagy  $7$ .



```
T = 1; % Teljes hossz [s]
Nsamp = ceil(T*fs); % Mintaszám [-]
% Idotengely létrehozása
t = (0 : Nsamp-1)/fs;
% A komponensek frekvenciái
fc = [100, 300, 400, 500].';
% es amplitudói
Ac = [1, 0.2, 0.3, 0.4].';
% A jel eloallitása
x = Ac.'*sin(2*pi*fc*t);
```

A jelalak a fenti kódrészlet utolsó sorában áll elő. Ezután a jelet a frekvenciatományban az alábbi módon ábrázolhatjuk. Itt a frekvenciatengely előállítását érdemes megfigyelni. (A Matlabban a DFT eredményeként kapott vektor első eleme a zérus frekvenciához tartozó bin.)

```
X = fft(x); % DFT számítása
% Frekvenciatengely létrehozása
f = (0 : Nsamp-1)/Nsamp*fs;
% Abrazolás lin. es dB skalan
subplot(2,1,1); plot(f, abs(X));
subplot(2,1,2); plot(f, 20*log10(abs(X)));
```

## 2.2. A NiHu.Lab segítségével rögzített hangminta betöltése

```
fname = 'record_000'; % File name
[H, D] = LoadStream(fname); % Load all data
fs = H.AcqSetup.Fs; % Sampling freq.
NSamp = size(D, 1); % Number of samp.
t = (0 : NSamp-1)/fs; % Time scale
plot(t, D); % Plot recording
```

A betöltött adatsor (D) a mért jelet a mért mennyiségnek megfelelő mértékegységgel tartalmazza, például nyomásjel esetén itt Pa-ban értendők a számértékek.

## 2.3. Digitális IIR szűrő tervezése rendszer-egyenlet alapján

A Matlab `filter` függvénye közvetlenül a diszkrét rendszer-egyenletet megvalósító IIR szűrőt alkalmaz a diszkrét jel mintáira.

```
T_rms = 125e-3; % fast
N_rms = ceil(T_rms * fs); % window width
alpha_rms = exp(-1/N_rms); % exp. ratio
b = 1/N_rms; % fltr numerator
a = [1, -alpha_rms]; % fltr denominator
p2rms = filter(b, a, p.^2); % filtering
```

## 2.4. Digitális IIR szűrő tervezése folytonos pólus-zérus-elrendezés alapján

Az alábbi kódrészlet a (20) formulával megadott szűrő digitális megfelelőjét tervezi meg és alkalmazza az  $f_s$  mintavételi frekvenciával rögzített  $x$  jelre.

```
% zeros, poles, amplification
z = [0 0 0 0];
p = [-129.4 -129.4 -676.7 -4636 -76655 -76655];
k = 7.3905e9;
% continuous system
filterc = zp(z, p, k);
% convert to discrete
filterd = c2d(filterc, 1/fs);
% get transfer function equivalent
```

```
[num, den] = tfdata(filterd);
b = num{1};
a = den{1};
```

A szűrés menete pedig

```
1 xfilt = filter(b, a, x);
```

## 3. Ellenőrző kérdések

1. Definiálja az  $L_{AS}$ ,  $L_{AFmin}$ ,  $L_{A20}$ ,  $L_{AEq}$  szinteket.
2. Egy harmonikus jel szintjét hangnyomásszintmérővel mérjük.  $L_{AEq} = 86$  dB,  $L_{ZEq} = 92$  dB. Becsülje meg a jel frekvenciáját.
3. 48 kHz mintavételi frekvenciával rögzítünk egy 2 másodperc hosszú jelet. Melyik a legalsó és legfelső szabványos tercsáv, amelybe még jelszintet számíthatunk?
4. Mekkora a frekvenciafelbontás, ha 48 kHz-es mintavételezett jel 2048 mintájából számolunk DFT-t?
5. Egy hangjel két harmonikus komponenst tartalmaz, melyek frekvenciái hozzávetőlegesen  $f_1 \approx 120$  Hz és  $f_2 \approx 130$  Hz. A két frekvenciaértéket 1 Hz pontossággal ismerjük. Az  $f_1$  komponens pontos meghatározásához a hangjelet az  $e^{-j2\pi 120 \text{ Hz} \cdot t}$  moduláló jellel szorozzuk, majd aluláteresztő szűrővel szűrjük. Mekkora a válasszuk a szűrő vágási frekvenciáját?

## 4. Mérési feladatok

1. A digitalizáló mérőszköz vizsgálata
  - Határozza meg a digitalizáló eszköz effektív bitszámát!

Javasolt módszer: Állítson elő a függvénygenerátor segítségével olyan szinuszjelet, mely minimális tartalékkal teljesen kivezérli az a digitalizáló eszközt. Rögzítsen ebből a szinuszjelből egy szakaszt, majd vágjon ki egy olyan regisztrátumot, melyre teljesül, hogy mintavételezés koherens. Az effektív bitszám (ENOB – *Effective Number of Bits*) az alábbi módon adódik:

$$\text{ENOB} = \frac{\text{SINAD} - 1,761}{6,02} \text{ [dB]}, \quad (27)$$

ahol a jel-zaj és torzítás viszony (SINAD – *Signal to noise and distortion ratio*)

$$\text{SINAD} = 10 \log_{10} \left( \frac{P_{\text{jel}} + P_{\text{harm}} + P_{\text{zaj}}}{P_{\text{harm}} + P_{\text{zaj}}} \right) \text{ [dB]}. \quad (28)$$

A  $-1,761$  dB korrekciós tényező alkalmazását az indokolja, hogy szinuszos gerjesztőjel esetén a kvantálási zaj (kvantálási torzítás) mintái nem egyenletes eloszlásúak.

2. Rögzítsen egy néhány másodperc hosszú hangjelet kalibrált mikrofonnal felszerelt digitális adatgyűjtővel.

3. Implementáljon egy Matlab függvényt, mely az A-súlyozást megvalósító diszkrét idejű IIR-szűrő együtthatóit adja vissza. A függvény fejléce legyen

```
1 function [b, a] = afilter(fs)
```

4. Implementáljon Matlab függvényt, mely diszkrét hangminta futó rms-ét számítja exponenciális átlagolással. A függvény fejléce legyen

```
1 function y = running_rms(x, Trms, fs)
```

ahol  $fs$  a mintavételi frekvencia,  $Trms$  az időállandó,  $x$  pedig a bemenő hangminta (oszlopvektor)

5. Töltse be a felvett hangmintát.

- Ábrázolja az eredeti hangnyomás slow időállandóval képzett futó rms-ét dB-ben
- A mintavételi frekvenciának megfelelő A-szűrővel szűrje meg a hangjelet.
- Ábrázolja az A-súlyozott hangnyomás slow időállandóval képzett futó rms-ét dBA-ban.
- Adja meg a hangnyomás A-súlyozott tercsávós spektrumát abban az időpontban, amikor a súlyozatlan hangnyomásszint eléri az  $L_{ZSmax}$  értéket. A spektrumot 1 s hosszú szakaszból számítsa.

6. Hangminták elemzése

- (a) Határozza meg a tranziens hangminta három legerősebb komponensének pontos frekvenciáját és időállandóját!
- (b) Ábrázolja a tranziens hangminta spektrogramját!
- (c) Határozza meg a stacionárius hangminta alapprofrekvenciáját!
- (d) Ábrázolja a stacionárius hangminta spektrumát, majd tegyen kísérletet a spektrum jel-zaj viszonyának csökkentésére spektrális átlagolással!
- (e) Mintavételezze újra a stacionárius hangmintát az alapprofrekvencia  $2^n$ -szeresének megfelelő új mintavételi frekvenciával!
- (f) Ábrázolja a hangminta tranziens részében az alapprofrekvencia és az első négy felharmonikus amplitúdóját az idő függvényében!
- (g) Ábrázolja a teljes hangminta spektrogramját!