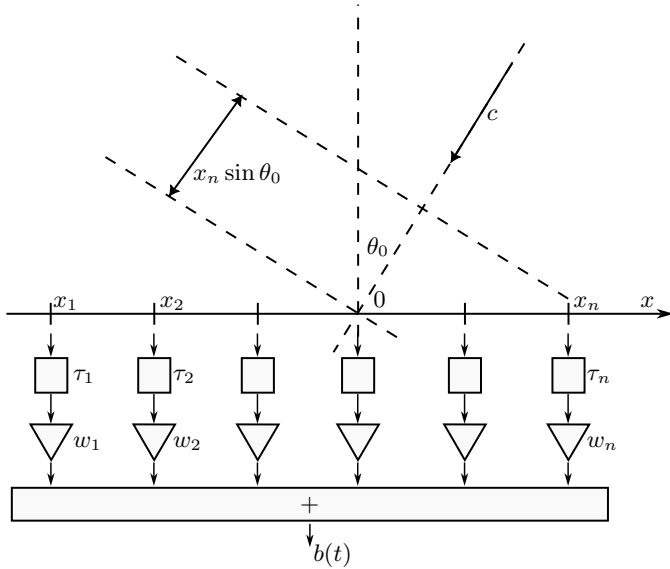


Mikrofontömbös nyalábformálás

Fiala Péter

Mérési segédlet

1. A Delay And Sum nyalábformálás



1. ábra. Delay And Sum nyalábformálás

Tekintsünk egy síkhullámú nyomásimpulzust, mely θ_0 beesési szöggel érkezik az x tengelyre, ahogy az 1. ábra mutatja. Amennyiben a nyomásimpulzus origóiban mérhető időfüggvénye $p_0(t)$, úgy az x tengely tetszőleges pontjában a

$$p(x, t) = p_0\left(t + \frac{x}{c} \sin \theta_0\right) \quad (1)$$

időben eltolt nyomás időfüggvényét mérhetjük. Ez pozitív θ_0 beesési szög mellett pozitív x értékek esetére siettetést, negatív x értékek esetére késleltetést jelent. Értelemszerűen $\theta_0 = 0$ beesési szög mellett a késleltetés x -től függetlenül zérus, $\theta_0 = \pm\pi/2$ esetén maximális.

A mikrofontömbös feldolgozás alap gondolata, hogy a terjedési késleltetéseket késleltetővonalakkal kompenzáljuk. A nyomásteret az x tengely mentén felvett diszkrét x_n pontokban (mikrofonokkal) diszkrétizáljuk, majd képezzük a $p_n(t) = p(x_n, t)$ függvények eltolt szuperpozícióját:

$$b(t) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N w_n p_n(t - \tau_n). \quad (2)$$

Itt τ_n az n -edik mikrofon jelére alkalmazott késleltetés, w_n pedig a mikrofonra alkalmazott erősítés. A szuperpozíció eredményeként előáll a $b(t)$ fókuszált, más szóval nyalábformált jel. A b jelölés a beamformra utal.

A fenti elvet Delay And Sum (DAS) nyalábformálásnak nevezzük.

Értelemszerűen, amennyiben $\tau_n = x_n \sin \theta_0 / c$ és $w_n = 1$, úgy a terjedési késleltetéseket tökéletesen kompenzál-

juk, és $b(t) = p_0(t)$; ráfókuszáltunk a θ_0 beesési irányra. Intuitívan a θ irányra történő fókuszálást a

$$\tau_n = \frac{x_n}{c} \sin \theta, \quad w_n = 1 \quad (3)$$

választással azonosíthatjuk. Felmerül kérdésként, hogy amennyiben a $\theta \neq \theta_0$ irányra fókuszálunk, a mikrofontömb milyen jelet vesz. Az ideális az lenne, ha a $\theta = \theta_0$ esetben tökéletes (egyszeres) átvitelt, a $\theta \neq \theta_0$ esetben minél nagyobb elnyomást kapnánk. A mikrofontömbös nyalábformálás alapfeladata a fentiek megvalósítása az x_n , w_n és τ_n paraméterek megfelelő megválasztásával.

A könnyebb analizálhatóság kedvéért érdemes a fenti elvet a frekvenciatartományba átültetnünk. Tegyük fel, hogy minden időfüggvény ω körfrekvenciájú harmonikus függvény: $f(t) = \hat{f}e^{i\omega t}$, ahol a kalap az amplitúdót és fázist is magában foglaló komplex csúcsot jelöli. Ekkor az egyes mikrofonokon mérhető nyomásfüggvények komplex csúcsaiból összeállított vektor

$$\hat{\mathbf{p}}(\omega) = \begin{pmatrix} \hat{p}_1(\omega) \\ \vdots \\ \hat{p}_n(\omega) \\ \vdots \\ \hat{p}_N(\omega) \end{pmatrix} = \hat{p}_0(\omega) \cdot \hat{\mathbf{a}}(\omega, \theta_0), \quad (4)$$

ahol az $\hat{\mathbf{a}}(\omega, \theta_0)$ terjedési vektor a θ_0 irányból érkező síkhullám terjedési késleltetéseinek megfelelő fázistolásokat tartalmazza:

$$\hat{a}_n(\omega, \theta_0) = e^{i\omega x_n \sin \theta_0 / c} = e^{ik x_n \sin \theta_0}. \quad (5)$$

A mikrofontömb kimenetén megjelenő nyalábformált $b(t)$ jel komplex csúcsa pedig az egyszerű

$$\hat{b}(\omega) = \frac{1}{N} \hat{\mathbf{w}}^H \hat{\mathbf{p}} \quad (6)$$

formában írható fel. Itt a $\hat{\mathbf{w}}$ komplex súlyvektor $\hat{w}_n = w_n e^{i\omega \tau_n}$ elemei tartalmazzák mind a fázistolást, mind az erősítést. Lényeges, hogy a $\cdot^H$ jelölés a transzponált konjugáltra utal. A transzponálás miatt a (6) egyenlet vektorművelete skaláris szorzás, vagyis tartalmazza az összegzést is. Ezen kívül a komplex konjugálás a fázistolást ellentettjére módosítja. Amennyiben egy mikrofon jelét késleltetni szeretnénk, úgy a megfelelő $\hat{w}_n$ komplex csúcsban pozitív fázistolást (siettetést) kell alkalmaznunk.

1.1. Az iránytényező

Adott $\hat{\mathbf{w}}$ súlyvektor mellett definiálhatjuk a mikrofontömb iránytényezőjét. (6) és (4) alapján:

$$\hat{D}(\omega, \theta_0) = \frac{\hat{b}(\omega)}{\hat{p}_0(\omega)} = \frac{1}{N} \hat{\mathbf{w}}^H \hat{\mathbf{a}}(\omega, \theta_0). \quad (7)$$

Látható, hogy az iránytényező azt írja le, hogy a $\hat{w}$ súlyvektorral definiált mikroföntomb a θ_0 irányból érkező síkhullámot mennyire erősíti.

1.2. Hagyományos nyalábformálás

Számos különböző algoritmus létezik a mikroföntomb $\hat{w}$ súlyvektorának megtervezéséhez. Ezek közül a legegyszerűbb a hagyományos nyalábformálás (Conventional Beamforming, CBF), melynek alap gondolata:

$$\hat{w}(\omega, \theta) = \hat{a}(\omega, \theta), \quad (8)$$

vagyis a súlyvektor a θ irányból érkező síkhullám terjedési késleltetéseit kompenzálja (a skalárszorzatban megjelenő komplex konjugálás miatt), más szóval a θ irányra fókuszál. A CBF iránytényezője ezek szerint

$$\hat{D}_{\text{CBF}}(\omega, \theta_0; \theta) = \frac{1}{N} \hat{a}^H(\omega, \theta) \hat{a}(\omega, \theta_0). \quad (9)$$

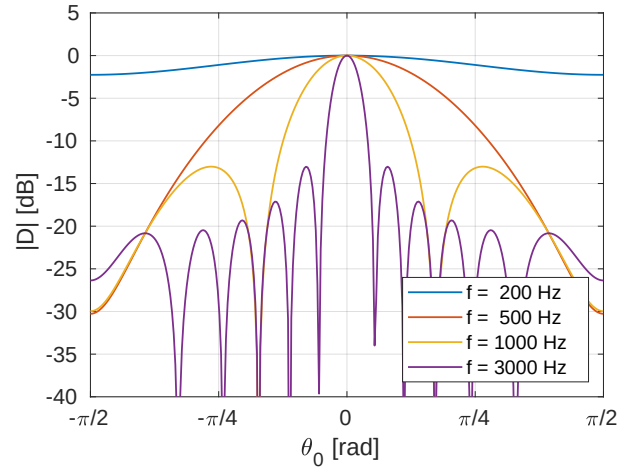
1.3. Állandó erősítésű, ekvidisztáns mikrofonsorok

A mikroföntombok analízis szempontjából legegyszerűbb esete az ekvidisztáns mikrofonsor, ahol a mikrofonok az x tengely mentén, az $x_n = n \cdot d$ pozíciókban helyezkednek el, d pedig a szomszédos mikrofonok távolsága. Az egyszerűség kedvéért $N + 1$ elemű, $N \cdot d$ széles mikrofonsort veszünk, ahol az n index $-N/2$ -től $N/2$ -ig fut. A fentiek alapján könnyen látható, hogy a θ irányra hagyományos nyalábformálással fókuszáló ekvidisztáns mikrofonsor iránytényezője

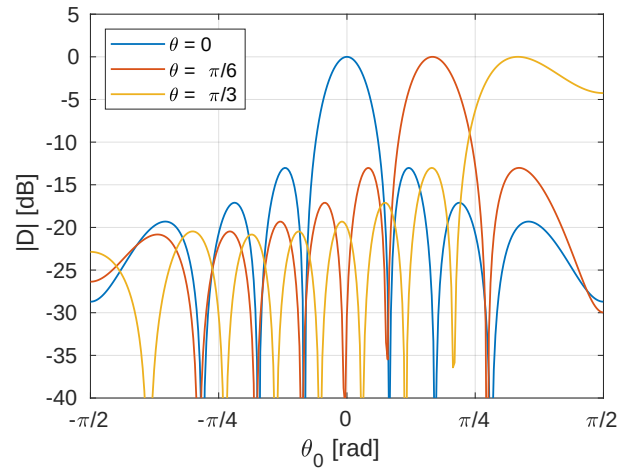
$$\hat{D}_{\text{CBF}}(\omega, \theta; \theta_0) = \frac{1}{N+1} \sum_{n=-N/2}^{N/2} e^{iknd(\sin \theta_0 - \sin \theta)}. \quad (10)$$

Az iránytényezőt a 2. ábra mutatja $N = 10$ és $d = 6$ cm esetére, különböző frekvenciákon. Az ábrán mutatott esetekben $\theta = 0$, vagyis a mikrofonsor közepre fókuszál ($\hat{w}_n \equiv 1$), és a különböző θ_0 irányokból érkező síkhullámok vételi erősítését látjuk. Megfigyelhető, hogy kisfrekvencián a mikrofonsor lényegében gömbi karakterisztikájú: A főirányból érkező jelet egyszeresen erősíti, de az oldalirányból érkezőket sem nyomja el. A frekvencia növelésével a főnyaláb összehúzódik, szélessége csökken, és egyre több oldalnyaláb jelenik meg az iránytényezőben. A mikrofonsor melléknyalábelnyomása, vagyis a legerősebb oldalnyaláb főarányhoz viszonyított csillapítása frekvenciafüggetlen, -13 dB.

A 3. ábra a $\hat{D}$ iránytényezőt mutatja állandó $f = 2$ kHz frekvencián, de különböző θ fókuszirányokra. Látszik, hogy a $\hat{w}$ súlyok megfelelő módosításával (fázistolással) az iránykarakterisztika elektronikus forgatása megvalósítható. Az elforgatott iránykarakterisztikák kis θ értékre hasonlítanak a $\theta = 0$ irányúhoz, de nagy elforgatási szögek a főnyaláb eltorzul, kiszélesedik.



2. ábra. $\theta = 0$ irányra fókuszáló ekvidisztáns mikrofonsor iránytényezője különböző frekvenciákon



3. ábra. Azonos frekvencia mellett különböző θ irányokra fókuszáló ekvidisztáns mikrofonsor iránytényezője

2. Az iránytényező tervezése

2.1. Fourier-transzformációs módszerek

Írjuk fel az iránytényező (7) definícióját szummás alakban, kifejtve benne az $\hat{a}_n$ terjedési vektort:

$$\hat{D}(\omega, \theta_0) = \frac{1}{N+1} \sum_{n=-N/2}^{N/2} \hat{w}_n^* e^{ix_n k \sin \theta_0}. \quad (11)$$

Képezzünk határátmenetet: Legyen a mikrofonok N száma megfelelően nagy és a mikrofonok távolsága megfelelően kicsi, úgy, hogy $N \cdot d = L$ a mikrofonsor szélessége:

$$\hat{D}(\omega, \theta_0) = \frac{1}{L} \sum_{n=-N/2}^{N/2} \hat{w}_n^* e^{ix_n k \sin \theta_0} d \quad (12)$$

$$\rightarrow \frac{1}{L} \int_{-L/2}^{L/2} \hat{w}^*(x) e^{ix k \sin \theta_0} dx. \quad (13)$$

Látható, hogy a $\hat{D}$ iránytényező a folytonosnak tekinthető $\hat{w}(x)$ súlyfüggvény Fourier-transzformáltja. A Fourier-transzformáció itt nem az időtartományból visz a frek-

venciatartományba, hanem az x tértartományból a $k_x = k \sin \theta_0$ térbeli hullámszámtartományba.

Speciális esetként vizsgáljuk meg a fent bemutatott $\hat{w}(x) = 1$ négyszögfüggvény esetet. Ekkor az iránytényező

$$\hat{D}(\omega, \theta_0) = \frac{1}{L} \int_{-L/2}^{L/2} e^{ixk \sin \theta_0} dx = \text{sinc}(k \sin \theta_0 L/2). \quad (14)$$

Az elvárások szerint (a fenti ábrákkal összhangban) a négyszög súlyfüggvényhez tartozó iránytényező sinc függvényt követ. Mivel a sinc függvény második lokális csúcsa a $3\pi/2$ argumentumnál van, melléknyalábelnyomása $1/(3\pi/2) \approx -13$ dB. Könnyen számítható az is, hogy mely θ_0 irányokban jelennek meg az iránytényező zérushelyei. A sinc függvény zérushelyei az $n\pi$ argumentumértékeknél vannak, tehát az iránytényező θ_0 zérushelyeit a

$$\sin \theta_0 = n \frac{2\pi}{kL} = n \frac{\lambda}{L} \quad (15)$$

értékeknél találjuk. Az iránytényező főnyalábszélességét a főirány körüli -6 dB-es irányok távolságaként definiáljuk. Mivel $\text{sinc}(0.6\pi) \approx 1/2 \approx -6$ dB, ezért a Θ főnyalábszélesség

$$\Theta = 2 \arcsin \left(0.6 \frac{\lambda}{L} \right). \quad (16)$$

Az eredmény szerint minél szélesebb a mikrofonosor, illetve minél nagyobb frekvencián mérünk, a főnyalábszélesség annál kisebb, a mikrofonosor annál jobban fókuszál, de a 13 dB melléknyalábelnyomásnál jobbat a konstans w_n mikrofonerősítések mellett nem tudunk elérni.

2.2. A diszkretizálás hatása

Amikor az elméleti $\hat{w}(x)$ folytonos súlyfüggvényt véges számú mikrofonnal diszkretizáljuk, nem szabad megsértenünk a mintavételi tételt. A mintavételi tétel szerint a d mintavételi távolság reciproka legalább kétszeresen meg kell haladja a legnagyobb térbeli frekvenciát. Formálisan:

$$\frac{2\pi}{d} \geq 2 (k \sin \theta_0)_{\max}. \quad (17)$$

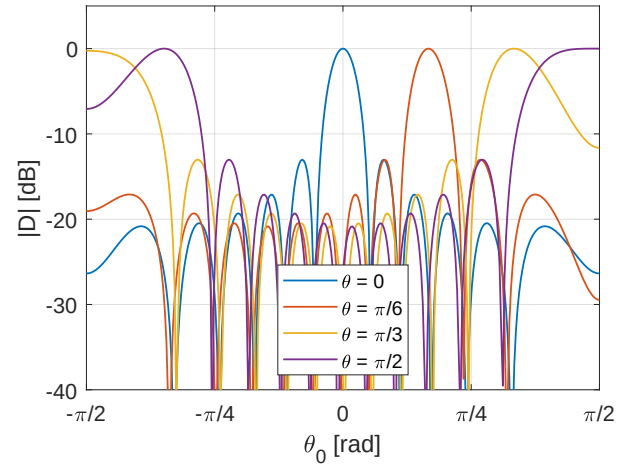
Tekintettel arra, hogy $-1 \leq \sin \theta_0 \leq 1$, a mikrofontömb felső határfrekvenciája

$$k \leq \frac{\pi}{d}, \quad \omega \leq \frac{\pi c}{d}, \quad d \leq \frac{\lambda}{2}. \quad (18)$$

Ezáltal egy $d = 6$ cm mikrofontávolságú mikrofonosor felső határfrekvenciája ≈ 2860 Hz. Ezen határfrekvencia fölött az iránykarakterisztika főnyalábjának periodikusan ismétlődő mása erős oldalnyaláb formájában lapolódhat be a $[-\pi/2, \pi/2]$ intervallumba, ahogy azt a 4. ábra mutatja.

2.3. Az optimális súlyvektor – adaptív mikrofonosor

A fentiekben olyan módszereket láttunk, melyek az iránytényezőt, annak főirányát, főnyalábszélességét, melléknyalábelnyomását, nullhelyeit előre tervezik, függetlenül a beérkező nyomásjeltől. Az adaptív módszerek ezzel szemben az aktuális beérkező nyomásjel alapján formálják a mikrofontömb súlyvektorát, ezen keresztül az



4. ábra. A térbeli mintavételi tételt sértő mikrofonosor esetén a főnyaláb oldalnyaláb formájában lapolódik be a $[-\pi/2, \pi/2]$ intervallumba. Jelen példában $d = 6$ cm, $f = 3000$ Hz.

iránytényezőjét. Tipikus mérési feladat, hogy a mikrofontömb iránytényezője az adott, előre ismert θ_0 irányból érkező hasznos jelet egyszeres erősítéssel engedje át, emellett pedig minden, a θ_0 iránytól eltérő, ismeretlen irányból érkező jelet (interferencia) nyomjon el. Ennek leghatékonyabb módja az iránykarakterisztikai nullhelyeinek megfelelő megválasztása úgy, hogy azok a legerősebb zavaró források irányába essenek. A fenti elvet az alábbi módon formalizálhatjuk:

Legyen a nyalábfarmált $\hat{b}$ jel energiája minimális úgy, hogy a mikrofontömb θ_0 irányban egyszeres erősítést mutat:

$$E(|\hat{b}|^2) \rightarrow \min, \quad \hat{\mathbf{w}}^H \hat{\mathbf{a}}(\theta_0) = 1. \quad (19)$$

A (19) feltételben E az időbeli várható értéket jelöli, itt tehát az egymást követő időszelvényekben mérhető komplex csúcsok abszolút négyzetének átlaga szerepel. A minimumfeltételt (6) alapján átfogalmazhatjuk a bejövő nyomás és a súlyvektor ismeretében:

$$\begin{aligned} E(|\hat{b}|^2) &= E(\hat{b}\hat{b}^*) = E(\hat{\mathbf{w}}^H \hat{\mathbf{p}} (\hat{\mathbf{w}}^H \hat{\mathbf{p}})^*) \\ &= E(\hat{\mathbf{w}}^H \hat{\mathbf{p}} \hat{\mathbf{p}}^H \hat{\mathbf{w}}) = \hat{\mathbf{w}}^H E(\hat{\mathbf{p}} \hat{\mathbf{p}}^H) \hat{\mathbf{w}} \\ &= \hat{\mathbf{w}}^H \mathbf{C} \hat{\mathbf{w}} \rightarrow \min, \end{aligned} \quad (20)$$

ahol a $\mathbf{C} = E(\hat{\mathbf{p}} \hat{\mathbf{p}}^H)$ a mikrofonok nyomásjelének kovarianciamátrixa.

A kovarianciamátrix ij -edik elemének definíciója tehát $\hat{C}_{ij} = E(\hat{p}_i \hat{p}_j^*)$. A kovarianciamátrix definíció szerint önadjungált, vagyis $\mathbf{C}^H = \mathbf{C}$. Főátlója valós, az egyes mikrofonok jelteljesítményét tartalmazza: $\hat{C}_{ii} = E(|\hat{p}_i|^2)$. A főátlón kívüli elemek az egyes mikrofonpárok keresztjeljesítményeit tartalmazzák. Ezek az értékek nem valósak, és a komplex konjugálás miatt a mikrofoncsatornák közti fázistolásokat tartalmazzák.

Az átfogalmazott optimalizálási feladat tehát

$$\hat{\mathbf{w}}^H \mathbf{C} \hat{\mathbf{w}} \rightarrow \min, \quad \hat{\mathbf{w}}^H \hat{\mathbf{a}}(\theta_0) = 1. \quad (21)$$

A $\hat{\mathbf{w}}_{\text{opt}}$ optimumot a Lagrange-multiplikátor technikával kereshetjük meg (a levezetést lásd a függelékben):

$$\hat{\mathbf{w}}_{\text{opt}} = \frac{\mathbf{C}^{-1} \hat{\mathbf{a}}_0}{\hat{\mathbf{a}}_0^H \mathbf{C}^{-1} \hat{\mathbf{a}}_0}, \quad (22)$$

ahol $\hat{\mathbf{a}}_0 = \hat{\mathbf{a}}(\theta_0)$ az előre ismert θ_0 irányhoz tartozó terjedési vektor. Látszik, hogy az adaptív mikrofonsonnak folyamatosan mérnie (becsülnie) kell a bejövő nyomástér $\mathbf{C}$ kovarianciamátrixát, és az optimális súlyvektor meghatározásához ki kell értékelnie a (22) formulát, vagyis folyamatosan meg kell oldania egy egyenletrendszer, melynek mérete megegyezik a mikrofonok számával.

2.4. A kovarianciamátrix becslése

A kovarianciamátrix becslése általában egyszerű időbeli átlagolással történik:

$$\mathbf{C} = \mathbb{E}(\hat{\mathbf{p}}\hat{\mathbf{p}}^H) \approx \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} \hat{\mathbf{p}}_k \hat{\mathbf{p}}_k^H, \quad (23)$$

ahol $\hat{\mathbf{p}}_k$ a k -val megelőző időszletben mért nyomás komplex csúcstérképe. Tipikus megvalósítás, hogy a bejövő nyomás időfüggvény legutóbbi szelétét FFT-nek vetjük alá, kiválasztjuk az ω frekvenciához tartozó frekvenciabint komplex csúcsát, és az ezekből képzett diádotkat átlagoljuk adott K elemszámú mozgóátlagolással. Alternatív megoldásként dolgozhatunk $K \cdot T$ mély négyszöglak helyett $K \cdot T$ időállandójú exponenciális időablakkal is (itt T egy FFT-regisztrátum időbeli hossza). Az utóbbi megvalósítás előnye, hogy az exponenciális mozgóátlagolás egyszerűbben implementálható. Az adott frekvenciához tartozó komplex csúcsok számítása sem csak FFT-vel végezhető el. Amennyiben nincs szükségünk az összes frekvenciabint megjelenő komplex csúcsokra, az ω frekvenciájú komplex csúcs egy $e^{-i\omega t}$ moduláló jellel történő lekeverés, majd megfelelően kis sáv szélességű aluláteresztés alkalmazásával időben folytonosan kinyerhető, és ezen végezhető az időbeli átlagolás.

3. Forráslokalizáció

A mikrofontömbök fókuszáláson kívüli másik fontos alkalmazási területe a forráslokalizáció. Itt kihasználjuk, hogy a mikrofontömb főnyalábja elektronikusan forgatható. Bejárjuk a θ iránytartományt, és figyeljük a vett nyalábformált jel teljesítményét. Azon pozíciókhoz, melyekben a vett jel teljesítménye magas, valós forráspozíciókat rendelhetünk.

Tegyük fel, hogy a térben M forrás helyezkedik el különböző θ_i irányokban. Minden forrás az ω frekvencia környezetében sugároz keskenysávú jelet, melyet az időben lassan változó $\hat{q}_i(t)$ komplex csúccsal jellemezünk. Itt tehát a jel információtartalma a komplex csúcs amplitúdójának és fázisának lassú változása, az ω frekvencia a hasznos jel „vivőjének” tekinthető. Modellünkben feltételezzük, hogy az egyes források jelei függetlenek (korrelálatlanok), vagyis $\mathbb{E}(\hat{q}_i(t)\hat{q}_j^*(t)) = 0$, ha $i \neq j$. A mikrofonson az egyes jelek szuperpozícióját veszi, vagyis a vett jelvektor

$$\hat{\mathbf{p}}(t) = \sum_{i=0}^M \hat{q}_i(t)\hat{\mathbf{a}}(\theta_i). \quad (24)$$

Alkalmazzuk a hagyományos nyalábformálást θ irányra fókuszálva, és állítsuk elő a nyalábformált jelet:

$$\hat{b}(t|\theta) = \mathbf{w}^H \hat{\mathbf{p}}(t) = \hat{\mathbf{a}}^H(\theta) \hat{\mathbf{p}}(t) = \sum_{i=1}^M \hat{q}_i(t) \hat{\mathbf{a}}^H(\theta) \hat{\mathbf{a}}(\theta_i), \quad (25)$$

majd képezzük a jel teljesítményét:

$$\mathbb{E}(|\hat{b}(t|\theta)|^2) = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \mathbb{E}(\hat{q}_i \hat{q}_j^*) \hat{\mathbf{a}}^H(\theta) \hat{\mathbf{a}}(\theta_i) \hat{\mathbf{a}}^H(\theta_j) \hat{\mathbf{a}}(\theta). \quad (26)$$

Kihasználva, hogy a források korrelálatlanok, a dupla szumma egyszerűsége egyszerűsödik:

$$\mathbb{E}(|\hat{b}(t|\theta)|^2) = \sum_{i=1}^M \sigma_i^2 |\hat{\mathbf{a}}^H(\theta) \hat{\mathbf{a}}(\theta_i)|^2 \quad (27)$$

Az eredményként adódó formula azt mutatja, hogy a θ irányra fókuszálva adódó nyalábformált jel teljesítménye az egyes θ_i irányokban elhelyezkedő független források σ_i^2 teljesítményeinek szuperpozíciója, ahol a szuperpozíció együtthatója a mikrofontömb iránytényezőjének abszolútérték négyzete. Ezt a mennyiséget a mikrofontömb pontszórásfüggvényének (PSF, Point Spread Function) nevezzük:

$$\text{PSF}(\theta, \theta_0) = |D(\theta, \theta_0)|^2. \quad (28)$$

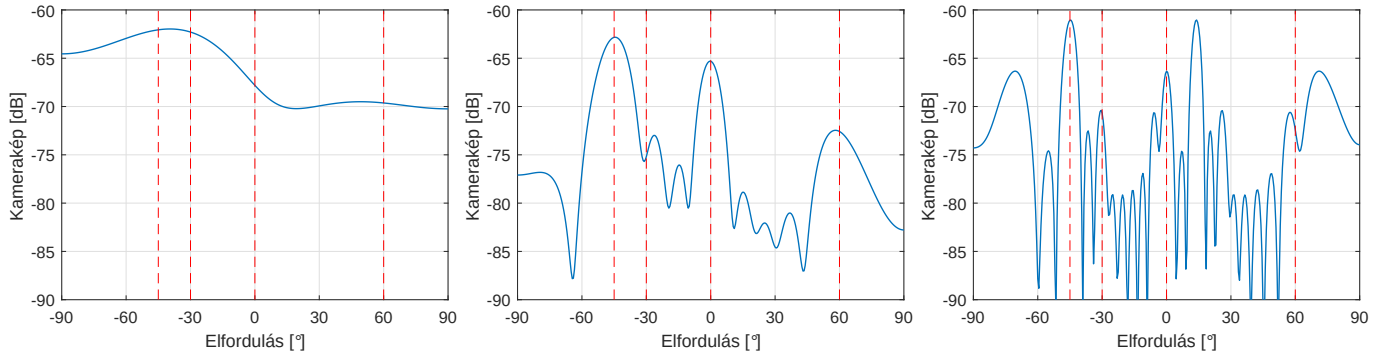
A pontszórásfüggvényre tehát úgy tekintünk, mint a mikrofontömb térbeli impulzusválaszára. Ha a mikrofontömbbel végigfókuszálunk a teljes bejárható θ tartományon, akkor a hagyományos nyalábformálással vett nyalábformált jel teljesítménye a térben elosztott (független) forrásteljesítmény-eloszlás és a mikrofontömb pontszórásfüggvényének konvolúciójaként alakul.

Ez természetesen azt jelenti, hogy a mikrofontömb kis frekvencián, ahol a pontszórásfüggvény lényegében konstans, összemosza a térben szétszórt forrásteljesítményeket, és nem teszi lehetővé a lokalizációt. Nagy frekvencián viszont, ahol a pontszórásfüggvény keskeny főnyalábbal rendelkezik, a nyalábformált jel lokális csúcsai kijelölik a valós forráspozíciókat. A forrásteljesítmény meghatározásakor ugyanakkor még ebben az esetben is figyelni kell arra, hogy a nyalábformált jel teljesítménye az összes forrásteljesítmény szuperpozíciója. A pontos forrásteljesítmény-meghatározás dekonvolúciós feladat.

Ezt a jelenséget mutatja az 5. ábra. Itt négy korrelálatlan forrást lokalizálunk állandó távolságú mikrofonsonnal és hagyományos nyalábformálással. Kis frekvencián a pontszórásfüggvény nyalábszélessége olyan nagy, hogy a nyalábformált jelen nem lehet elkülöníteni a négy forrást. Közepes frekvencián a források elkülöníthetők, de a kis teljesítményűek szintjének meghatározása nagyon bizonytalan a közeli nagy teljesítményű források oldalnyalábjai miatt. Az ábrán mutatott harmadik eset frekvenciája már túl van a mikrofonson határfrekvenciáján. Itt a PSF belapolódó főnyalábjai rontják a lokalizációt.

4. Mikrofontömbök

Az eddigi vizsgálatok az egyszerűség kedvéért egydimenziós fókuszálással és lokalizációval, mikrofonsonokkal foglalkoztak. Mind a fókuszálás, mind a lokalizáció könnyen kiterjeszthető azonban azimut- és elevációs szöggel leírható 2D nyalábformálásra. A hagyományos nyalábformálás (CBF), a fókuszált jel előállítás, az adaptív nyalábformálás fent leírt algoritmusa, a PSF fogalma és a forráslokalizáció elve csak az $\hat{\mathbf{a}}$ terjedési vektoron alapul, amit könnyű általánosítani.



5. ábra. Négy zajforrás jelének lokalizációja hagyományos nyalábformálással, 12 elemű, 80 cm széles mikrofon sor alkalmazásával. A bal oldali ábrán a vizsgálati frekvencia 500 Hz, középen 2000 Hz, a jobb oldalon 5000 Hz. A zajforrások elhelyezkedését a piros szaggatott vonalak jelölik. A forrásteljesítmények arányai $\sigma^2 = 9 : 1 : 4 : 1$.

Ha egy mikrofon az x_n, y_n pozícióban helyezkedik el, a beeső síkhullám pedig a gömbi polárkoordinátarendszerben megszokott θ és ϕ irányokból érkezik, a mikrofon origóbeli referenciaponthoz mért idősi-ettetése

$$\Delta t = \frac{x_n \cos \phi \sin \theta + y_n \sin \phi \sin \theta}{c}, \quad (29)$$

ami alapján a terjedési vektor elemei a frekvenciatartományban

$$\hat{a}_n = e^{ik(x_n \cos \phi \sin \theta + y_n \sin \phi \sin \theta)} \quad (30)$$

$$= e^{ik_x x_n + ik_y y_n}, \quad (31)$$

ahol bevezettük a $k_x = k \sin \theta \cos \phi$ és $k_y = k \sin \theta \sin \phi$ hullámszámokat.

A 6. ábra néhány tipikus mikrofonelrendezést (négy-szögháló, kör, illetve spirál) és pontszórásfüggvényeiket mutatja. Az ábrázolt PSF-ek a k_x, k_y hullámszámtartományban vannak értelmezve, így frekvenciafüggetlenek. A tényleges frekvencia- és irányfüggő PSF-et a (31) összefüggésekkel lehet kiolvasni belőlük. Eszerint kis frekvencián a hullámszám-spektrumokból origó középpontú, $k = \omega/c$ sugarú körök mentén olvashatjuk ki a ténylegesen érzékelt PSF-eket. A frekvencia növelésével a kiolvasási tartomány sugara növekszik, és előbb-utóbb egyre több oldalnyaláb, majd a belapolódó főnyalábok jelennek meg a PSF-ben.

5. A felkészülést segítő ellenőrző kérdések

1. Hogyan definiáljuk és hogyan számítjuk a mikrofontömb iránytényezőjét?
2. Mi a hagyományos nyalábformálás?
3. Vezesd le a (10) képletet.
4. Milyen összefüggés van a mikrofon sor $w(x)$ súlyfüggvénye és iránytényezője között? Hogyan olvassuk ki a k_x hullámszámspektrumából az iránytényezőt?
5. Mi az adaptív nyalábformálás elve? Hogyan fogalmazhatjuk meg ezt kényszeres optimalizálási feladatként?

6. Mit mutat meg a mikrofon sor kovarianciamátrixa?
7. Hogyan becsülhető a kovarianciamátrix?
8. Milyen a mikrofontömb kovarianciamátrixa, amennyiben a tér forrásmentes, és csak a mikrofonok saját zaját mérjük?
9. Milyen a mikrofontömb kovarianciamátrixa, amennyiben a térben 1/2/3 forrás van jelen, és a mikrofonok zajmentesek? Mekkora a kovarianciamátrix rangja? Meghatározható-e az optimális adaptív súlyvektor?
10. Mi az összefüggés a mikrofontömb iránytényezője és pontszórásfüggvénye között?
11. Mi az összefüggés a forrásteljesítmény-eloszlás, a pontszórásfüggvény és a CBF nyalábformált jel teljesítménye között? Milyen feltételnek kell megfelelniük a forrásoknak, hogy az összefüggés igaz legyen?
12. Hogyan értelmezzük egy 2D mikrofontömb frekvenciafüggetlen PSF-jét? Hogyan olvassuk ki belőle a frekvencia- és irányfüggő PSF-et?

A. Függelék

A kényszerfeltétellel kiegészített minimalizálási probléma

$$\hat{\mathbf{w}}^H \mathbf{C} \hat{\mathbf{w}} \rightarrow \min, \quad \hat{\mathbf{w}}^H \hat{\mathbf{a}}_0 = 1. \quad (32)$$

Ez átfogalmazható kényszer nélküli minimumkeresési feladattá a Lagrange-multiplikátor módszerrel. A nullára rendezett kényszeregyenlőséget λ -szoros súllyal hozzáadjuk a minimalizálandó célfüggvényhez:

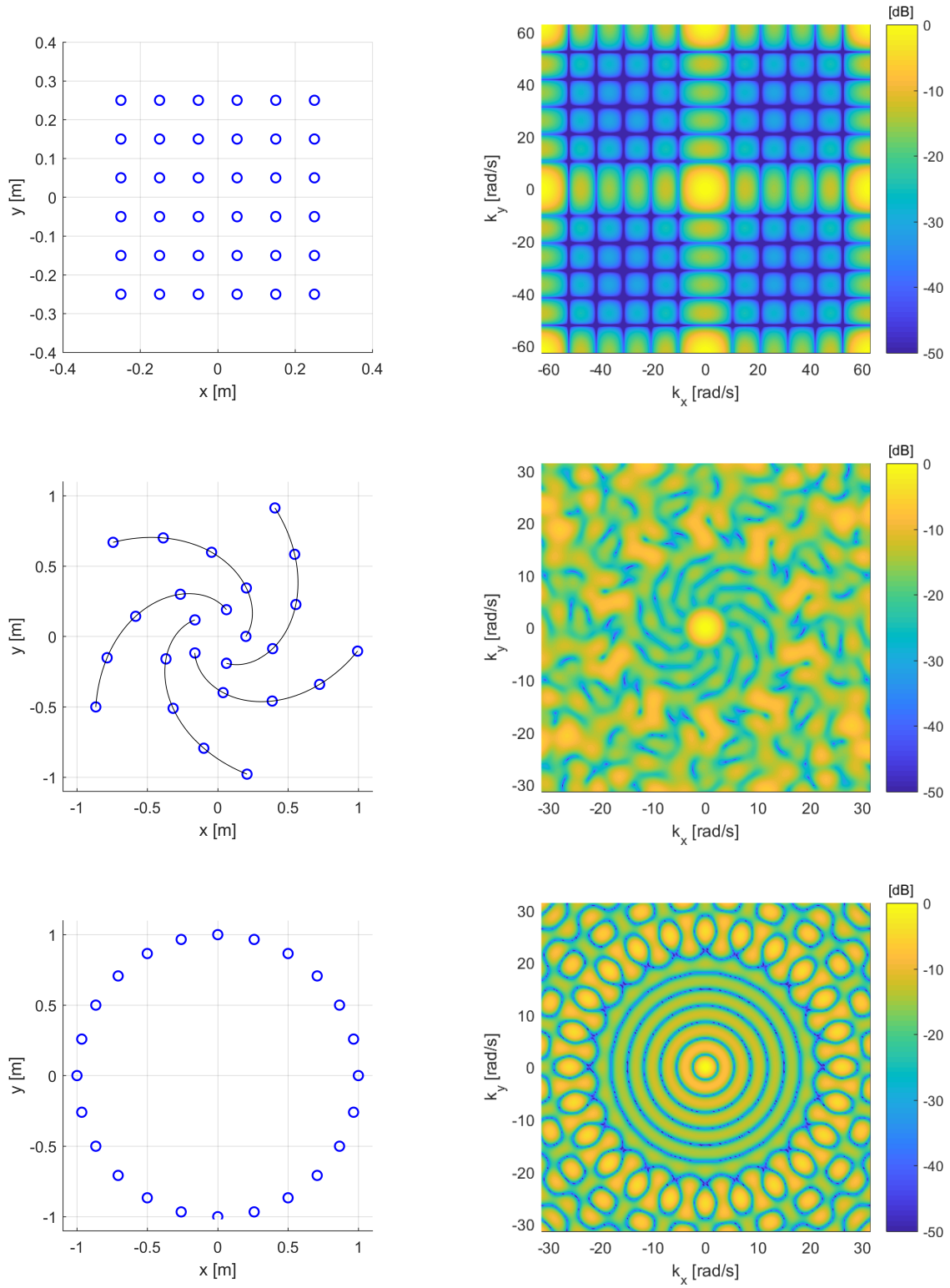
$$\hat{\mathbf{w}}^H \mathbf{C} \hat{\mathbf{w}} + \lambda (1 - \hat{\mathbf{w}}^H \hat{\mathbf{a}}_0) \rightarrow \min \quad (33)$$

Keressük az új célfüggvény gradiensét $\hat{\mathbf{w}}$ szerint, és tegyük egyenlővé zérussal:

$$2\mathbf{C}\hat{\mathbf{w}}_{\text{opt}} - \lambda\hat{\mathbf{a}}_0 = \mathbf{0} \quad (34)$$

Innen $\hat{\mathbf{w}}_{\text{opt}}$ kifejezhető, de még tartalmazza az ismeretlen λ Lagrange-multiplikátort:

$$\hat{\mathbf{w}}_{\text{opt}} = \frac{1}{2} \mathbf{C}^{-1} \hat{\mathbf{a}}_0 \lambda \quad (35)$$



6. ábra. Mikrofonelrendezések és pontszórásfüggvényeik hullámszám-spektruma

λ értékét úgy kapjuk meg, hogy az optimumot visszahe-
lyettesítjük a kényszerfeltételbe:

$$\hat{\mathbf{w}}_{\text{opt}}^H \hat{\mathbf{a}}_0 = \hat{\mathbf{a}}_0^H \mathbf{w}_{\text{opt}} = 1 \quad (36)$$

$$\hat{\mathbf{a}}_0^H \frac{1}{2} \mathbf{C}^{-1} \hat{\mathbf{a}}_0 \lambda = 1 \quad (37)$$

$$\lambda = \frac{1}{\frac{1}{2} \hat{\mathbf{a}}_0^H \mathbf{C}^{-1} \hat{\mathbf{a}}_0} \quad (38)$$

amit $\hat{\mathbf{w}}_{\text{opt}}$ kifejezésébe visszairva adódik az optimális
megoldás.