

Hangterek rögzítése és reprodukciója

Firtha Gergely

Mérési segédlet
Akusztika és hangtechnika laboratórium

1. Bevezetés

Egy korábbi mérés során bevezettük a mikrofontömbös nyalábformálás alapvető módszereit síkban elhelyezett mikrofonok alkalmazása mellett. Az ismertetett delay-and-sum módszerek lehetővé tették a mikrofontömb síkjára különböző irányokból érkező síkhullámok különválasztását, források lokalizációját.

Egyes hangterek sokmikrofonos rögzítése és a rögzített hangtérben irányselekción megvalósítása a fejhallgató alapú, vagy több hangszórót alkalmazó hangreprodukció (pl. Dolby surround rendszerek) területén is gyakran felmerülő feladat. Hangtér-reprodukció szempontjából azonban a fő feladat a hangtér egy adott pozícióban, a hallgató pozíciójában való rögzítése, illetve a hangtér ezen hallgatói pozíció körüli irányokra bontása. Ez a feladat olyan mikrofonelrendezést igényel, amelyben a mikrofonok a hallgatói pozíció, vagy origó körül helyezkednek el, és amelynek segítségével az origó körül a tér minden irányába közelítőleg azonos nyalábtulajdonságokkal lehet nyalábformálást elérni. A feladat kézenfekvő módon egy gömbfelület mentén elhelyezett mikrofoneloszlással valósítható meg.

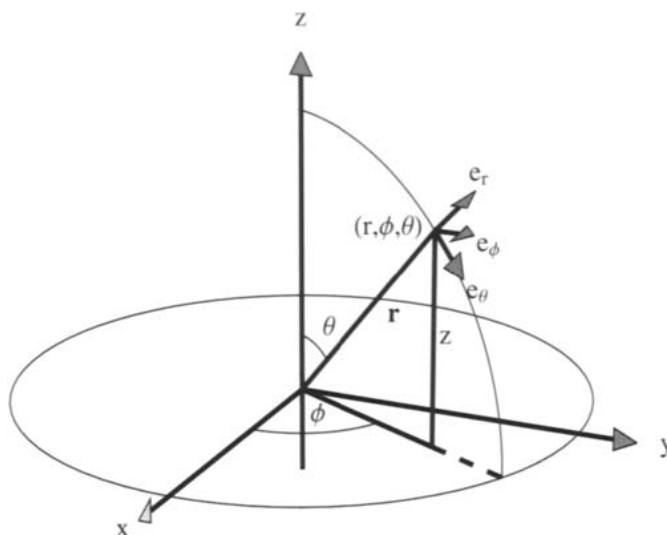
Szintén egy korábbi mérés során megismerkedhettünk a néhány mikrofont alkalmazó mikrofonozási technikákkal, amelyek segítségével a rögzített tér érzeti szempontból közelítőleg visszaállítható. Ezzel szemben a jelen mérés középpontjában a rögzített hangterek (pl. zárt zengő térben kialakuló hangtér) tárolása, valamint fejhallgatóval vagy hangszórókkal való **fizikailag helyes** visszaállítása, azaz a hangtér-reprodukció áll. Ehhez a mérés során a hallgatók megismerkedhetnek a gömbi mikrofontömbök működésének elméleti alapjaival, a gömbi mikrofontömbbel való nyalábformálással valamint a mérés alapú hangtér-reprodukció alapvető módszereivel.

2. Hangterek gömbi harmonikus reprezentációja

2.1. A hullámegyenlet megoldása gömbi koordináta-rendszerben

Elsőként a homogén hullámegyenlet gömbi megoldását tárgyaljuk. A következőkben alkalmazott koordináta-rendszer az 1. ábrán látható. A polár és azimut szögeket gyakran együttesen $\theta = [\theta, \phi]$ jelöléssel rövidítjük.

Vizsgáljuk a tér azon részét, amelyben a hanghullámok szabadon terjednek, a vizsgálatból kizárva az esetleges forrás- vagy nyelőpozíciókat. A térben állandósult álla-



1. ábra. A következőkben alkalmazott gömbi koordináta-rendszer. r az origótól vett távolság, ϕ a vizsgált pont azimut szöge, θ az északi pólussal bezárt polárszög.

potban kialakuló $P(\mathbf{x}, \omega)$ hangnyomás ekkor kielégíti a

$$(\nabla^2 + k^2) P(\mathbf{x}, \omega) = 0 \quad (1)$$

alakú homogén Helmholtz-egyenletet, ahol ∇^2 a Laplace-operátor, és $k = \omega/c$ az akusztikai hullámszám.

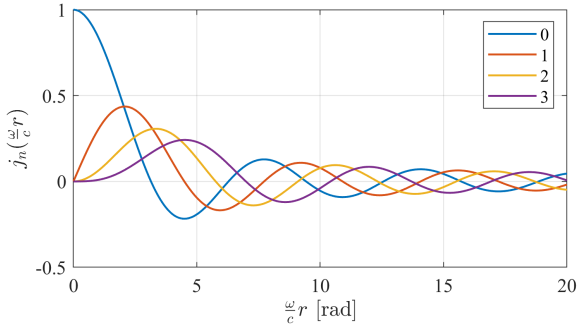
Gömbi szimmetriával rendelkező problémák esetén (pl. gömbfelületről visszavert tér meghatározása) célszerű a Helmholtz-egyenletet gömbi koordináta-rendszerben felírni, és a megoldást gömbi alakban keresni. Levezetés nélkül, az általános általános megoldás gömbi koordináta-rendszerben a

$$P(r, \theta, \omega) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n [A_{mn}(\omega) j_n(kr) + B_{mn}(\omega) h_n^{(2)}(kr)] Y_n^m(\theta) \quad (2)$$

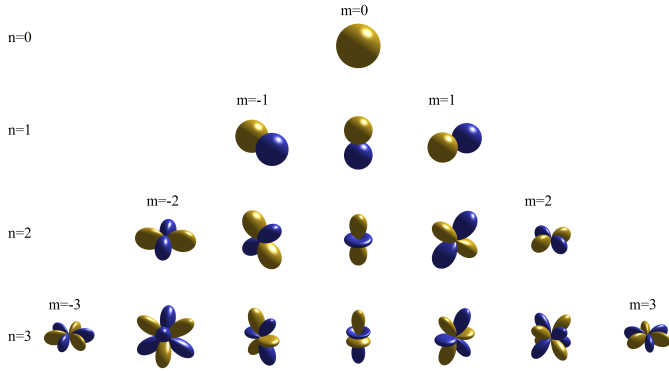
alakú, ahol

- $j_n(kr)$ valós radiális tag állóhullámokat reprezentál, ahol j_n az n -ed rendű gömbi Bessel-függvény. A függvény alakja a 2. ábrán látható.
- $h_n^{(2)}(kr)$ komplex radiális tag az origótól távolodó el-sugárzott hullámokat reprezentál, ahol $h_n^{(2)}$ az n -ed rendű, másodfajú gömbi Hankel-függvény. Nagy-frekvencián érvényes rá a

$$h_n^{(2)}(kr) \approx (-j)^{n+1} \frac{e^{-jkr}}{kr} \quad (3)$$



2. ábra. Az első néhány gömbi Bessel-függvény.



3. ábra. Gömbi harmonikus függvények különböző n és m értékekre. A gömbi harmonikusok természetesen csak szögfüggők, gömbfelület mentén értelmezhetőek. Jelen ábrázolási mód esetén az origótól vett távolság a gömbi harmonikus adott szögben vett abszolút értékét mutatja, a pozitív értékeket sárga színnel, a negatív értékeket kékkel jelölve.

közelítés. A Bessel-függvénytől nem független, köztük az összefüggést

$$\operatorname{Re} \left(h_n^{(2)}(kr) \right) = j_n(kr) \quad (4)$$

- $A_{mn}(\omega)$ és $B_{mn}(\omega)$ együtthatók együttesen a hangtér spektruma.
- Az $Y_n^m(\theta)$ szögfüggő tagot az ún. gömbi harmonikusok adják meg, amelyeket a következő fejezet részletesen tárgyal.

Az általános megoldás tehát egy tetszőleges hangteret az $Y_n^m(\theta)$ iránykarakterisztikával rendelkező gömbhullámok összegeként ír fel.

A hullámegyenlet gömbi koordináta-rendszerbeli alakját akkor tudjuk hatékonyan felhasználni, ha pl. gömbfelületeken megadott peremfeltételeink vannak. A megoldás során a fő feladat az adott peremfeltételek mellett meghatározni $A_{mn}(\omega)$ és $B_{mn}(\omega)$ spektrális együtthatókat. Ezek ismeretében a kialakuló hangtér a (2) egyenlet alapján számítható.

2.2. A gömbi harmonikusok

A (2) egyenlet által adott általános megoldás szögfüggő tagjai jelen mérés szempontjából különös jelentőséggel bírnak. Definíció szerint, a valós értékű gömbi harmoni-

kus függvények

$$Y_n^m(\theta) = c_{mn} P_n^{|m|}(\cos \theta) \cdot \begin{cases} \sin m\phi, & \text{ha } m < 0 \\ 2, & \text{ha } m = 0 \\ \cos m\phi, & \text{ha } m > 0. \end{cases} \quad (5)$$

alakúak, ahol c_{mn} egyszerű skálafaktor¹, $P_n^{|m|}(\cos \theta)$ az n -edfokú Legendre-társzpolinomok. A gömbi harmonikus rendjét az n pozitív egész szám határozza meg.

Az első néhány gömbi harmonikus egészen $n = 3$ rendig a 3. ábra mutatja be. Megfigyelhető, hogy a gömbi harmonikusok rendje a teljes térbeli felbontással, a főnyalábok számával áll összefüggésben. A főnyalábok irányeloszlását adott n esetén az m index adja meg: pl. egy adott n értéken belül $m = \pm n$ esetén a gömbi harmonikusok csak horizontálisan, míg $m = 0$ esetén csak vertikálisan változnak. A gömbi harmonikusok tehát felfoghatóak iránykarakterisztikaként, ahol a növekvő n -ekhez növekvő számú nyaláb tartozik.

2.3. A gömbi harmonikus transzformáció

A gömbi harmonikusok fontos tulajdonsága, hogy teljes ortonormált bázist alkotnak egy gömbfelület mentén, azaz teljesül rájuk a

$$\int_S Y_n^m(\theta) Y_{n'}^{m'}(\theta) d\theta = \delta_{nn'} \delta_{mm'}, \quad (6)$$

egyenlőség, ahol δ a Kronecker-delta, és θ a gömbfelületet bejáró szög, amelyet kifejtve a gömbfelületen vett integrál alakja

$$\int_S f(\theta) d\theta = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi f(\theta) \sin \theta d\phi d\theta. \quad (7)$$

Ezen tulajdonságából kiindulva bizonyítható, hogy tetszőleges $f(\theta)$ gömbfelületen értelmezett függvény – pl. egy adott sugarú gömb mentén mért nyomáeloszlás – felírható gömbi harmonikusok súlyozott összegeként,

$$f(\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n F_{mn} Y_n^m(\theta) \quad (8)$$

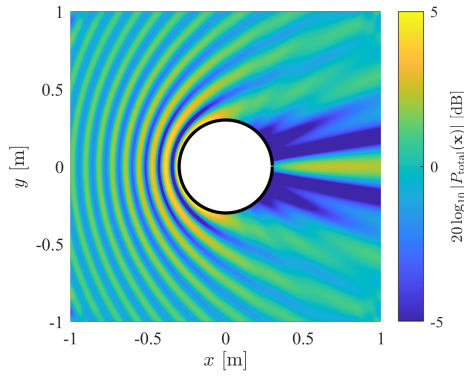
alakban. Az ortogonalitás miatt F_{mn} gömbi harmonikus spektrum az eredeti függvény adott gömbi harmonikusra való vetítésével, azaz a függvény és a gömbi harmonikus szorzatának gömbfelszínén vett integráljaként számítható

$$F_{mn} = \int_S f(\theta) Y_n^m(\theta) d\theta \quad (9)$$

szerint. Az utóbbi, (9) műveletet az $f(\theta)$ függvény gömbi harmonikus transzformációjának nevezzük, míg a (8) egyenlettel adott sorfejtés inverz gömbi harmonikus transzformációnak nevezzük. A továbbiakban e műveleteket $F_{mn} = SHT\{f(\theta)\}$ és $f(\theta) = ISHT\{F_{mn}\}$ operátorokkal jelöljük.

Fontos megjegyezni, hogy a gömbi harmonikus transzformáció tetszőleges, adott gömbfelületen értelmezett függvényre elvégezhető, a hullám- és Helmholtz-egyenlettől teljesen függetlenül. Az inverz transzformáció kifejezését a hullámegyenlet (2) képletben adott általános megoldásával összehasonlítva szembevetendő, hogy

¹a sakálátényező $c_{mn} = (-1)^m \sqrt{\frac{(2n+1)(n-|m|)!}{4\pi(n+|m|)!}}$ értékű.



4. ábra. Teljes hangtér abszolútértéke merev gömbről visszavert síkhullám esetén.

az általános megoldás alakja épp egy gömbi harmonikus sorfejtést jelent, azaz a hangtér felírható

$$P(r, \theta, \omega) = \mathcal{I}SHT\{\psi_{mn}(r, \omega)\} \quad (10)$$

alakban, ahol $\psi_{mn}(r, \omega)$ a nyomástér gömbi harmonikus transzformáltja. Minthogy azonban a nyomástér kielégíti a Helmholtz-egyenletet, ezért adott n rendszám esetén a radiális tag alakja analitikusan ismert (ld. a (2) egyenlet).

A hullámegyenlet gömbi általános megoldására és az SHT alkalmazására egy fontos példa a merev gömbről szórt akusztikus tér analitikus meghatározása. Szóródási problémák esetén a feladat ismert beeső tér esetén a teljes kialakuló tér meghatározása, amely a beeső térből, és a felületről visszavert térből áll, azaz

$$P^{\text{total}}(r, \theta, \omega) = P^{\text{in}}(r, \theta, \omega) + P^{\text{scat}}(r, \theta, \omega) \quad (11)$$

alakban írható. A probléma megoldásának pontos menete merev gömbfelület esetén a függelékben megtalálható.

A megoldás alap gondolata az, hogy a (11) egyenlet gömbi harmonikus transzformáltját véve a nyomástér sugárfüggése ismert (a hullámegyenlet általános megoldása alapján), így a merev peremfeltételek analitikusan érvényesíthetők. Végeredményként a nyomástér gömbi harmonikus transzformáltja tetszőleges $r > r_0$ sugár mentén

$$\psi_{mn}^{\text{total}}(r, \omega) = A_{mn}^{\text{in}}(\omega) \left(j_n(kr) - \frac{j_n'(kr_0)}{h_n^{(2)'}(kr_0)} h_n^{(2)}(kr) \right) \quad (12)$$

alakban írható, ahol A_{mn}^{in} a beeső tér spektruma. A (35) kifejezés alapján a nyomástér tetszőleges pontban ISHT alakjában fejezhető ki a beeső tér ismeretében. Megjegyezhető, hogy a fenti összefüggés $r = r_0$ esetben a

$$\psi_{mn}^{\text{total}}(r_0, \omega) = \frac{A_{mn}^{\text{in}}(\omega)}{j(kr_0)^2 h_n^{(2)'}(kr_0)} \quad (13)$$

alakra egyszerűsödik.

A fentiek alkalmazása a 4. ábrán látható, az x irányba haladó 2 kHz frekvenciájú harmonikus síkhullám esetén. A síkhullám gömbi harmonikus spektruma analitikusan ismert, így a 20 cm átmérőjű gömbről szórt tér és így az ábrán mutatott teljes hangtér analitikusan számítható. Fontos látni, hogy az egyszerű árnyékolási jelenség helyett a gömbfelületről visszavert tér a gömb mögött önmagával pozitívan interferál, így a felület mögött

a hangnyomás lokálisan megnő. Ez a jelenség előrevetíti, hogy merev gömbbe ágyazott mikrofontömbök esetén ezen diffrakációs hatások kiküszöbölése elengedhetetlen a megfelelő nyálábformálás, illetve irány szelekció elérésének érdekében.

3. Mérés gömbi mikrofonnal

Az előzőekben látható volt, hogy egy adott tér gömbi spektrumának meghatározásához a nyomásteret egy gömbfelület mentén szükséges rögzíteni. A következő fejezet gyakorlatban is használható gömbi mikrofontömb tervezési szempontjait ismerteti röviden.

3.1. A hangtér spektrumának mérés alapú meghatározása

Tételezzük fel, hogy a nyomásteret egy r_{mic} sugarú gömbfelszín mentén térben (és időben) folytonosan rögzítjük, amelyből aztán gömbi spektrumot kívánunk számítani. Felmerül a kérdés, hogy a mikrofoneloszlást egy vázszerkezetre vagy merev felületbe célszerű rögzíteni. Természetesen mindkét lehetőség esetén a célunk pusztán a beeső nyomástérnek és spektrumának meghatározása, a mikrofontömből szórt tér hatásának kiküszöbölésével.

Az előbbi megoldás esetén a modellünkben a vázszerkezet akusztikai hatását elhanyagoljuk, és azt feltételezzük, hogy közvetlenül a mikrofonra beeső hangteret mintavételezzük (azaz a visszavert tér az előző példában azonosan zérus). Ekkor a beeső hullám gömbi spektrumát a mért nyomástérből egyszerűen

$$A_{mn}^{\text{in}}(\omega) = \frac{\psi_{mn}^{\text{mic}}(r_{\text{mic}}, \omega)}{j_n(kr_{\text{mic}})} \quad (14)$$

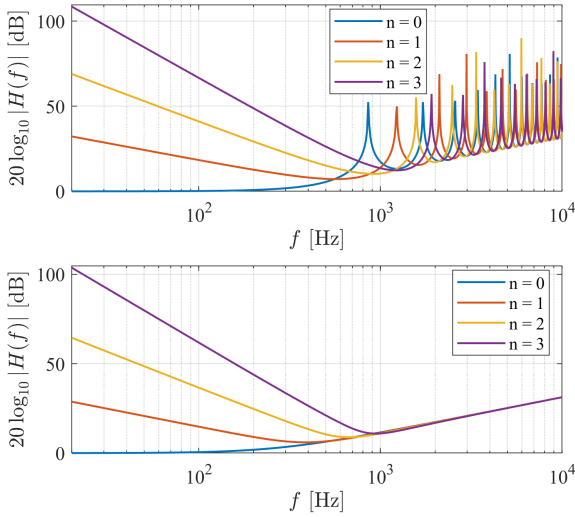
alakban számíthatjuk, ahol $\psi_{mn}^{\text{mic}}(r_{\text{mic}}, \omega) = \mathcal{SHT}\{P^{\text{mic}}(r_{\text{mic}}, \theta, \omega)\}$ a mikrofonok által rögzített nyomástér gömbi harmonikus transzformáltja. Ezzel szemben merev gömbbe ágyazott mikrofonok esetén a mért nyomástér tartalmazza a felületről visszavert teret is, azaz a teljes teret mérjük. (13) összefüggés alapján a beeső nyomástér spektruma a mért jelekből a

$$A_{mn}^{\text{in}}(\omega) = j(kr_{\text{mic}})^2 h_n^{(2)'}(kr_{\text{mic}}) \psi_{mn}^{\text{mic}}(r_{\text{mic}}, \omega) \quad (15)$$

összefüggésből számítható.

Fontos észrevenni, hogy mindkét esetben a spektrumot a mért tér SHT-jának szűrésével kaphatjuk meg, ahol a szűrők pontos alakja az adott mikrofon sugártól függ. Ezért ezeket a szűrőket *radiális szűrőknek* nevezzük. Adott sugár mellett a radiális szűrők szűrőbankot jelentenek: minden n foksámra (azaz a 3. ábra minden sorára) külön szűrők adottak. Fix n foksám mellett azonban minden m -re azonos radiális szűrőt kell alkalmazni.

A fenti radiális szűrőbankok átviteli karakterisztikája nyitott és zárt mikrofontömb esetén az 5.(a) és (b) ábrán láthatók. Megfigyelhető, hogy nyitott esetben a nevezőben megjelenő valós értékű Bessel-függvények zérushelyein a radiális szűrő átvitele végtelen értékű, ezeken a frekvenciákon nem becsülhető a gömbi spektrum. Ez a jelenség nem jelenik meg merev gömb esetén. Épp emiatt,



5. ábra. Radiális szűrők nyitott (a), illetve merev (b) gömbi mikrofontömb esetén.

a gömbi mikrofontömböket szinte kizárólag merev hordozófelületbe ágyazott mikrofonkapszulákkal valósítják meg.²

Megfigyelhető az is, hogy mindkét esetben a rendszám növelésével a szűrőbankok kiemelése jelentősen nő kisméretű frekvencián. Ez az erősítés kisméretű frekvencián zajérzékenységet tenné a mérést, ennek elkerüléséről a későbbiekben lesz szó.

3.2. A gömbi spektrum mérése

Ezidáig azt feltételeztük, hogy a nyomástér a mikrofonunk felszínén folytonosan ismert, és ezen folytonos SHT-t tudunk elvégezni, amelyből később végtelen fókuszú ISHT sorfejtéssel tudunk a tértartományba visszalépni. Természetesen a gyakorlatban a gömbfelszín mentén diszkrét pontokban helyezünk el mikrofonokat, a gömböt térben mintavételezzük. Ez a mintavételezés közvetlenül fogja meghatározni azt a legnagyobb N fókuszszámot, ameddig a mikrofontömböt térbeli átlapolódás nélkül használni tudjuk, és a teret pontosan tudjuk mérni.³ A problémakör azonban összetettebb, mint sík mikrofonrendezés esetén: a gömbfelszín mintavételezése nem egyértelmű, számos stratégia létezik, amelyek mind eltérő N maximális SHT fókuszszámot eredményeznek, a mintavételi struktúra hatékonyságától függően.

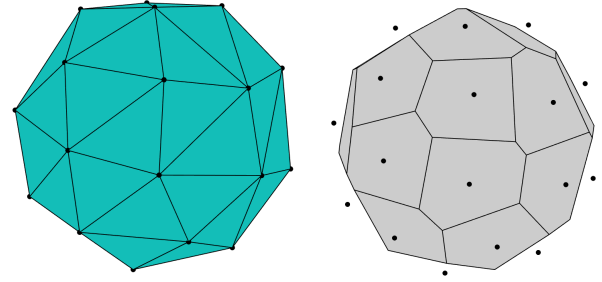
3.2.1. A gömbfelszín egyenletes mintavételezése

Tételezzük fel, hogy a gömbfelszínen Q mintavételi pontot veszünk fel, azaz a gyakorlatban Q számú mikrofont alkalmazunk. Jelöljük ezen diszkrét pozíciókhoz tartozó szögeket $\theta_q = [\theta_q, \phi_q]^T$ -val, ahol $q = 1, 2, \dots, Q!$ A feladat e Q pont valamilyen szempontból egyenletes elhelyezése a felület mentén.⁴

²A ritkábban alkalmazott nyitott esetben a szingularitás irányított mikrofonkapszulákkal (pl. kardioid) kerülhető el.

³A térbeli átlapolódás hasonlóan az egyéb geometriákban megjelenő átlapolódási jelenségekhez, a gömbi harmonikus spektrum bizonyos n fókuszszám fölötti „egymásbalógó” ismétlődését, azaz a kis térbeli frekvenciák tartalom nagy n -ekbe való leképződését jelenti.

⁴E feladat nemtriviális, az egyenletes diszkrétizáció egy későbbi SHT elvégzése szempontjából optimális megvalósítása jelenleg is aktívan



6. ábra. 26 mintavételi ponthoz tartozó 6-design Delaunay-háromszögelése (a) és Voronoi-diagramja (b). A Voronoi-cellák azon pontok összessége amely a gömbfelületen adott mintavételi ponthoz minden egyéb pontnál közelebb helyezkednek el. t -designok esetén ezen cellák közel azonos területűek.

A feladat közel optimális megközelítése a pontok olyan elhelyezése, hogy a gömbfelszínen való folytonos integrálás egyszerű, azonos súlyú szummaként jól közelíthető, azaz teljesül az

$$\int_S f(\theta) d\theta = \frac{4\pi}{Q} \sum_{q=1}^Q f(\theta_q). \quad (16)$$

egyenlőség: a numerikus integrálás állandó kvadrátúra-súlyokkal ($\frac{4\pi}{Q}$) valósítható meg. Ha a (16) egyenlőség legalább t -ed rendű polinomra teljesül (pl. a gömbi harmonikusokban megjelenő Legendre-polinomok), akkor az így elhelyezett Q számú pont egy t -design valósít meg. A feladat ezek után adott Q mikrofonszám mellett t maximalizálása. A feladat megoldása összetett, a mintavételi struktúrák (t -designok) általánosan csak numerikus módszerekkel határozhatók meg.

Általánosan elmondható, hogy ilyen mintavételi struktúra alkalmazása mellett Q mintavételi pont alkalmazásával a maximális gömbi harmonikus rendjét, ami átlapolódás nélkül számítható a mintavételi pontokban

$$N = \lfloor t/2 \rfloor \quad (17)$$

adja meg.⁵

A 6. ábra egy $Q = 26$ mintavételi pontot tartalmazó 6-designt ábrázol a pontokhoz tartozó Delaunay-háromszögeléssel (a) és a pontokhoz tartozó Voronoi-cellákkal (b).

3.2.2. A diszkrét gömbi harmonikus transzformáció (DSHT)

A gömbfelület diszkrétizálása után definiálhatjuk az ezen pontokon elvégzett Diszkrét Gömbi Harmonikus Transzformációt, amely a DFT-hez hasonlóan a folytonos transzformáció diszkrétizált formája.

Ehhez vezessünk be lineáris indexelést az egyes gömbi harmonikus m, n értékekre: az egyes gömbi harmonikusok lineáris indexe $l = n^2 + n + m + 1$, amely gyakorlatilag a 3. ábrán látható gömbi harmonikusok fentről lefelé majd balról jobbra való sorba rendezését jelenti. Jelöljük

kutatott terület.

⁵Az egyenlőség könnyen belátható az alapján, hogy az integrálandó $f(\theta)Y_{mn}(\theta)$ poligon fókuszszáma $2N$

az első N számú gömbi harmonikus θ_q -ban felvett értékeit ezen lineáris indexelés alkalmazásával

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_{0,0}(\theta_1) & Y_{1,-1}(\theta_1) & Y_{1,0}(\theta_1) & \dots & Y_N(\theta_1) \\ Y_{0,0}(\theta_2) & Y_{1,-1}(\theta_2) & Y_{1,0}(\theta_2) & \dots & Y_N(\theta_2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ Y_{0,0}(\theta_Q) & Y_{1,-1}(\theta_Q) & Y_{1,0}(\theta_Q) & \dots & Y_N(\theta_Q) \end{bmatrix} \quad (18)$$

módon, azaz a $Q \times N$ típusú gömbi harmonikus mátrix minden oszlopát egy adott sorszámú gömbi harmonikus adott mintavételi pozícióban felvett értékei képzik.

Ezek után a Q számú mikrofonjelet, valamint az SHT eredményeként kapott N számú gömbi harmonikus transzformáltat

$$\mathbf{p}^{\text{mic}} = \begin{bmatrix} p(\theta_1) \\ p(\theta_2) \\ \dots \\ p(\theta_Q) \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\psi}^{\text{mic}} = \begin{bmatrix} \psi_{0,0} \\ \psi_{1,-1} \\ \psi_{1,0} \\ \dots \\ \psi_N \end{bmatrix} \quad (19)$$

vektorral jelölve a (8) egyenletben adott inverz gömbi harmonikus transzformáció (IDSHT) diszkrét esetben a

$$\mathbf{p}^{\text{mic}} = \mathbf{Y} \boldsymbol{\psi}^{\text{mic}} \quad (20)$$

lineáris egyenletrendszer alakra hozható.

Az IDSHT tehát egyértelműen adott egy csonkolt sorfejtés formájában. Az előre transzformáció megvalósítása azonban nem egyértelmű, nagyban függ az alkalmazott mintavételi struktúrától. Általános esetben az előre- és visszatranszformáció hibája négyzetes értelemben minimalizálható a

$$\boldsymbol{\psi}^{\text{mic}} = \mathbf{Y}^+ \mathbf{p}^{\text{mic}} \quad (21)$$

alakban. Ekkor a transzformációs mátrix (\mathbf{Y}^+) a gömbi harmonikus mátrix pszeudoinverze (Moore–Penrose inverze). A (21) egyenletet a hangtér diszkrét gömbi harmonikus transzformáltjának (DSHT) nevezzük.

Megfelelő t -design alkalmazása mellett a pszeudoinverz azonban a

$$\mathbf{Y}^+ = \frac{4\pi}{Q} \mathbf{Y}^T \quad (22)$$

alakra egyszerűsödik, azaz a megfelelő mintavételi pontokban a gömbi harmonikus transzformált a mikrofonjelek gömbi harmonikusokra való vetítésével számítható.

3.2.3. A méréshez alkalmazott mikrofonelrendezés

Eddigi ismereteink alapján tárgyalhatjuk a méréshez használt mikrofonelrendezés tulajdonságait.

A mikrofontömb a 7. ábrán látható. Az előző alfejezetekben tárgyalt előnyök miatt a mikrofonkapszulák egy 20 cm átmérőjű merevnek tekinthető gömbfelületbe vannak beágyazva. A gömbfelszínen 24 mikrofont helyeztünk el, amelyek jele párhuzamosan mérhető. A mintavételi struktúra kiválasztásának fő szempontja a rendelkezésre álló mikrofonok száma és a t -designok számíthatósága volt: 24 mintavételi pontra nem határozható meg egyetlen mintavételezés a gömbön, viszont 26 pontos t -design létezik. A mikrofonkapszulák így egy 26 pontot tartalmazó 6-design mintavételi pontjaiban vannak elhelyezve: a gömb déli pólusán 2 mikrofon helyén a kábelezés kivezetése, valamint a mikrofonállvány rögzítési



7. ábra. A méréshez használt mikrofonelrendezés.

pontja található. E két mintavételi pontban mérhető jeleket az előfeldolgozás során a környező mintákból interpoláljuk. A mintavételi pontok a 6. ábrán láthatóak.

A korábban elmondottak alapján a mikrofontömb harmadrendű ($t/2$) gömbi harmonikus jelek számítását teszi lehetővé. Az ehhez tartozó térbeli felbontás a 3. ábrán látható: a 24 mikrofonjelből összesen 16 gömbi harmonikus jel nyerhető ki. Ezen gömbi harmonikus jelek $\frac{\omega}{c} r_{\text{mic}} < N$ frekvenciatartományban irányhelyesen tartalmazzák a rögzített nyomásteret. Jelen mikrofontömbre az így adódó felső frekvenciakorlát 1.5 kHz. Efölött a frekvencia fölött az irányinformáció torzul a térbeli átlapolódási jelenségek megjelenése miatt.

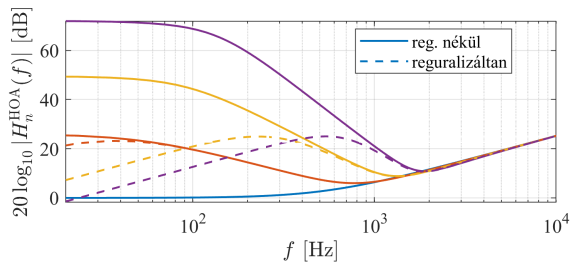
4. A mért hangtér reprodukciója

A gömbi mikrofontömbök fontos előnye, hogy az általuk rögzített hangtér közvetlenül visszajátszható egy gömbfelület, vagy körvonal mentén elhelyezett hangszórósokasággal (pl. standard Dolby 5.1, 7.1, vagy Atmos layoutok), vagy fejhallgatóval HRTF-ek alkalmazásával. Az egyszerű sztereofon panneléssel⁶ ellentétben, jelen esetben a célunk a hangtér oly módú visszaállítása, hogy a mikrofontömb pozíciójában (a gömbfelület mentén) a hangszórók által reprodukált tér egyezzen a mért hangtérrel. Ha a feladat tökéletesen megoldható lenne ($N \rightarrow \infty$ rendű gömbi harmonikusig tudnánk mérni és visszaállítani a teret), a hullámegyenlet megoldásának egyértelműsége szerint ez magával vonná azt is, hogy a visszaállított hullámok a tér egyéb pontjaiban is egyezne az eredetileg mért térrel: Ezt a feladatot nevezzük hangtér-reprodukciónak. A következőkben a hangtér-reprodukció ideális, majd gyakorlati megvalósítását mutatjuk be.

4.1. Hangszóróalapú visszaállítás

Folytonos hangszóróeloszlás alkalmazása: Tételezzük fel, hogy adott egy a reprodukcióhoz alkalmazott hang-

⁶amely esetben a cél egy fantom forrás megfelelő lokalizációjának biztosítása



8. ábra. Regularizálatlan és regularizált 3-ad fokú HOA szűrőbank átviteli függvénye.

szórókat tartalmazó, a mikrofontömbnél jóval nagyobb $r_{ls} \gg r_{mic}$ sugarú gömbfelület. Továbbá tegyük fel, hogy a felület minden pontja egy elemi pontforrás, amit vezérelni tudunk. Hangtér-reprodukció során a feladat az egyes forráspontok vezérlőjelének meghatározása, úgy, hogy a reprodukált tér a mikrofontömb mentén meg egyezzen a mikrofontömbre beeső hangtérrel. Jelöljük ezen vezérlőjeleket $d(\theta, \omega) = \mathcal{I}S\mathcal{H}\mathcal{T}\{\psi_{mn}^{\text{HOA}}(\omega)\}$ -val. Levezetés nélkül, a vezérlőfüggvény ismeretében a gömb belsejében r sugáron létrehozott/reprodukált hangnyomás a

$$P^{\text{synth}}(r, \theta, \omega) = \mathcal{I}S\mathcal{H}\mathcal{T}\{-jk\psi_{mn}^{\text{HOA}}(\omega) h_n^{(2)}(kr_{ls}) j_n(kr)\} \quad (23)$$

alakban írható. A reprodukált teret a mikrofonra beeső nyomástérrel egyenlővé téve (amely a teljes mért térből SHT után számítható) a forráspontok vezérlőfüggvénye a gömbi harmonikus tartományban a

$$\psi_{mn}^{\text{HOA}}(\omega) = \underbrace{-kr_{mic}^2 \frac{h_n^{(2)'}(kr_{mic})}{h_n^{(2)}(kr_{ls})}}_{H_n^{\text{HOA}}(\omega)} \psi_{mn}^{\text{mic}}(r_{mic}, \omega) \quad (24)$$

egyenlettel írható le.

Fontos látni, hogy a hangszóró vezérlőfüggvények ismét a gömbi harmonikus tartományban a mért mikrofonjelek szűrésével kaphatók meg. Az n rendtől függő radiális szűrők $H_n^{\text{HOA}}(\omega)$ -val jelölt átviteli függvényét a szakirodalom *Higher Order Ambisonics* (HOA) szűrőkként hivatkozta. Az így kapott szűrőbank a 8. ábrán látható, folytonos vonallal jelölve. A kapott folytonos $\psi_{mn}^{\text{HOA}}(\omega)$ vezérlőjelek neve: Higher Order Ambisonics (HOA) jelek.

Látható, hogy a HOA szűrők kismegkisebb frekvenciás jelentős kiemeléssel bírnak, ami a kismegkisebb frekvenciás zaj túlzott erősítéséhez vezetne. Ennek elkerülése végett egy megfelelő regularizációs szűrőbank alkalmazása elkerülhetetlen. Az alkalmazott regularizációs szűrőbank állandó hangosságérzet mellett valósítja meg a kismegkisebb frekvenciás kiemelés elnyomását. Az így regularizált szűrőbank átviteli szintén a 8. ábrán látható. A továbbiakban tehát mind hangszóró, mind fehallgató alapú hangtér-reprodukció során a mikrofonjeleket a 8. ábrán látható regularizált radiális szűrőkkel szűrjük.

Diszkrét hangszóróeloszlás alkalmazása: Az előzőekben láthattuk, hogyan valósítható meg a hangszóró-vezérlőjelek számítása a gömbi harmonikus tartományban egyszerű lineáris szűréssel folytonos forráseloszlás

és végtelen foksámú gömbi harmonikus esetén. A gyakorlatban azonban a gömbfelület adott pontjain helyezünk el hangszórókat, valamint a gömbi harmonikus sorfejtés rendje is korlátozott, jelen mérés során $N = 3$ -ra.

A következőekben azt vizsgáljuk, hogy az imént bemutatott, folytonos vezérlőfüggvényekből a tényleges hangszóróeloszlás ismeretében hogyan határozhatók meg a tényleges hangszórójelek valamely megfelelő *dekódolási* stratégia alapján. Erre a szakirodalomban számos dekódolási megoldás létezik, jelenleg is kutatás alatt álló témakör. Itt csak néhány gyakran alkalmazott dekódolási módot mutatunk be.

Sampling Ambisonic Decoding (SAD): Tegyük fel, hogy a reprodukcióhoz K darab hangszórót alkalmazunk amelyek egyenlő r_{ls} távolságra vannak a sweet spottól, és a hangszórók irányát $\theta_k = [\theta_k, \phi_k]$ térszög-gel jellemezzük, ahol $k = 1, 2, \dots, K$. A legkézenfekvőbb dekódolási stratégia az Ambisonics jelek egyszerű inverz SHT-je lenne a hangszórósokaság pozícióira. Ebben az esetben a dekódolt hangszórójelek

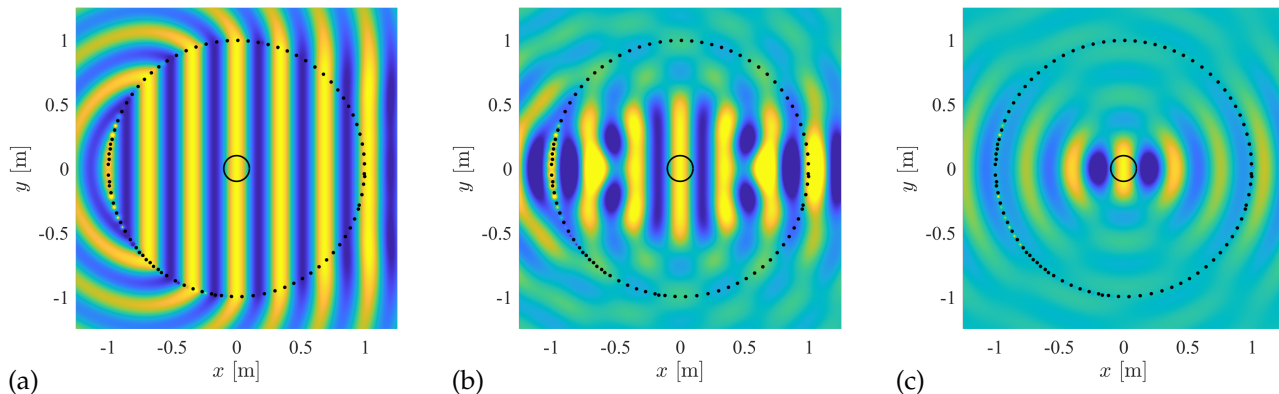
$$\mathbf{y} = \frac{4\pi}{K} \mathbf{Y} \psi^{\text{HOA}} \quad (25)$$

alakban számíthatók.

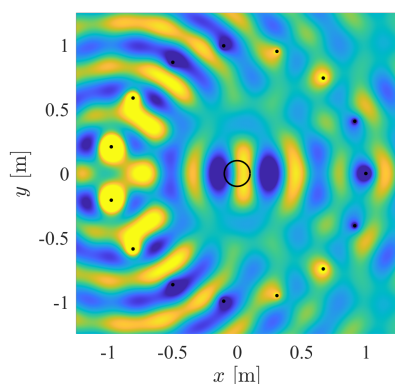
A SAD dekódolás fő problémája, hogy a megfelelő reprodukcióhoz – hasonlóan a hangtér rögzítéséhez – a hangszórókat megfelelő mintavételi pozíciókban kellene elhelyezni. Ellenkező esetben, rosszul mintavételezett irányokból jelentős hangerőcsökkenés jelenik meg a reprodukált térben. Ez úgy fogható fel, hogy azok a hullámok, amelyek terjedési irányába nem helyezünk el hangszórót, elvesznek a reprodukció során. Esetünkben a mikrofontömbhöz hasonló 26 hangszórót alkalmazó 6-design megfelelő lenne, ez azonban nehezen megvalósítható. Az erre a problémákra megoldást kínáló ALLRAD dekódolás ismertetése előtt, egyszerű SAD dekóderrel már tárgyalhatóvá válik a HOA jelek véges rendszámának és a véges számú reprodukciós hangszóró a reprodukált térre való hatása.

A gömbi harmonikus sorfejtés csonkolásának hatását a 9. ábra szemlélteti SAD dekódolás alkalmazása mellett. A szimuláció során ahhoz egy kvázi-folytonos, $Q = 1801$ elemet tartalmazó 59-design alkalmazunk. A beeső hullám jelen esetben nem mérési eredmény, hanem egy $f = 1$ kHz-es síkhullám, melynek spektruma analitikusan ismert. A szimulációt csökkenő N mellett végeztük, azaz mind a mérés, mind a reprodukció térben sávkorlátozott. Jól látható, hogy a síkhullám-tér pontos reprodukciójának területe a sorfejtés rendjének csökkentésével az origó környezetére korlátozódik. A teljes térben való reprodukcióhoz mind a mikrofontömb, mind a reprodukcióhoz alkalmazott hangszóróeloszlás végtelen számú elemet kéne, hogy tartalmazzon. A jelen mérés során alkalmazott harmadrendű mikrofontömb a hallgató pozíciójának szűk környezetében tesz lehetővé pontos reprodukciót.

A véges számú hangszóró alkalmazásának hatását $N = 3$ esetén 10. ábra szemlélteti. Látható, hogy a csonkolásból származó reprodukciós terület-csökkenés mellett a reprodukálható síkhullám által meghatározott főirány mellett a tér egyéb irányába is sugározunk oldalirányú



9. ábra. A hangtér-reprodukció eredménye kvázi-folytonos hangszóróeloszlás alkalmazása mellett (1801 mikrofon és hangszóró esetén) síkhullám-reprodukció esetén. A méréshez/reprodukcióhoz alkalmazott SHT rendje rendre $N = 30$ (a), $N = 8$ (b), illetve $N = 3$ (c). A szimuláció során mind a mikrofon, mind a hangszóró gömbi geometriájú, a reprodukció eredménye csak az origót tartalmazó horizontális síkban van ábrázolva. A reprodukcióhoz használt hangszóróeloszlás ezen síkhoz közel eső elemei fekete pontokkal, a mikrofontömb folytonos fekete vonallal van jelölve.



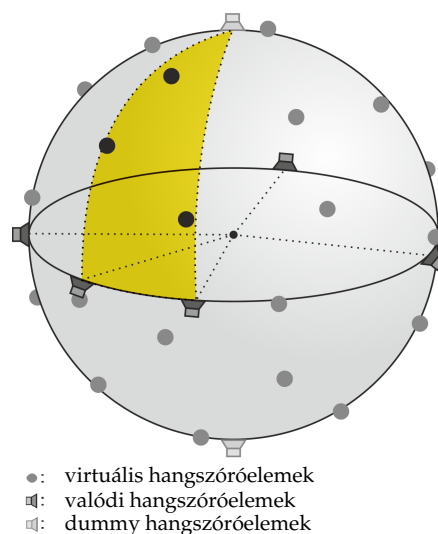
10. ábra. A hangtér-reprodukció eredmény $N = 3$ rendű HOA jelek felhasználásával, erősen ritka (a hallgató síkjában 15 elemet tartalmazó) hangszórósokaság alkalmazásával.

hullámokat. Ezeket térbeli átlapolódási hullámoknak nevezzük, a klasszikus időbeli mintavételezés esetén megjelenő átlapolódó komponensek analógiája alapján. Az átlapolódó hullámok helytelen lokalizációhoz, valamint az egyes irányokba sugárzott hullámfrontok interferenciája miatt jól hallható színeződéshez vezetnek a hallgatói pozíciók kivételével.

Ezen hatások miatt, a sztereofóniához hasonlóan, alacsony számú mikrofon és hangszóró alkalmazása esetén a pontos reprodukció az origó szűk környezetére korlátozott, tehát itt is definiálhatunk „sweet spot”-ot.

All Around Decoding (AllRAD): Az AllRAD dekódolás célja az Ambisonic jelek irreguláris, akár kevés számú hangszórót alkalmazó rendszereken való robusztus visszajátszása, így akár egyszerű 5.1 rendszer alkalmazása mellett is. A dekódolás két lépésből áll:

- Elsőként egy megfelelően nagyszámú $v = 1, 2, \dots, V$ virtuális hangszórót tartalmazó mintavételi struktúrát definiálunk a tényleges hangszórókat is tartalmazó gömbfelület mentén. A virtuális hangszóróeloszlást úgy választjuk meg, hogy azon a SAD dekódolás optimálisan elvégezhető legyen, és erre az eloszlásra elvégezzük az inverz gömbi harmonikus transzfor-



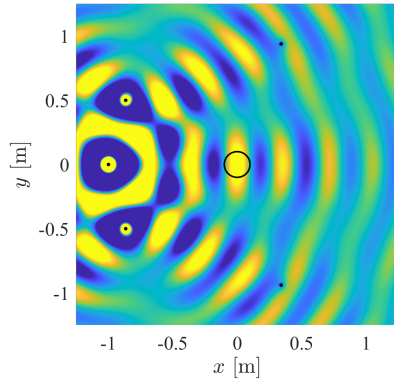
11. ábra. Az AllRAD dekódolás alapötletének szemléltetése: első lépésben a virtuális hangszóróelemekre végzünk el szimpla SAD dekódolást. Ezután e hangszórók jelét VBAP panorámázással lekeverjük a valódi hangszóróeloszlásra. Sík hangszóró-elrendezések esetén a magassági információ elvesztése dummy hangszórók elhelyezésével érhető el, amire a VBAP-ot elvégezzük, de jeleiket vagy eldobjuk, vagy lekeverjük a tényleges hangszórókra.

mációt. Az így kapott virtuális hangszóró vezérlőjelei:

$$\mathbf{y} = \frac{4\pi}{V} \mathbf{Y} \boldsymbol{\psi}^{\text{HOA}}. \quad (26)$$

- A második lépésben ezen virtuális hangszórók hatását akumuláljuk a tényleges hangszóró-pozíciókba (pl. 5 csatornába). Ehhez a legrobusztusabb megoldás az egyes virtuális hangszórók VBAP alapú panelése a tényleges hangszórójelekbe (ld. B. függelék). Ennek során minden virtuális hangszóróhoz definiálunk egy tényleges hangszóróhármast, amelyek a virtuális hangszórót közrezárják,⁷ és amelyekre a virtuális hangszóró jelét paneljük. Amennyiben a visszajátszához használt hangszórók csak a hallgató síkjában helyezkednek el (pl. Dolby 5.1), úgy

⁷Másképp: a 3 valódi hangszóró által definiált háromszögbe, vagy ezen háromszög élére esik a virtuális forrás.



12. ábra. AllRAD dekódolás alkalmazásának az eredménye balról beeső síkhullám esetén egyszerű Dolby 5.1 hangszóró-eloszlás alkalmazása esetén.

„dummy” hangszórókat helyezünk el az északi és déli pólusban, amelyek jelét később a hangszórójelekhez egyenlő arányban hozzákeverjük. Így természetesen magassági információt nem tudunk visszaállítani, de elkerüljük ezen információ elvesztését.

A v -edik virtuális forrás súlyát a k -adik valódi hangszóróban a (38) egyenletben adja meg:

$$\mathbf{y} = \mathbf{G}^{\text{VBAP}} \mathbf{x}. \quad (27)$$

A fenti egyenlet gyakorlatilag a virtuális források valódi hangszórókra való mátrioxolását írja le.

Felhasználva a (26) és (27) egyenleteket, a végleges hangszórójelek és a mért HOA jelek közti kapcsolatot a

$$\mathbf{y} = \underbrace{\frac{4\pi}{V} \mathbf{G}^{\text{VBAP}} \mathbf{Y}}_{\mathbf{D}^{\text{AllRAD}}} \boldsymbol{\psi}^{\text{HOA}}, \quad (28)$$

összefüggés adja meg, ahol $\mathbf{D}^{\text{AllRAD}}$ az AllRAD dekódómatrix. A dekódómatrix egy adott hangszóróeloszláshoz előre számítható és tárolható ami a valós idejű implementációk szempontjából előnyös.

A hangtér-reprodukció eredménye egyszerű 5.1 layout alkalmazása mellett a korábban vizsgált virtuális síkhullám szintézise esetén a 12. ábrán látható. Látható, hogy a mikrofonpozíció környezetében továbbra is pontos reprodukció érhető el. Az irányhelyes reprodukció azonban a hallgatói pozíció közvetlen környezetére van korlátozva. Ez együttesen a véges számú mikrofon, és főleg a véges számú hangszóró alkalmazásának eredménye. A meghallgatási pont környezetében azonban a hangnyomás amplitúdó és fázishelyesen visszaállítható.

A fent bemutatott HOA alapú hangtér-reprodukciós rendszer blokkvázlata a 13. ábrán látható. Az alkalmazott radiális szűrőbankot a (24) kifejezés adja meg. Látható, hogy a teljes átviteli lánc a mikrofonjelek SHT-jából, az így kapott transzformált jelek radiális szűréséből, majd dekódolásából áll hangszóró alapú reprodukció esetén.

4.2. Fejhallgató-alapú visszaállítás

Láthattuk, hogy egy hangtér pontos mérés alapú visszaállításához adott pontosság mellett legalább annyi hangszóró szükséges, amennyi mikrofont a mérés során hasz-

náltunk. Ez a gyakorlatban ritkán teljesülő feltétel. Fejhallgató alapú reprodukció során ez a korlátozás feloldható megfelelő HRTF-gyűjtemények alkalmazásával.

A HRTF-ek, vagy fülátviteli-függvények az egyes virtuális forráspontokból az emberi fej két füléhez való terjedést írják le egyszerű FIR szűrő formájában. Az átviteli függvényeket jellemzően numerikus szimuláció, vagy fűlmikrofon-alapú mérések alapján határozzák meg, a hallgatótól adott r_0 távolságú források esetén, adott $\boldsymbol{\theta}_h$ diszkrét forrásirányokra.

A HRTF gyűjteményekkel való binauralizációt tipikusan a tértartományban végezzük el:

- Az adatbázis $\boldsymbol{\theta}_h$ mérési pontjait hangszórópozícióként fogjuk fel, és ezen hangszórópozíciókra dekódoljuk a HOA jeleket. Tipikusan ugyan a mérési pontok száma nagy, azonban a mintavételezési struktúra jellemzően nem optimális SHT transzformációra (pl. a mintavételezési struktúra nem egyenletes, valamint gyakran a déli pólusnál jelentősen hiányos az emberi test jelenléte miatt). Épp ezért, a dekódolás ezen $r_0, \boldsymbol{\theta}_h$ pontokban AllRAD dekódolással történik.
- Ezek után a hallgató füleinél kialakuló jel az összes $r_0, \boldsymbol{\theta}_h$ pozícióban kapott, a hozzátartozó HRTF-ekkel szűrt dekódolt jel összegeként áll elő.

A HOA-alapú binauralizációs rendszer blokkvázlata a 13. ábra alsó részén látható, a fülátviteli függvényeket $H^{\text{L/R}}(r_0, \boldsymbol{\theta}_h, \omega)$ -val jelölve.

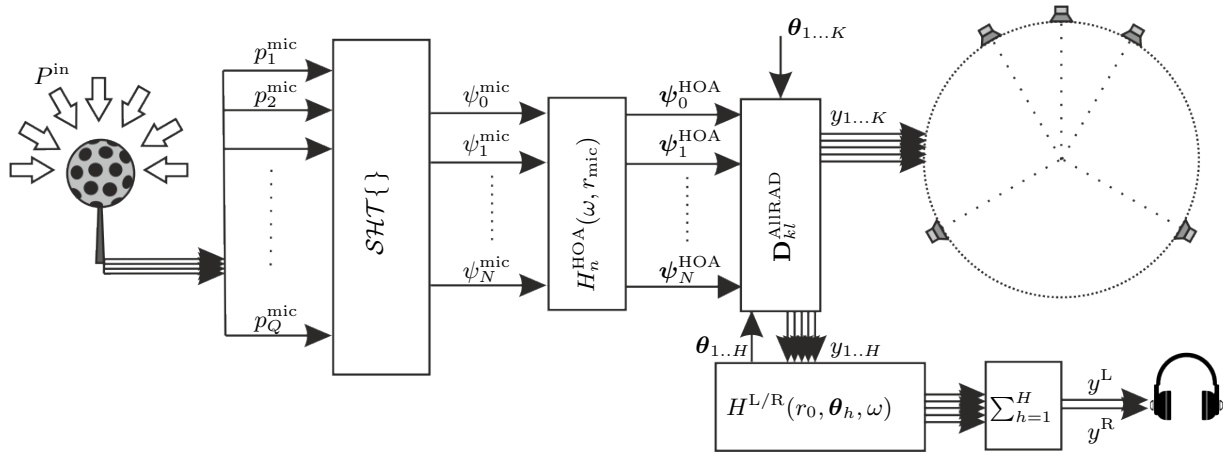
5. A felkészülést segítő ellenőrző kérdések

1. Hány nyalázból áll egy $n = 4$ negyedrendű gömbi harmonikus függvény (pl. $m = n$ esetén), és hány negyedrendű gömbi harmonikus definiálható?
2. Adott egy szabad térben elhelyezett r_0 sugarú pulzáló gömbfelület. A felület radiális sebessége adott ω körfrekvencián egységnyi, azaz a felületen

$$\left. \frac{\partial}{\partial r} P^{\text{rad}}(r, \boldsymbol{\theta}, \omega) \right|_{r=r_0} = -j\omega\rho_0 \quad (29)$$

a peremfeltétel, ahol $\rho_0 = 1.2 \text{ kg/m}^3$ a levegő átlagos sűrűsége. Határozza meg analitikusan a $P^{\text{rad}}(r, \boldsymbol{\theta}, \omega)$ lesugárzott teret tetszőleges $r > r_0$ pozícióban! Segítség: gondoljuk végig, hogy jelen esetben mi állítható $A_{mn}(\omega)$ és $B_{mn}(\omega)$ spektrumokról, írjuk eszerint fel a teljes teret, és ezen kifejezés alapján érvényesítsük a peremfeltételt!

3. Mekkora egy 26 pontból álló 6-design esetén a Voronoi-cellák területe?
4. Tegyük fel, hogy a mikrofontömbbel egyetlen irányba kívánunk „nézni”. Hogyan változna nyalábformálás során az ideális iránykarakterisztika a diffrakciós hatásokat kiküszöbölő radiális szűrők alkalmazása nélkül? Segítség: vizsgáljuk meg a 4. ábrán látható teljes, a mikrofontömb által rögzített nyomásteret adott irányból beeső síkhullám esetén!



13. ábra. A gömbi harmonikus tartományban működő, hangszóró, illetve fejhallgató alapú HOA rendszer blokkvázlata.

5. Mik az előnyei és hátrányai merev gömbbe ágyazott mikrofontömböt alkalmazni a nyitott gömbi elrendezéssel szemben? Hogyan becsülhető a beeső hangtér ($P^{\text{in}}(r, \theta, \omega)$) a mért nyomástér ismeretében tetszőleges $r > r_{\text{mic}}$, θ pozícióban nyílt, illetve merev gömbi mikrofontömb esetén?
6. Mi az egyszerű SAD dekódolás hátránya és hogyan oldja meg az AIRRAD dekódolás a problémát?
7. Gömbi hangszóróeloszlással való hangtér-reprodukció során mi a hatása a reprodukált tér szempontjából a gömbi harmonikus rendjének, valamint az alkalmazott hangszórók számának csökkentésének?
8. Tegyük fel, hogy adott egy HRTF gyűjtemény, ahol a fülátviteli függvényeket egy 10-design mintavételi pontjaiból rögzítették. Legfeljebb hányad rendű gömbi harmonikusok állíthatók vissza
 - egy analitikusan számított síkhullám reprodukciója esetén?
 - a jelen mikrofontömbbel mért tér reprodukciója esetén?

6. Mérési feladatok

1. Vizsgálja meg a mikrofontömb által közvetlenül mért jeleket és ezen jelek SHT-ját!
2. Helyezzen el több, egymástól független jellel meghajtott hangforrást a laboratórium süketszobájában és valósítsa meg nyalábformálást, azaz az egyes forrásokra való akusztikai fókuszálást! Gondolja végig, mi befolyásolja a főnyaláb szélességét és a melléknyaláb-elnomást!
3. Mérjen impulzusválaszt a BME I. épület mélygarázsában a 24 csatornás mikrofontömbbel. Számolja ki megfelelő radiális szűréssel a szükséges HOA szűrőket!
4. Valósítsa meg konvolúciós zengetést 5.1-es hangszóróeloszláson, valamint fejhallgatón!
5. Valósítsa meg irányfüggő erősítést valamint a hangtér elforgatását!

A. Merev gömbfelületről szórt akusztikus tér meghatározása

Tegyük fel, hogy adott egy $P^{\text{in}}(r, \theta, \omega)$ beeső hangtér (pl. egy távoli forrás tere), amiben egy merev, r_0 sugarú gömböt helyeztünk el. A teljes kialakuló hangtér a beeső tér és a gömből visszavert tér összegeként írható fel

$$P^{\text{total}}(r, \theta, \omega) = P^{\text{in}}(r, \theta, \omega) + P^{\text{scat}}(r, \theta, \omega) \quad (30)$$

alakban, ahol P^{refl} a gömbfelületről visszavert tér. A jelen geometriában igaz, hogy a beeső tér SHT-ja felírható pusztán Bessel-függvények, míg a visszazugázott tér SHT-ja Hankel-függvények súlyozott összegeként, azaz a teljes tér gömbi spektruma

$$\begin{aligned} \text{SHT}\{P^{\text{total}}(r, \theta, \omega)\} &= \psi_{mn}^{\text{total}}(r, \omega) = \\ &= (A_{mn}^{\text{in}}(\omega)j_n(kr) + B_{mn}^{\text{scat}}(\omega)h_n^{(2)}(kr)) \end{aligned} \quad (31)$$

alakban írható.

A merev gömbfelületre az Euler egyenlet alapján a

$$\left. \frac{\partial}{\partial r} P_{\text{total}}(r, \theta, \omega) \right|_{r=r_0} = 0 \quad (32)$$

peremfeltétel teljesül (zérus radiális részecske sebesség a felületen). Mivel a gömbi spektrális tartományban a radiális deriválás analitikusan elvégezhető, így a spektrumokra a

$$A_{mn}^{\text{in}}(\omega)j_n'(kr_0) + B_{mn}^{\text{scat}}(\omega)h_n^{(2)'}(kr_0) = 0 \quad (33)$$

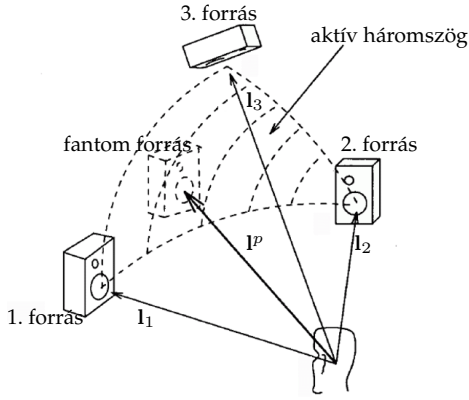
$$B_{mn}^{\text{scat}}(\omega) = -A_{mn}^{\text{in}}(\omega) \frac{j_n'(kr_0)}{h_n^{(2)'}(kr_0)} \quad (34)$$

peremfeltétel áll, ahol j_n' és $h_n^{(2)'}$ a Bessel- és Hankel-függvények deriváltja.

A spektrális tartományban tehát a visszavert tér spektruma a beeső tér spektrumának ismeretében számítható. A spektrumot (31)-be visszahelyettesítve

$$\psi_{mn}^{\text{total}}(r, \omega) = A_{mn}^{\text{in}}(\omega) \left(j_n(kr) - \frac{j_n'(kr_0)}{h_n^{(2)'}(kr_0)} h_n^{(2)}(kr) \right) \quad (35)$$

összefüggés adódik.



14. ábra. Elrendezés a VBAP technika hangszóró súlyainak számításához. Az aktív háromszög azt a területet (gömbhéj darabot) mutatja, amelyen belül a fantom forrás elhelyezhető pozitív hangszórósúlyokkal.

Amennyiben a beeső tér spektruma ismert, a teljes tér ezután tetszőleges pozícióban (35) ISHT-ja alapján számítható. Ha a teret a merev gömb felszínén kívánjuk kifejezni (azaz $r = r_0$ esetén), felhasználhatjuk az ún. Wronski-determinánst,⁸ és a teljes tér spektruma a

$$\psi_{mn}^{\text{total}}(r_0, \omega) = \frac{A_{mn}^{\text{in}}(\omega)}{j(kr_0)^2 h_n^{(2)'}(kr_0)} \quad (36)$$

alakra egyszerűsödik.

B. Vector Based Amplitude Panning (VBAP)

A VBAP technika egy alapvető amplitúdópannelési technika, gyakorlatilag a klasszikus sztereó tangens panning törvény három dimenzióra való kiterjesztése.

Amplitúdópannelés során az egyes hangszórók vezérlőjelei azonosak, különböző amplitúdóval. Az azonos fázisú de különböző amplitúdójú hangszórók hangtere interferenciaképként képzelhető el, mely hullámfrontjának lokális iránya függ a hangszórók közötti amplitúdókülönbségtől. Ez a lokális terjedési irány – amely a hangszórók középvonalán (a sweet spotban) kontrollálható – a hallgató füleihez érkező hullámok között fázis különbséget/késleltetést hoz létre, azaz a hangszórók amplitúdókülönbsége a fülbe érkező jelek közötti késleltetéssé konvertálódik, amit Interaural Time Difference-nek (ITD) nevezünk. Ez az ITD határozza meg a hallgató pozíciójában érzékelt fantom irányt, amelyből a hang látszólagosan a meghallgatási pozícióba érkezik. A VBAP, csakúgy mint az összes amplitúdó panning alapú technika pusztán a sweet spotban biztosít megfelelő térérzetet, azonban ebben a pontban a módszer elegendően robusztus: a sweet spotban pontos lokalizációt biztosít számottevő hangszín változás (colouration) vagy látszólagos forrás-szélesedés nélkül.

VBAP esetén hangszórópár helyett hangszóróhármakkal dolgozunk, ahogy azt az alapelrendezést bemutató 14. ábra mutatja. A VBAP esetén adott egy hangszóróhármast, ahol a hallgató (jellemzően origó) pozíciójából a hangszórók irányába mutató helyvektorokat \mathbf{l}_k ($k = 1, 2, 3$) jelöljük. A célunk meghatározni g_i erősítéseket, amellyel a hangszórókat vezérelve a létrejövő fantom forrás irányát az előírt \mathbf{l}_p irányba állítjuk.

A megoldás alapötlete egyszerű: ha \mathbf{l}_k helyvektorokból a fantomforrás \mathbf{l}_p iránya pozitív súlyokkal kikeverhető, akkor e súlyok lesznek a fantom forrás létrehozásához szükséges erősítések. Ez bizonyíthatóan ekvivalens állítás az eredetileg fizikai alapon bevezetett tangens törvénnyel. Tehát, ha a hangszóró helyvektorokat $\mathbf{L}_k = [\mathbf{l}_1 | \mathbf{l}_2 | \mathbf{l}_3]$ 3×3 típusú mátrixba rendezzük, valamint \mathbf{g}_k az erősítésvektor, akkor a probléma megoldása

$$\mathbf{L}_k \cdot \mathbf{g}_k = \mathbf{l}_p \quad \rightarrow \quad \mathbf{g}_k = \mathbf{L}_k^{-1} \cdot \mathbf{l}_p \quad (37)$$

Ezek után, ha adott V darab fantom forrás, amelyek jele \mathbf{y}_v , akkor minden forrásra meghatározandó \mathbf{g}_k erősítésvektor. Az erősítésvektorokat mátrixba rendezve a K darab θ_k irányvektorú hangszóró vezérlőjele

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{G}_{kv}^{\text{VBAP}} \mathbf{x}_v \quad (38)$$

alakban írható, ahol $\mathbf{G}_{kv}^{\text{VBAP}} = [\mathbf{g}_{k1} | \mathbf{g}_{k2} | \dots | \mathbf{g}_{kV}]$ az egyes forrásokhoz tartozó hangszóró-erősítésekkel képzett $K \times V$ típusú mátrix.

Természetesen több, mint három hangszóró esetén elsőként a feladat hangszóróhármast meghatározása, amelyre a VBAP elvégezhető. Ehhez valamely geometriai háromszögelési módszer szükséges – pl. Delaunay-háromszögelés – amely biztosítja, hogy egyetlen hangszóró/pont sem esik másik három hangszóró/pont köré írt gömbön belül. A Delaunay-háromszögelés fontos tulajdonsága, hogy az eljárás az összes háromszögelési módszer között maximalizálja a háromszögek legkisebb szögét, azaz kerüli a nagyon keskeny, vékony háromszögeket.

⁸Miszerint $j_n(x)h_n^{(2)'}(x) - j_n'(x)h_n^{(2)}(x) = 1/jx^2$